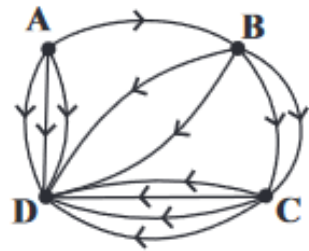


۱- شکل زیر مسیرهای موجود بین شهرهای A و B و C و D می باشد و برای هر مسیر از مبدأ به مقصد ۵ نوع وسیله نقلیه وجود دارد. حسن به چند



حالت می تواند از شهر A به شهر D برود به شرطی که از هر وسیله نقلیه حداکثر یکبار استفاده کند؟

۱۰۶۵ (۲)

۴۵۵ (۱)

۷۵۰ (۴)

۵۳۵ (۳)

①  $A \rightarrow D$  حالت  $3 \times 5 = 15$

②  $A \rightarrow B \rightarrow D$  حالت  $1 \times 5 \times 2 \times 4 = 40$

③  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  حالت  $1 \times 5 \times 2 \times 4 \times 4 \times 3 = 480$

$480 + 40 + 15 = \underline{535}$

۲- نهایی با ارقام ۲, ۳, ۴, ..., ۹ چند عدد ۸ رقمی (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت بطوری که در هیچ کدام از آن‌ها دو رقم متوالی فرد نباشند؟

۴۸ (۴)

۴۰۳۲۰ (۳)

۱۱۵۲ (۲)

۵۷۶ (۱)

زوج : ۲, ۴, ۶, ۸

فرد : ۳, ۵, ۷, ۹

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \frac{2}{3} \frac{4}{5} \frac{6}{7} \frac{8}{9} \Rightarrow 4! \times 4! \\ \textcircled{2} \frac{2}{5} \frac{4}{3} \frac{6}{7} \frac{8}{9} \Rightarrow 4! \times 4! \end{array} \right\} 2 \times 4! \times 4! = \underline{\underline{1152}}$$

۳- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ چند عدد ۵ رقمی با ارقام غیرتکراری می‌توان ساخت که دو رقم آن زوج و سه رقم آن فرد باشد به طوری که ارقام زوج

کنار هم و ارقام فرد هم کنار هم قرار گیرند؟

۲۸۸ (۴)

۷۲ (۳)

۳۶ (۲)

۵۷۶ (۱)

$$\binom{4}{2} \times 2 \times \binom{4}{3} \times 3! \times 2 = 6 \times 2 \times 4 \times 6 \times 2 = \underline{576}$$

رر زوفوف / فوفوف زز  
④                      ①

۴- نهایی مقدار  $n$  در معادله  $15(15!+14!) = (n+1)!$  کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

$$15(15!+14!) = 15(15 \times 14! + 14!) = 15 \times 14!(15+1) = 15! \times 16 = \underline{16!}$$

$$16! = (n+1)! \Rightarrow 16 = n+1 \rightarrow \underline{n=15}$$

۵- با حروف کلمه flowers چند جایگشت هفت حرفی می‌توان ساخت که حرف **o** در وسط قرار گیرد و **۲** حرف **w** و **s** در ابتدا و انتهای کلمه قرار

نگیرد؟

۲۰۸ (۴)

۲۲۸ (۳)

۲۴۸ (۲)

۲۸۸ (۱)

$$\frac{4}{\text{---}} \times \frac{4}{\text{---}} \times \frac{3}{\text{---}} \times \frac{1}{\text{O}} \times \frac{2}{\text{---}} \times \frac{1}{\text{---}} \times \frac{3}{\text{---}} = 288$$

۶- یک مجموعه با  $n$  عضو شامل حروف  $a, b, c$  است. اگر این مجموعه دارای ۲۱ زیرمجموعه ۳ عضوی شامل حرف  $a$  و فاقد حروف  $b$  و  $c$  باشد.

مجموعه  $n$  عضوی چند زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟

۲۴ (۴)

۲۸ (۳)

۳۶ (۲)

۴۵ (۱)

$$21 = \binom{n-3}{2} \Rightarrow \frac{(n-3)!}{(n-5)! \times 2!} = 21 \Rightarrow \frac{(n-3)(n-4) \cancel{(n-5)!}}{\cancel{(n-5)!} \times 2} = 21$$

$$=(n-3)(n-4) = 42 = 6 \times 7 \rightarrow \underline{n=10}$$

$$\text{زیرمجموعه های ۲ عضوی} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{8! \times 2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

۷- نهایی به چند حالت می‌توان از میان ۱۰ دانش‌آموز کلاس دهم و ۸ دانش‌آموز کلاس نهم یک گروه ۳ نفره انتخاب کرد به طوری که حداقل ۲

دانش‌آموز کلاس دهمی انتخاب شده باشد؟

(۱) ۱۲۰

(۲) ۳۶۰

(۳) ۴۸۰

(۴) ۲۴۰

حالت ① 
$$\binom{10}{2} \binom{8}{1} = \frac{10!}{8! \times 2!} \times 8 = \frac{10 \times 9 \times 8}{2} = 360$$

حالت ② 
$$\binom{10}{3} \binom{8}{0} = \frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$360 + 120 = 480$$

۸- از بین ۷ دانشجو که ۲ نفر از آنها گواهی‌نامه رانندگی دارند می‌خواهیم ۵ نفر را با یک ماشین به تحقیق علمی بفرستیم. در چند حالت هر دو فرد

گواهی‌نامه‌دار با هم به این تحقیق خواهند رفت و یکی از آنها رانندگی می‌کند؟ (ظرفیت صندلی‌ها ۵ نفر و ترتیب نشستن آنها مهم است)

۲۴۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

۴۸۰ (۱)

$$\binom{7}{1} \times \binom{6}{1} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} = 7 \times 6 \times 60 = 2520$$



۹- فضای نمونه آزمایش پرتاب  $(n+3)$  سکه دارای ۲۵۶ برآمد است. فضای نمونه آزمایش پرتاب  $(n-2)$  تاس و  $n$  سکه چند عضو دارد؟

~~۲۶۱۲ (۴)~~

~~۱۰۸۰ (۳)~~

۶۹۱۲ (۲)

~~۵۷۶ (۱)~~

$$2^{n+3} = 256 = 2^8 \rightarrow n+3 = 8 \rightarrow \underline{n=5}$$

$$n(S) = 4^3 \times 2^5 = 216 \times 32 = 6912$$

۱۰- دو تاس قرمز و آبی را پرتاب می‌کنیم. اگر حاصل ضرب دو عدد رو شده مضرب ۱۲ باشد، یک تاس مشکی و در غیر این صورت ۲ سکه پرتاب

می‌کنیم. فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟

۱۵۴ (۴)

۱۵۸ (۳)

۱۶۸ (۲)

۱۵۶ (۱)

$$\{(2,6)(3,4)(4,3)(4,6)(6,2)(4,4)(6,6)\} = \underline{\underline{۷ \text{ حالت}}} / ۷ \times ۶ = \underline{\underline{۴۲}}$$

کل حالات پرتاب ۲ تاس دو تاس  $\underline{\underline{۳۶}}$   $\underline{\underline{۳۶-۷}} = \underline{\underline{۲۹ \text{ حالت}}} / ۲۹ \times ۴ = \underline{\underline{۱۱۶}}$

$$۱۱۶ + ۴۲ = \boxed{۱۵۸}$$

۱۱- اگر  $\frac{3x^2+2}{(x-2)(2x+3)} - 1 = \frac{2}{x-2}$  باشد، تعداد جوابهای معادله کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱) صفر

$$\frac{3x^2+2}{(x-2)(2x+3)} - 1 = \frac{3x^2+2}{(x-2)(2x+3)} - \frac{2x^2-2x-6}{(x-2)(2x+3)} = \frac{2(2x+3)}{(x-2)(2x+3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-3x+2}{(x-2)(2x+3)} = 0 \rightarrow \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(2x+3)} = 0 \begin{cases} x=1 \checkmark \\ x=2 \times \end{cases}$$

۱۲- به ازای کدام مقدار  $m$ ،  $x = -2$  جواب معادله  $\frac{x^2 + 3m}{-m} - \frac{x}{-2} = \frac{x(x+1)}{-3m}$  است؟

$$\frac{-6}{5} \quad (4)$$

$$\frac{6}{5} \quad (3)$$

$$\frac{-5}{6} \quad (2)$$

$$\frac{5}{6} \quad (1)$$

$$\underline{x = -2} \rightarrow \frac{4 + 3m}{-m} - 1 = \frac{2}{-3m} \rightarrow 12 + 9m + 3m = 2 \rightarrow 12m = -10 \rightarrow \underline{m = -\frac{5}{6}}$$

۱۳- استخری توسط دو شیر A و B پر می‌شود. شیر A، ۳ ساعت زودتر از شیر B استخر را پر می‌کند و اگر هر دو شیر با هم باز باشند استخر در ۲

ساعت پر می‌شود. هر دو شیر را باز می‌کنیم و پس از یک ساعت شیر A خراب می‌شود. مابقی استخر توسط شیر B در چند دقیقه پر خواهد شد؟

۶۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۹۰ (۲)

۱۸۰ (۱)

$$\frac{1}{\cancel{A}} + \frac{1}{B} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عزیم مشترک}} \frac{1}{2B(B-3)} \Rightarrow 2B + 2B - 4 = B^2 - 3B \Rightarrow B^2 - 7B + 4 = 0 \begin{cases} B=1 \times \\ B=4 \checkmark \end{cases}$$

۱	۳۶۰
$\frac{1}{4}$	$x \rightarrow x = 180$

۱۴- محمد کاری را در مدت ۶ ساعت انجام می‌دهد و علی همان کار را در مدت ۱۲ ساعت انجام می‌دهد. نفر سومی به آنها اضافه می‌شود و همان کار را

در مدت  $t$  ساعت انجام می‌دهد. اگر ۳ نفر با هم کار کنند، کار در مدت ۲ ساعت انجام می‌شود.  $t$  چند ساعت است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{t} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{t} = \frac{1}{12} \Rightarrow \underline{t=4}$$

۱۵- یک کیک را بین چند نفر تقسیم کردیم و به هر یک مقدار مساوی رسید. پس از نیم ساعت یک نفر و پس از یک ساعت ۲ نفر دیگر به این جمع اضافه

$n$

شد سپس دوباره یک کیک مشابه کیک اول بین آنها به طور مساوی تقسیم گردید. پس از اضافه شدن این افراد به هر یک  $\frac{1}{6}$  کمتر رسید. تعداد اولیه

چند نفر بودند؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۶ (۳)

۴ (۴)

$$\frac{1}{n} / \frac{1}{n+3}$$

$$\frac{1}{n+3} = \frac{1}{n} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{n^2+3n} = \frac{1}{4} \rightarrow n^2+3n-12=0 \begin{cases} \rightarrow n=-4 \times \\ \rightarrow n=+3 \checkmark \end{cases}$$

۱۶- گلدانی داریم از جنس نقره و مس که نسبت جرم نقره خالص به جرم مس خالص آن، برابر ۷ است. اگر گلدان را ذوب کرده و به آن ۱۰۰ گرم نقره

اضافه کنیم و دوباره گلدان را بسازیم ۹۰ درصد جرم گلدان از نقره خالص است. جرم نقره در گلدان جدید چند گرم است؟

۵۰۰ (۴)

۴۵۰ (۳)

۳۵۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

$$\frac{m_{\text{نقره}}}{m_{\text{کل}}} = \frac{90}{100} = \frac{x + 100}{x + 100 + \frac{1}{7}x} = \frac{9}{10} \Rightarrow 70x + 7000 = 72x + 4200$$

$$\rightarrow 2x = 2800 \rightarrow x = 1400 = \text{نقره اولیه}$$

$$m_{\text{نقره جدید}} = 1400 + 100 = 1500$$



۱۷- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ ، کدام است؟

۱۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

$$\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x^2 - 5x + 2 - x^2 + x + 4}{x^2 - 4} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 8}{x^2 - 4} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 24 = 2x^2 - 8 \rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \quad \begin{cases} x=8 \\ x=4 \end{cases}$$

$$A = \{(2, a^2 - a - 2), (5, -8), (2a + 1, k^2), (-1, 5), (2, 0)\}$$

۱۸- اگر رابطهٔ روبه‌رو یک تابع باشد، حاصل  $k^2 + 2a^2$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۵ (۳)

۱۷ (۲)

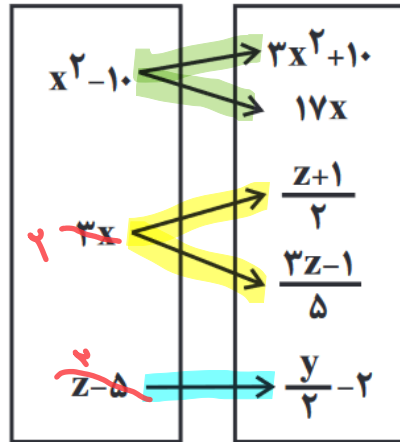
۱۸ (۱) صفر

$$a^2 - a - 2 = 0 \begin{cases} a = -1 \checkmark \rightarrow A = \{(2, 0), (5, -8), (-1, k^2), (-1, 5)\} \\ a = 2 \rightarrow A = \{(2, 0), (5, -8), (5, k^2), (-1, 5)\} \times \end{cases}$$

$$k^2 = 5 / a = -1$$

$$k^2 + 2a^2 = 5 + 2 = 7$$

۱۹- اگر رابطه مقابل تابع باشد؛ حاصل  $xyz$  کدام است؟



۷۰ (۱)

۵۶ (۲)

۴۲ (۳)

۸۴ (۴)

$\rightarrow 3x^2 + 10 = 17x \rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{17 \pm 13}{4} \rightarrow x = \frac{5}{3}$   
 $\Delta = 289 - 120 = 169$

$\rightarrow \frac{z+1}{2} = \frac{3z-1}{5} \Rightarrow 5z + 5 = 6z - 2 \rightarrow z = 7$

$\rightarrow \frac{y}{2} - 2 = 4 \rightarrow y = 12$

$xyz = 7 \times 12 \times \frac{5}{3} = 140$

۲۰- رابطه  $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$  یک تابع است، حاصل  $f(-3) + f(3)$  کدام است؟

۲ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

(۱) صفر

$$m^2 - m - 2 = 0 \begin{cases} \rightarrow m = -1 \rightarrow f = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (-1, 4)\} \checkmark \\ \rightarrow m = +2 \rightarrow f = \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (2, 4)\} \times \end{cases}$$

$$f(-3) + f(3) = -1 + 1 = 0$$