

۱۲۱- اگر $f(x) = \frac{x^3}{2} + 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(-3)$ کدام است؟

$$f^{-1}(-3) = x$$

$$f(x) = -3 \rightarrow \frac{x^3}{2} + 1 = -3 \rightarrow \frac{x^3}{2} = -4 \rightarrow x^3 = -8 \rightarrow x = -2$$

-1 (۱)

-2 (۲) ✓

-3 (۳)

-4 (۴)

۱۲۲- اگر $f(x) = 5 + \sqrt{2x-4}$ باشد، دامنه تابع $f^{-1}(f(x))$ کدام است؟

$$D_{f^{-1} \circ f(x)} = D_f = [2, +\infty)$$

$[0, +\infty)$ (۱)

$[2, +\infty)$ (۲) ✓

$[5, +\infty)$ (۳)

$[7, +\infty)$ (۴)

$$\begin{aligned} 2x - 4 &\geq 0 \\ 2x &\geq 4 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$

۱۲۳- اگر نقطه (m, n) روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-8, 12)$ روی نمودار $y = \frac{1}{4}f(x)$ متناظر باشد، آنگاه مقدار $n - m$ کدام است؟

$$\begin{aligned} y = f(x) & \quad y = \frac{1}{4}f(x) \\ (-8, 12) & \rightarrow (-8, 12) \end{aligned}$$

۳۲ (۱) ✓

-۲ (۲)

۱۶ (۳)

-۸ (۴)

۱۲۴- اگر رابطه $f = \{(y, a), (a, a^2 - y), (a, 3a - 4), (a^2 - 6, b)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a^2 - b^2$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۱ (۳) ✓
- ۲ (۴)

$$a^2 - y = 3a - 4$$

$$a^2 - 3a + 4 = 0$$

$$1 - b^2 \leq 1 \leftarrow \begin{cases} a = 1 & \text{یا} & 2 \\ b = 0 & \text{یا} & 2 \end{cases}$$

۱۲۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b + |x - 2| & ; x \geq 2 \\ -2x + c & ; x < 2 \end{cases}$ خطی باشد و $f(1) = 0$ ، آنگاه حاصل $a\sqrt{c}\sqrt{b}$ کدام است؟

- ۶ (۱)
- ۶ (۲) ✓
- ۱۰ (۳)
- ۱۰ (۴)

$$\sqrt{2}\sqrt{4} = -7$$

$$x \geq 2 : (a+1)x + (b-2)$$

$$x < 2 : -2x + c$$

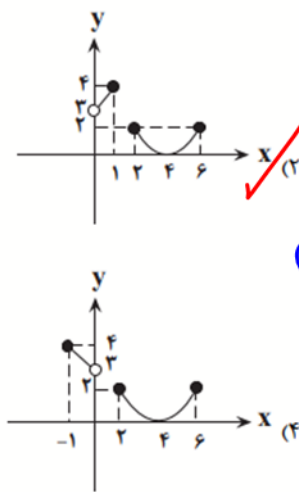
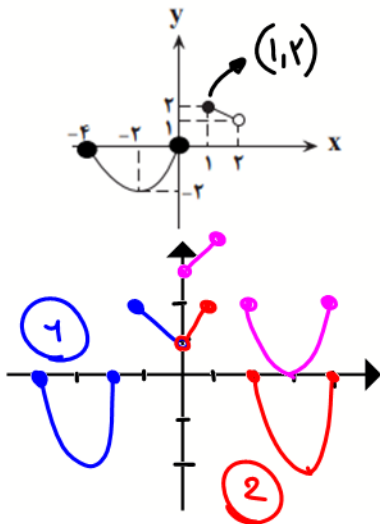
$$a+1 = -2 \rightarrow a = -3$$

$$b-2 = 0 \rightarrow b = 2$$

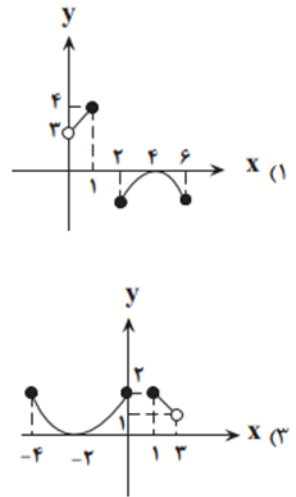
$$-2+c = 0 \rightarrow c = 2$$

(مشابه امتحان هماهنگ کشوری شهریور ۱۳۰۲ - درس حسابان ۲)

۱۲۶- نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبه‌رو است. نمودار تابع $y = f(2-x) + 2$ کدام است؟



۱) ۲ واحد صاف
۲) قرینه نسبت به محور y
۳) ۲ واحد برآورد

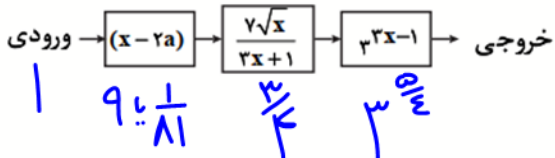


$$(1, 2) \xrightarrow{1} (-1, 2) \xrightarrow{2} (1, 2) \xrightarrow{3} (1, 4)$$

۱۲۷- اگر ورودی و خروجی ماشین روبه‌رو به ترتیب ۱ و $\sqrt[4]{243}$ باشد، مقدار کوچکتر a کدام است؟

$$\sqrt[4]{3^5} = 3^{5/4}$$

- (۱) -۴
- (۲) ۴
- (۳) $-\frac{40}{81}$
- (۴) $\frac{40}{81}$



$$1-2a=9 \Rightarrow \frac{1}{81}$$

$$1-2a=9 \rightarrow a=-4$$

$$1-2a=\frac{1}{81} \rightarrow \frac{10}{81}=2a$$

$$\frac{5}{81}=a$$

$$3^{3x-1} = 3^{5/4} \rightarrow 3x-1 = \frac{5}{4} \rightarrow x = \frac{9}{4}$$

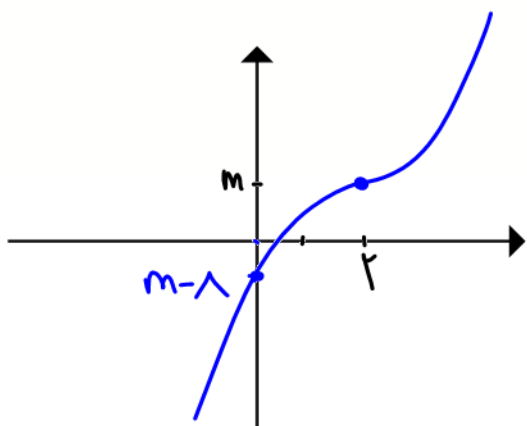
$$\frac{\sqrt{x}}{3x+1} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{3x+1} = \frac{3}{4} \rightarrow 4\sqrt{x} - 21x + 9 = 0$$

$$t = \frac{1}{9}, \sqrt{x}$$

$$x = \frac{1}{81}, 9$$

(مشابه امتحان نهایی ترم ۳-۱۳۰۳ - درس حسابان ۲)

۱۲۸- به ازای چه مقادیری از m وارون تابع $f(x) = (x-2)^3 + m$ فقط از ناحیه چهارم مختصات نمی‌گذرد؟

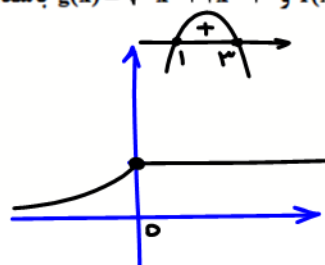


بعضی‌هاش از ناحیه ۲ هم می‌سوز.
نقطه
 $f(0) = m-8 < 0$
 $m < 8$

- (۱) $m < 2$
- (۲) $m \geq 2$
- (۳) $m < 8$
- (۴) $m \geq 8$

۱۲۹- اگر $f(x) = 2^x - |x|$ و $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ باشد، آنگاه برد تابع $g \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$f(x) = \begin{cases} x \geq 0: & 2^{x-x} = 1 \\ x < 0: & 2^{2x} = 2^x \end{cases}$$



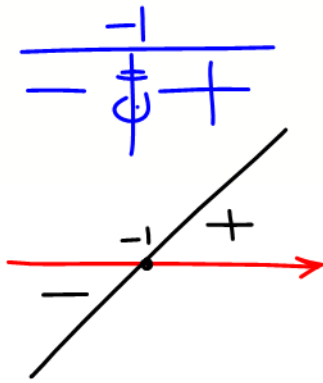
- (۱) بی‌شمار
- (۲) دو
- (۳) یک
- (۴) صفر

$$0 < f(x) \leq 1$$

$$g(f(x)) = g(0 < f(x) \leq 1) = g(1) = 0$$

برند و [۱, ۳]

۱۳۰- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{(b^2-4)x^2 - bx + 2}}{2x-a}$ به صورت $(-1, +\infty)$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟



$$(b^2-4)x^2 - bx + 2 \geq 0$$

\downarrow \downarrow
 $b = \pm 2 \rightarrow b = -2$

$x = -1$

$$-2 - a = 0$$

$$a = -2$$

- ۴ (۱) ✓
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۶ (۴)

۱۳۱- به ازای چند مقدار صحیح a ، تابع $f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{1 - (a^2-9)x^2}$ در دامنه تعریف خود اکیداً نزولی است؟

$$a^2 - 9 < 0$$

$$a^2 < 9$$

$$-3 < a < 3$$

$$a = \pm 2, \pm 1, 0$$

- ۴ (۱)
- ۵ (۲) ✓
- ۷ (۳)
- ۴ بی‌شمار (۴)

۵ (۲.۴)

۱۳۲- اگر دامنه تابع $f(x) = -x^2 + 4x$ برابر $(-\infty, 2]$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون آن کدام گزینه است؟

$(0, 0) \rightarrow (0, 0)$
 خروجی ورودی

$$y = -x^2 + 4x$$

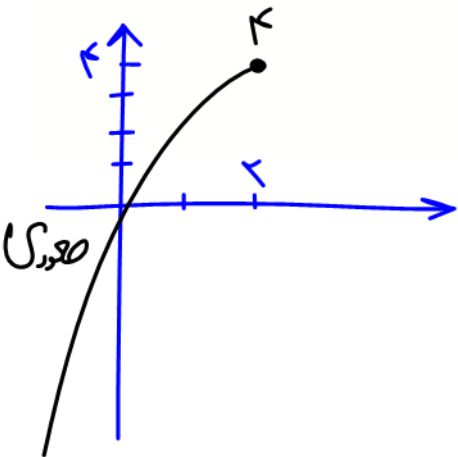
$$-y = x^2 - 4x + 4$$

$$\sqrt{4-y} = \sqrt{(x-2)^2} \rightarrow \sqrt{4-y} = |x-2|$$

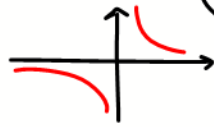
$$x = 2 - \sqrt{4-y}$$

- $(-\infty, -4], f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4-x}$ (۱) X
- $(-\infty, +4], f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4-x}$ (۲) X
- $(-\infty, +4], f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{4-x}$ (۳) ✓
- $(-\infty, -4], f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{4-x}$ (۴) X

(مشابه امتحان هماهنگ کشوری شهریور ۱۳۰۲)



۱۳۳- تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را با دو انتقال افقی و عمودی بر تابع $g(x) = \frac{a}{x}$ مطابق کرده ایم. مقدار a کدام است؟



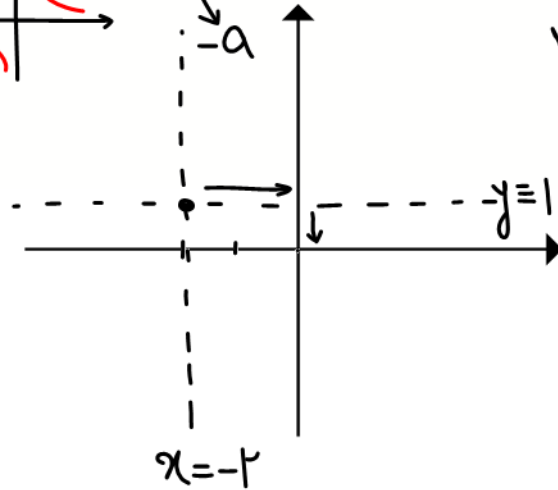
- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۳ (۴)

$$f(x-1) - 1 = g(x)$$

$$x=1 \downarrow$$

$$-2 - 1 = a$$

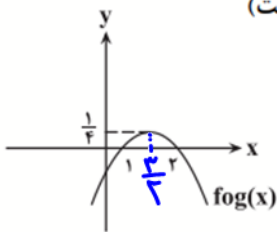
$$a = -3$$



۱۳۴- اگر تابع $(fog)(x)$ به شکل مقابل باشد و بدانیم $f(x) = -2x + 2$ حاصل $(gog)(1)$ کدام است؟ (fog سهمی است)

- صفر (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

$$g(g^{-1}(1)) = 1$$



$$f(g(x)) = -(x-1)(x-2)$$

$$-2g(x) + 2 = -(x^2 - 3x + 2)$$

$$-2g(x) = -x^2 + 3x - 4 \rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

۱۳۵- دو تابع $f = \{(5,2), (7,3), (1,4), (3,6), (9,1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروض اند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ باشد، a کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

$$g(g^{-1}(f^{-1}(a))) = g(8)$$

$$f^{-1}(a) = g(8)$$

$$f(8) = a = 3$$

۱۳۶- اگر $f(x) = x - [x]$ ، $g(x) = [f(x)] + x$ و $h(x) = 2x^2 - 3x - 1$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله $h(x) = g(x)$ کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

$0 \leq [x] < 1$

- ۰/۲ (۱)
- ۰/۵ (۲)
- ۰/۵ (۳) ✓
- ۰/۲ (۴)

$$2x^2 - 3x - 1 = x$$

$$2x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$P = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = [x - [x]] + x$$

۱۳۷- اگر $f(x) = g^{-1}(3x + 6)$ باشد، حاصل $(g \circ f)^{-1}(3)$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱ (۳) ✓
- ۲ (۴)

$$g(f(x)) = 3x + 7$$

$$(g \circ f)(x) = 3x + 7 = 3$$

$$3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

۱۳۸- اگر رابطه $f^{-1}(x) = 6x + 1$ برقرار باشد، آن‌گاه حاصل $f(f^{-1}(1)) + f^{-1}(1)$ کدام است؟

- ۳ (۱) ✓
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۲ (۴)

$$3 + 0$$

$$x = 2 \quad f(x) = 1 \rightarrow 1 = 6x + 1 \rightarrow x = 0$$

$$f(x) = 1 \rightarrow 1 = 6x + 1 \rightarrow x = 0$$

۱۳۹- تابع لگاریتمی صعودی $f(x)$ را به اندازه ۳ واحد به سمت چپ برده و سپس نسبت به محور y ها و سپس نسبت به محور x ها قرینه

کرده ایم، تابع حاصل به صورت $g(x) = \log_{\alpha}(-2x+1)$ شده است. تابع $f(x)$ کدام است؟

$$\log_{\alpha}(-2x+1)$$

$$\downarrow \begin{matrix} (\alpha-3) \\ \uparrow \end{matrix}$$

$$-\log_{\alpha}(2x+1)$$

$$f(x) = -\log_{\alpha}(2x-5) = \log_{\frac{1}{\alpha}}(2x-5)$$

$$\begin{cases} f(x) = \log_{\alpha}^{(2x+3)} \\ \alpha > 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f(x) = \log_{\frac{1}{\alpha}}^{(-2x+3)} \\ \alpha > 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f(x) = \log_{\frac{1}{\alpha}}^{(2x-5)} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} f(x) = \log_{\alpha}^{(-2x-5)} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$(9,2) \cup \{0,2,4\}$$

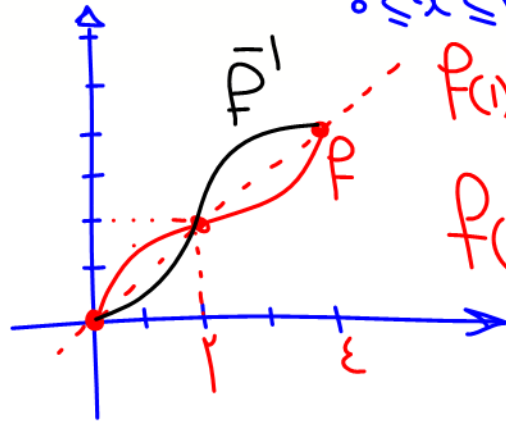
۱۴۰- اگر $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{4-x} + 2$ و دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - f^{-1}(x)}$ به صورت $(d,e) \cup \{a,b,c\}$ باشد، حاصل $a+b+c+d+e$ کدام است؟

$$f(x) \geq f^{-1}(x)$$

$$[0,2] \cup \{4\}$$

صوری

$$0 \leq x \leq 4$$



$$f(1) = 1 - \sqrt{3} + 2$$

$$3 - \sqrt{3} = 1,3$$

$$f(2) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 = 2$$

- ۶ (۱)
- ۸ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)