

۶۱- اگر  $Z$  مجموعه اعداد صحیح باشد و  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 4\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$ ، آنگاه

مجموعه  $(A - B) - Z$  کدام گزینه است؟

(۲)  $[-4, -2]$

(۱)  $(-4, -2)$

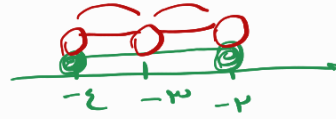
(۴)  $[-4, -3) \cup (-3, -2]$

(۳)  $(-4, -3) \cup (-3, -2)$  ✓


$A = [-4, 4]$

$B = (-2, +\infty)$

$A - B = [-4, -2]$



$(A - B) - Z = (-4, -3) \cup (-3, -2)$

۶۲- عدد  $2a+1$  در بازه  $(-2a+1, 3a-1)$  واقع است. حدود  $a$  کدام است؟ 

$(-\infty, -2)$  (۴)

$(-\infty, 2)$  (۳)

$(-2, +\infty)$  (۲)

$(2, +\infty)$  (۱) ✓

$$-2a+1 < 2a+1 < 3a-1$$



$$2a > 0$$

$$a > 0$$

$$a > 2$$

$$\cap \rightarrow \underline{a > 2}$$

۶۳- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

الف) مجموعه مستطیل‌هایی که طول و عرض آنها اعداد حقیقی است، به طوری که محیطشان برابر با ۲۶ باشد. نامتناهی

ب) مجموعه اعداد پنج رقمی که مجموع ارقامشان ۳۵ می‌باشد. متناهی

ج) مجموعه مثلث‌های متساوی‌الاضلاع که ارتفاعشان برابر ۱۶ است. نامتناهی

د) مجموعه دوزنقه‌هایی که مساحت آنها برابر ۱۶ می‌باشد. نامتناهی

$$h = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

$$14 = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$


$$a = \frac{56}{\sqrt{3}}$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

۶۴- چه تعداد از مجموعه‌های زیر نامتناهی‌اند؟ 

ب)  $B = \{yx \mid x \in \mathbb{N}\}$  نامتناهی  
 $B = \{12, 24, 36, \dots\}$

ت)  $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < x\}$  متناهی  
 $D = \emptyset$   
۳ (۴)

۲ (۳) ✓

الف)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$  متناهی

$A = \{ \pm 12, \pm 6, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1 \}$

پ)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| > x\}$  نامتناهی  
 $C = \{-1, -2, -3, \dots\}$

۱ (۲)

۱ (صفر)

$$(B \cap (B \cap A'))' \quad A \cap (B \cup A')$$

۶۵- کدام گزینه با مجموعه  $(B - (B \cap A')) \cup (A \cap (B \cap A'))$  برابر است؟

A (۴)

A' (۳)

B (۲)

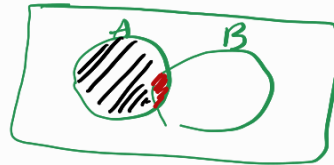
B' (۱)

$$(B \cap (B \cup A)) \cup ((A \cap B') \cup (A \cap A'))$$

$(B \cap B') \cup (B \cap A)$   
 $A - B$   
 $A - (A \cap B)$

۲، ۳، ۴

$$(B \cap A) \cup A - (A \cap B) = A$$



۶۶- اگر  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = 90$ ،  $n(A) = 2n(B) = 32$ ،  $n(A \cap B) = 5$  باشد، حاصل

$n(A' \cap B) + n(A' \cap B')$  کدام است؟

۶۲ (۴)

۴۸ (۳)

۵۲ (۲)

۵۸ (۱) ✓

$$n(U) = 90$$

$$n(B) = 16$$

$$n(A) = 32$$

$$n(A \cap B) = 5$$

$$\begin{aligned} n(A' \cap B) + n(A' \cap B') &= n(U) - n(A) \\ &= 90 - 32 = 58 \end{aligned}$$



۶۷-  $\frac{1}{3}$  از تعداد اعضای مجموعه A با مجموعه B و  $\frac{2}{5}$  از تعداد اعضای مجموعه B با مجموعه A مشترک هستند. اگر  $n(A \cup B) = 45$

باشد، در این صورت  $n(A \cap B)$  کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲) ✓

۵ (۱)

$$\frac{1}{3} n(A) = n(A \cap B) \quad n(A) = 3n(A \cap B) \quad (A \cap B) = x$$

$$\frac{2}{5} n(B) = n(A \cap B) \quad n(B) = \frac{5}{2} n(A \cap B)$$

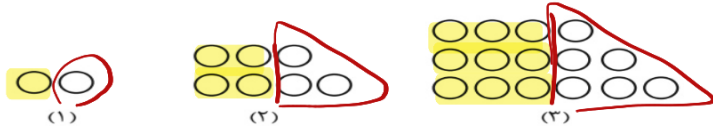
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$45 = 3x + \frac{5}{2}x - x$$

$$x = 10$$

$$n(A \cap B) = 10$$

۶۸- در شکل دهم الگوی زیر چند دایره وجود دارد؟



$$1^2 + 1$$

$$2^2 + 3$$

$$3^2 + 9$$

۱۵۵ (۱)

۱۵۰ (۲)

۱۴۵ (۳)

۱۴۰ (۴)

$$a_n = n^2 + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$a_{10} = 100 + \frac{10(11)}{2} = 155$$



$$d=3$$

۶۹- در یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = -1$ ،  $a_n - a_{n-1} = 3$  است. حاصل  $p$  کدام است؟

$$p = \frac{a_2 - a_1}{a_1 a_2} + \frac{a_3 - a_2}{a_2 a_3} + \frac{a_4 - a_3}{a_3 a_4} + \dots + \frac{a_n - a_{n-1}}{a_{n-1} a_n}$$

$$\frac{-24}{145} \quad (2)$$

$$\frac{25}{145} \quad (1)$$

$$\frac{24}{145} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{-25}{145} \quad (3)$$

$$p = \left( \frac{a_2}{a_1 a_2} - \frac{a_1}{a_1 a_2} \right) + \dots + \left( \frac{a_n}{a_{n-1} a_n} - \frac{a_{n-1}}{a_{n-1} a_n} \right)$$

$$p = \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n} \right)$$

$$p = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_n}$$

$$p = \frac{1}{a_1 + rd} - \frac{1}{a_1 + n \cdot d} = \frac{1}{-1 + 1} - \frac{1}{-1 + 30} = \frac{1}{0} - \frac{1}{29} = \frac{24}{145}$$

۷۰- برای دو دنباله  $a_n$  و  $b_n$  داریم:  $a_n + b_n = -n + 8$  و  $a_n - b_n = 5n - 34$ . در این صورت دنباله  $b_n$  دارای چند جمله نامنفی است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۸

(۲) ۷ ✓

(۱) ۶

$$a_n = a_n + b$$

$$b_n = c_n + d$$

$$a_n + b_n = (a+c)n + (b+d) = -n + 8$$

$$a_n - b_n = (a-c)n + (b-d) = 5n - 34$$

$$\begin{cases} a+c = -1 \\ a-c = 5 \end{cases}$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

$$c = -3$$

$$\begin{cases} b+d = 1 \\ b-d = -34 \end{cases}$$

$$d = 21$$

$$b_n = -3n + 21 \geq 0$$

$$3n \leq 21$$

$$n \leq 7$$

$$\frac{1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7}{\text{اصول}}$$

$$b_n = 5n + 2 \quad a_n = 3n - 1$$

۷۱- در دنباله‌های خطی  $2, 5, 8, 11, \dots$  و  $7, 12, 17, \dots$  مجموع جملات  $k$  ام برابر ۱۲۹ است. مقدار  $k$  کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۶ (۳) ✓

۸ (۲)

۱۲ (۱)

$$a_k + b_k = 129$$

$$3k - 1 + 5k + 2 = 129$$

$$8k + 1 = 129$$

$$8k = 128$$

$$k = 16$$

۷۲- اگر دنباله ثابت و  $a_{n+2} = \frac{4}{5}a_{n+1} + \frac{3}{2}a_n + 5$  همواره برقرار باشد، مجموع سیزده جمله اول دنباله کدام است؟

-۴۰ (۴)

-۵۰ (۳) ✓

-۶۰ (۲)

-۴۶ (۱)

$$a_{n+1} = a_{n+2} = a_n = x$$

$$x = \frac{4}{5}x + \frac{3}{2}x + 5$$

$$x = \frac{-50}{13}$$

$$a_n = \frac{-50}{13}, \frac{-50}{13}, \dots$$

$$13x = \frac{-50}{13} = -\frac{50}{13}$$

۷۳- جمله بیستم دنباله مقابل کدام است؟

$$a_n = 6, 9, 10, 9, 6, 1, -6, -15, \dots$$

-۲۸۲ (۴)

-۲۸۱ (۳)

-۲۸۰ (۲)

-۲۷۹ (۱) ✓

$$d = -۳$$
$$a = \frac{d}{r} = -۱$$

$$a_n = -\frac{1}{2}n^2 + bn + c$$
$$\begin{cases} a_1 = 9 & -1 + b + c = 9 \\ a_2 = 9 & -4 + 2b + c = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 10 \\ 2b + c = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = 7 \end{cases}$$

$$a_n = -\frac{1}{2}n^2 + 3n + 7$$
$$n = 20 \quad a_{20} = -\frac{1}{2}(400) + 60 + 7 = -279$$

فرد  $n^2$

۷۴- اگر  $t_n = (3n - b)^2 + bn^2$  جمله عمومی یک دنباله حسابی باشد. اولین جمله بیشتر از ۱۰۰۰ در این دنباله چه عددی است؟

۱۰۵۵ (۴)

۱۰۶۵ (۳)

۱۰۵۳ (۲) ✓

۱۰۶۳ (۱)

$$t_n = 9n^2 - 6bn + b^2 + bn^2$$

$$9 + b = 0$$

$$b = -9$$

$$t_n = 10n^2 - 54n + 81$$

$$t_n > 1000$$

$$10n^2 - 54n + 81 > 1000$$

$$10n^2 - 54n - 919 > 0$$

$$n > 17 \rightarrow n = 18$$

$$t_{18} = 10 \times 18^2 - 54 \times 18 + 81 = 1080 - 972 + 81 = 1089$$

۷۵- سه عدد  $x, y, z$  مفروض است. اگر به عدد  $x$ ، ۵ واحد اضافه و از عدد  $y$ ، ۳ واحد کم کنیم، اعداد حاصل به ترتیب از چپ به راست تشکیل

دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ را می‌دهند، حاصل  $\frac{x-1}{y}$  کدام است؟

$$\frac{-2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{-4}{9} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$x+5, \quad 4, \quad y-3$$


$$x-5-5=2$$

$$x=-3$$

$$x-y+3=2$$

$$y=4$$

$$\frac{-3-1}{9} = \frac{-4}{9}$$

۷۶- در یک دنباله حسابی با قدرنسبت مثبت، جمله سی‌ام ۵ برابر جمله دهم است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟ 

۳ (۴)

۴ (۳) ✓

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\frac{a_{30}}{a_1} = 5$$

$$a_{30} = 5 a_1$$

$$a_1 + 29d = 5(a_1 + 9d)$$

$$4a_1 + 19d = 0$$

$$a_1 + 4d = 0$$

$$a_1 = 0$$

جمله ۴ منفی



۷۷- اگر دنباله‌های  $a_n = 4, 7, 10, 13, \dots$  و  $b_n = 2, 6, 10, 14, \dots$  هر دو حسابی باشند و دنباله جملات مشترکشان را  $c_n$  بنامیم،  $c_7 + c_9$

$$d = 4$$

$$d = 4$$

کدام است؟

۱۸۸ (۴) ✓

۱۷۸ (۳)

۱۶۸ (۲)

۱۹۸ (۱)

$$Q_1 = 1. \quad d = 12 \leftarrow 4 + 3 \quad 12 = 3 \cdot 4$$

$$c_7 + c_9 = c_1 + 6d + c_1 + 8d = 2c_1 + 14d =$$

$$2(10) + 14(12) = 188$$

۷۸- بین دو عدد ۳ و ۵۱ چند واسطه حسابی درج کنیم تا بزرگترین واسطه، ۵ برابر کوچکترین واسطه باشد؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲) ✓

۵ (۱)

$$۳, \frac{۳+d}{\min}, \dots, \frac{۵۱-d}{\max}, ۵۱$$

$$\frac{۵۱-d}{۳+d} = ۵ \quad \begin{array}{l} ۵۱-d = ۱۵+۵d \\ d=۹ \end{array}$$

$$۹ = \frac{۵۱-۳}{m+1} \quad \begin{array}{l} ۴۸ = ۹m+۹ \\ m=۵ \end{array}$$

۷۹- اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی را با  $a_n = (b-2)n^2 + 3n + b$  نشان دهیم، در دسته‌بندی  $(a_1), (a_2, a_3), (a_4, a_5, a_6), \dots$  واسطه  $(a_{13} + \dots + a_{41})$  و  $(a_{12} \dots a_{15})$

حسابی جملات اول و آخر دسته چهاردهم کدام است؟

۲۹۸/۵ (۴)

۲۹۷/۵ (۳) ✓

۲۹۶/۵ (۲)

۲۹۵ (۱)

$$\begin{cases} b-2=0 \\ b=2 \end{cases}$$

$$a_n = 3n + 2$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{13}{2} \times (12) = 91$$

$$a_{42} = 3 \times 42 + 2 = 278$$

$$a_{15} = 3 \times 15 + 2 = 47$$

$$\frac{278 + 47}{2} = 297,5$$

۸۰- چهار عدد با مجموع ۸- تشکیل دنباله حسابی افزایشی داده‌اند. در صورتیکه حاصل ضرب دو جمله وسط ۳۲- باشد، جمله ۲۱ام دنباله کدام

است؟

۴۶۰ (۴)

۳۴۰ (۳)

۲۲۰ (۲) ✓

۱۰۰ (۱)

$$a - \frac{3d}{r} \quad a - \frac{d}{r} \quad a + \frac{d}{r} \quad a + \frac{3d}{r}$$

ضرب

$$4a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{4} - \frac{d}{r}\right) \left(-\frac{1}{4} + \frac{d}{r}\right) = -32$$

$$r - \frac{d^2}{r} = -128 \quad d = 12$$

$$-2, -1, 1, 14$$

$$a_{n+1} = a_1 + n \cdot d$$

$$a_{21} = -2 + 20 \cdot (12) = 238$$