

۱- توابع $f = \{(1, 2), (3, 1), (4, 3)\}$ و $g = \{(2, 3), (3, 5), (1, 1)\}$ مفروض اند. مجموع اعضای برد تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

۱۸ (۲)

۱۳ (۱) ✓

۱۷ (۴)

۱۲ (۳)

$$f^{-1} = \{(2, 1), (3, 3), (4, 3)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(1, 1+3), (2, 3+1), (3, 5+3)\}$$

$$(1, 4) \quad (2, 4) \quad (3, 8)$$

$$R = \{4, 9\}$$

$$4+9 = 13$$

۲- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 1$ را ۲ واحد به سمت راست می‌بریم و سپس نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل از

کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱) ناحیه اول

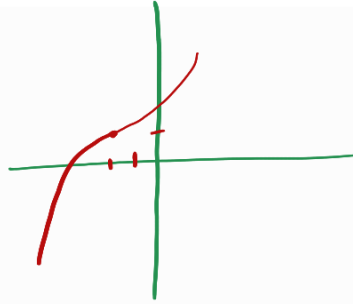
(۲) ناحیه دوم

(۳) ناحیه سوم

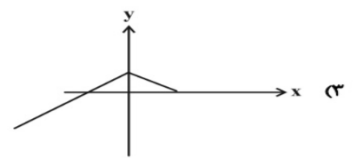
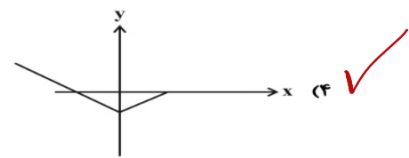
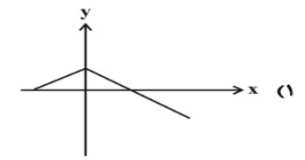
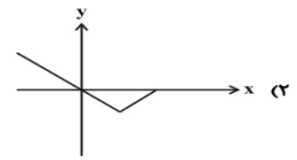
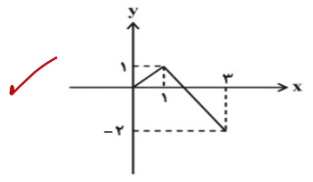
(۴) ناحیه چهارم ✓

$$y = -(-x-2)^3 + 1$$
$$y = (x+2)^3 + 1$$

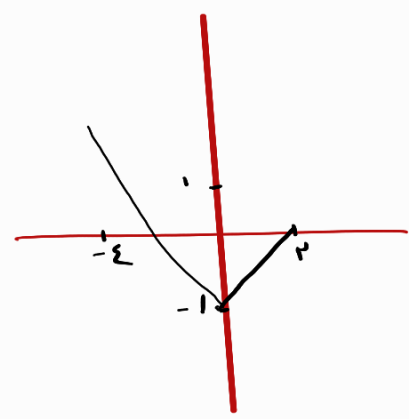
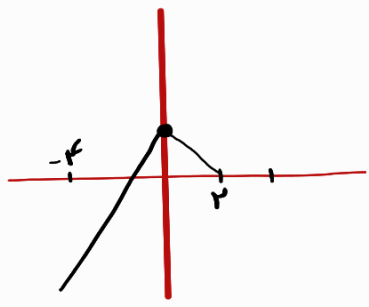
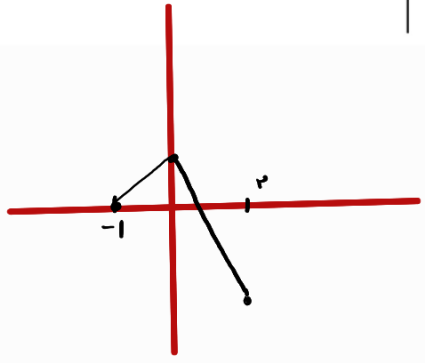
(-2 1)



۳- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟



۴ ← $\frac{1}{2}$ ← $2 \times$ طول ← قدر نسبت α



شماره

۴- اگر تابع $f(x) = (x-1)^2 + mx^2 + (n-1)x + 1$ هم صعودی و هم نزولی باشد، حاصل $5m - 2n$ کدام است؟

-۲ (۲)

۹ (۱)

۴ (۴)

-۱۱ (۳) ✓

$$y' = x^2 + 1 - 2n + mx^2 + (n-1)x + 1$$

$$y' = \underbrace{(1+m)}_{\substack{1+m=0 \\ m=-1}} x^2 + \underbrace{(n-3)}_{\substack{n-3=0 \\ n=3}} x + 2$$

$$-\frac{1}{2} - 2(3) = -11$$

۵- دو تابع $f(x) = \sqrt{6-x}$ و $g = \{(a, 5), (-1, 4), (b, -3), (-3, 2), (c, 0)\}$ مفروض اند. اگر $f \circ g \circ f = \{(5, 3), (2, 1), (6, 4)\}$ باشد، حاصل $a+b+c$ برابر کدام است؟

$$-8 \quad (2)$$

$$-7 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$-13 \quad (4)$$

$$-12 \quad (3)$$

$$f(g(f(a))) = 4$$

$$f(a) = 0$$

$$g(0) = c \rightarrow f(c) = 4$$

$$f(c) = \sqrt{a-c} = 4$$

$$a-c = 16$$

$$c = -1$$

$$f(g(f(5))) = 3$$

$$f(5) = 1$$

$$g(1) = -3 \quad g(b) = -3$$

$$b = 1$$

$$f(-3) = 3$$

$$f(3) = \sqrt{a-0} = 3$$

$$a-0 = 9$$

$$a = 9$$

$$f(g(f(2))) = 1$$

$$a = 2$$

$$-1 + 1 + 2 = 2$$

۶- تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً یکنواست. اگر $f(1) = 3$ و $f(2) = 1$ باشد، در کدام بازه نمودار تابع $f \circ f$ زیر خط $y = 3$ قرار می‌گیرد؟

(۲) $(-\infty, 1)$

(۱) $(-\infty, 2)$ ✓

(۴) $(2, +\infty)$

(۳) $(1, +\infty)$

$\psi(2) < \psi(1)$

$2 > 1$

اینجا نزول

~~$\psi(\psi(m)) < \psi(1)$~~

$\psi(m) > 1$

~~$\psi(m) > \psi(2)$~~

$x < 2$

۷- تابع $r = \{(f, \gamma), (f, a), (a, \delta)\}$ اکیداً صعودی است. مقدار $[a]$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

۴ (۲) ✓	$\begin{matrix} \gamma > f \\ \gamma > a \end{matrix}$	۳ (۱)
۶ (۴)	$\begin{matrix} \gamma > \delta \\ \gamma > a \end{matrix}$	۵ (۳)

$\gamma < a < f$ $r = \{(a, \delta), (f, \gamma), (a, \gamma)\}$
 $\gamma < f < \gamma$
 $\delta < \gamma < \gamma$ X

$r = \{(a, \gamma), (f, \gamma), (a, \delta)\}$

$f < a < \gamma$ $r = \{(f, \delta), (a, \delta), (a, \gamma)\}$
 $f < \delta < \gamma$ X
 $f < \delta < \delta < \gamma$
 \xrightarrow{a}

$r = \{(a, \gamma), (f, \delta), (a, \delta)\}$

$f < a < \delta \implies [a] = f$

۸- اگر $f(x) = x^3 - x^2$ و $g(x) = \sqrt{x^2}$ باشد، تابع $\frac{f}{g}$ روی کدام بازه نزولی است؟

(۱) $(\frac{1}{2}, 1)$

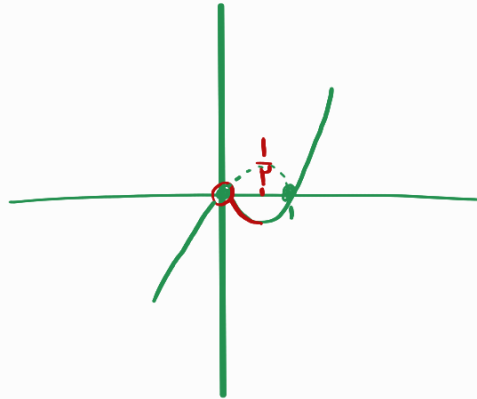
(۲) $(-\frac{1}{2}, 0)$

(۳) $(0, 1)$

(۴) $(0, \frac{1}{2})$ ✓

$$\frac{f}{g} = \frac{x^3 - x^2}{\sqrt{x^2}} = \frac{x^2(n-1)}{|n|} \Rightarrow \begin{cases} n(n-1) & n > 0 \\ -n(n-1) & n < 0 \end{cases}$$

$n=0$



۹- توابع $f(x) = x + m|x-1|$ و $g(x) = \left(\frac{1}{p}\right)^x$ مفروض اند. اگر تابع $g \circ f$ اکیداً یکنوا باشد؛ مجموعه مقادیر ممکن m کدام است؟

(۲) $[0, +\infty) - \{1\}$

(۱) $\mathbb{R} - [-1, 1]$

(۴) \mathbb{R}

(۳) $(-1, 1)$ ✓

$$f(m): \begin{cases} (1-m)x+m & x \leq 1 \\ (1+m)x-m & x \geq 1 \end{cases}$$

$$g \circ f = \begin{cases} \left(\frac{1}{p}\right)^{(1-m)x+m} & x \leq 1 \\ \left(\frac{1}{p}\right)^{(1+m)x-m} & x \geq 1 \end{cases}$$

$$(1-m)(1+m) > 0$$

$$(m-1)(m+1) < 0$$

$$-1 < m < 1$$

۱۰- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $f(x) = (4-m)\sqrt{(m-2)x+2}$ اکیداً صعودی است؟

۱ (۲) ✓

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

$$(m-2)/(4-m) > 0$$

$$(m-2)/(m-4) < 0$$

$$2 < m < 4 \quad (m=3)$$

کدام $\frac{b}{a}$ حاصل یک به یک است. $f(x) = \begin{cases} ax+b \\ \sqrt[3]{13x+14} \end{cases}$

$x=1$ تابع $|x|=1$: $|x|=1$
 $x \neq 1$ تابع $|x| \neq 1$: $|x| \neq 1$

۱) ± 1
 ۲) ± 1
 ۳) ± 2 ✓

$x=1$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt[3]{13(1)+14} = 4 \\ -a+b = \sqrt[3]{13(-1)+14} = 2 \end{cases}$$

$x=-1$

$b=1$ $b=4$ $a=2$ $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

$$\begin{cases} a(1)+b = \sqrt[3]{13(-1)+14} = 2 \\ a(-1)+b = \sqrt[3]{13(1)+14} = 4 \end{cases}$$

$\begin{cases} a+b=2 \\ -a+b=4 \end{cases}$

$b=1$ $b=4$ $a=-2$ $\frac{b}{a} = -2$

۱۲- توابع $f(x) = \frac{x}{2} - a$ و $g = \{(1, 5), (2, 3), (3, 4), (4, 2), (13, 6)\}$ مفروض اند. اگر $(f \circ g^{-1})(5) + (f \circ g^{-1})(6) = 6$ باشد،

$$g^{-1} = \{(5, 1), (3, 2), (4, 3), (2, 4), (6, 13)\}$$

مقدار $(f^{-1} \circ g)(fa)$ کدام است؟

۱ (۲)

۱۳ (۱)

۷ (۴) ✓

۵ (۳)

$$f(g^{-1}(5)) + f(g^{-1}(6)) = 6$$

$$f(1) + f(13) = 6$$

$$\frac{1}{2} - a + \frac{13}{2} - a = 6$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$f(n) = \frac{n-1}{2} \xrightarrow{\text{عکس}} f^{-1}(n) = \underline{2n+1}$$

$$f^{-1}(g^{-1}(6)) = f^{-1}(3) = 7$$

۱۳- اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{5-x}$ باشد، دامنه تابع $(f+g)$ بازه $[a, b]$ خواهد شد. حاصل $a+b$ کدام است؟

۳۳ (۲) ✓

۲۷ (۱)

۳۱ (۴)

۲۹ (۳)

$$D_f \Rightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \quad [2, +\infty)$$

$$D_{f+g} = [2, 5]$$

$$D_g \Rightarrow \begin{cases} 5-x \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad (-\infty, 5]$$

$$D_{(f+g)} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_{f+g}\}$$

$$= \{ [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in [2, 5] \}$$

$$2 \leq \sqrt{x-2} < 5 \xrightarrow{\text{تکون}}$$

$$2 \leq x-2 < 25 \rightarrow 4 \leq x < 27$$

پس: $\begin{matrix} [4, 27] \\ [a, b] \end{matrix} \quad \begin{matrix} a=4 \\ b=27 \end{matrix} \quad (27+4=31)$

۱۴- اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ معادله $f^{-1}(x) + \frac{x}{f(x)} = 0$ چند جواب دارد؟

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

صفر (۴)

۳ (۳)

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$$

$$\frac{-2x-1}{x-1} + \frac{x}{\frac{x-1}{x+2}} = 0$$

$$\frac{2x+1}{x-1} = \frac{x}{\frac{x-1}{x+2}}$$

$$\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \left(\frac{x-1}{x+2}\right) = x$$

$$\frac{2x+1}{x+2} = x$$

$$x^2 + 2x = 2x + 1$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$x = +1 \quad \times \quad \text{چون؟}$$

$$x = -1 \quad \checkmark$$

۱۵- ضابطه وارون تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 32}{\sqrt{x+1} + 3}$ به صورت $f^{-1}(x) = (\sqrt{x+a+b})^2 + c$ است. حاصل $a+b-c$ کدام است؟

۸ (۲)

۱ (۳) صفر

۱۲ (۴)

۱۰ (۳) ✓

$$f(n) = \frac{(n+4)(n-1)}{\sqrt{n+1} + 3} \times \frac{\sqrt{n+1} - 3}{\sqrt{n+1} - 3} = \frac{(n+4)(n-1)(\sqrt{n+1} - 3)}{n-1}$$

$$f(n) = \frac{(n+4)(\sqrt{n+1} - 3)}{\frac{n+1+3}{(\sqrt{n+1})^2}} = (\sqrt{n+1})^3 - 3(\sqrt{n+1})^2 + 3\sqrt{n+1} - 9 = (\sqrt{n+1} - 1)^3 - 1$$

$$y' = (\sqrt{n+1} - 1)^3 - 1$$

$$y' + 1 = (\sqrt{n+1} - 1)^3$$

$$\sqrt[3]{y'+1} = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\sqrt[3]{y'+1} + 1 = \sqrt{n+1}$$

$$(\sqrt[3]{y'+1} + 1)^2 = n+1$$

$$y = (\sqrt[3]{y'+1} + 1)^2 - 1$$

$$y = (\sqrt{x+a+b})^2 + c$$

$$a=1 \quad b=1 \quad c=-1$$

$$1+1+1=1$$

۱۶- نقطه $A(-3, 2)$ روی نمودار تابع $y = 2f(-x+3) - 5$ و نقطه $A'(m, n)$ روی نمودار تابع $y = 2f^{-1}(2x+1) - 3$ متناظرند.

حاصل $4m - n$ کدام است؟

-5 (۲)

-14 (۱)

۱۱ (۴)

-4 (۳) ✓

$$r = 2f(a) - 5$$

$$f(a) = \frac{r}{2}$$

$$n = 2f^{-1}(2m+1) - 3 \quad f^{-1}(2m+1) = \frac{n+3}{2} \Rightarrow f\left(\frac{n+3}{2}\right) = 2m+1$$

$$c_1 = \frac{n+3}{2} \quad n=4$$

$$2m+1 = 2, 5 \quad m = \frac{5}{4}$$

$$2m - n = -2$$

۱۷- نقاط $A(1, -5)$ و $B(-1, 4)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x-1)+1$ قرار دارند. اگر نقاط A' و B' روی نمودار تابع

$y = f(-kx)+k$ به ترتیب متناظر نقاط A و B باشد، مقدار k کدام باشد تا پاره‌خط‌های AB و $A'B'$ موازی باشند؟

مساوی

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{27} \quad (1)$$

$$-6 \quad (3) \checkmark$$

$$-4 \quad (3)$$

$$3f(1)+1=-5 \quad f(1)=-2$$

$$A' \left(-\frac{1}{k}, k-2 \right)$$

$$3f(-3)+1=4 \quad f(-3)=1$$

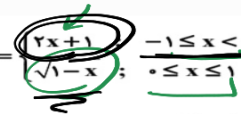
$$B' \left(\frac{3}{k}, k+1 \right)$$

$$m_{AB} = \frac{-4}{2}$$

$$m_{A'B'} = \frac{3}{\frac{4}{k}} = \frac{3k}{4}$$

$$\frac{3k}{4} = \frac{-4}{2} \quad (k=-9)$$

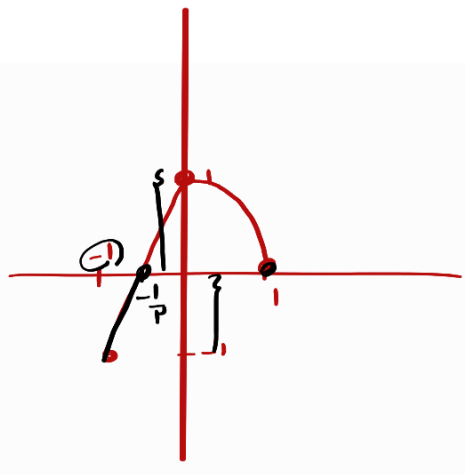
۱۸- تابع $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{1-x}}$; $-1 \leq x < 0$ و $0 \leq x \leq 1$ کدام است؟



کدام است؟

$\frac{1}{2} \leq x$ ✓
 $\frac{1}{2} \leq x$

$\frac{1}{4} \leq x$
 $1 \leq x$



$$f(\varphi(t)) = \begin{cases} \sqrt{\varphi(t)+1} & -1 \leq \varphi(t) < 0 \\ \sqrt{1-\varphi(t)} & 0 \leq \varphi(t) \leq 1 \end{cases}$$

$$f \circ \varphi = \begin{cases} \sqrt{2n+1} & -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt{-2n} & -\frac{1}{2} \leq n < 0 \\ \sqrt{1-\sqrt{1-x}} & 0 \leq n \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \leq n < 0 \quad \checkmark \\ 0 \leq n \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [a, b] & \quad a = -\frac{1}{2} \quad b = 0 \\ [-\frac{1}{2}, 0] & \quad b - a = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۹- به ازای چند مقدار متمایز P ، نقطه $M(P, -P+4)$ روی نمودار وارون تابع $f(x) = (x-1)^3 + 3x^2 - x - 71$ قرار دارد؟

$$x^3 - 3x^2 - 1 + 3x$$

۳ (۲)

$$M'(P+ε, P)$$

۴ (۱)

۱ (۴) ✓

۲ (۳)

$$f(x) = x^3 + 2x - 71$$

$$P = (-P+ε)^3 + 2(-P+ε) - 71$$

$$P^3 - 12P^2 + 21P = 0$$

$$P(P^2 - 12P + 21) = 0$$

\downarrow
 $P=0$

\downarrow
 $\Delta < 0$

$$P=0 \checkmark$$

۲۰- معادله $(3x-2)^3 - x^3 = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{3x}$ چند جواب دارد؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۴ (صفر)

۱ (۳) ✓

$$\frac{(3n-2)^3 + \sqrt[3]{3n}}{\psi(3n-2)} = \frac{x^3 + \sqrt[3]{n+2}}{\psi(n)}$$

ص ۱ ↙ ↘ ص ۱
ص ۱ ↗

$$\cancel{\psi(3n-2)} = \cancel{\psi(n)}$$

جواب ندهد اص

$$3n-2 = n \quad 2n=2 \quad n=1$$