


۶۱- عرض از مبدأ خطی که شیب آن  $\frac{-۴}{۳}$  است و از نقاط  $A(۳-k, ۳k)$  و  $B(k+\frac{۳}{۲}, ۲-k)$  می‌گذرد، کدام است؟ 

$$۴(۲)$$

$$۲(۱)$$

$$-۴(۴)$$

$$-۲(۳)$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{۲-k-۳k}{k+\frac{۳}{۲}-۳+۱k} = \frac{-۲k+۲}{۲k-\frac{۳}{۲}} = \frac{-۴}{۳}$$

$$-۱k+۴ = -۱۲k+۴$$

$$\underline{k=۰}$$


$$A(۳, ۰)$$

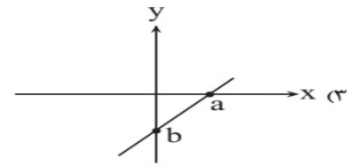
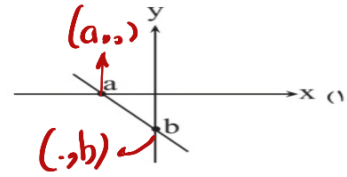
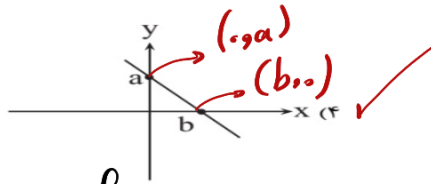
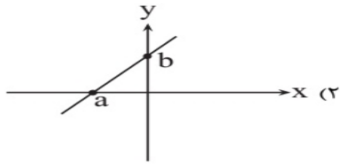
$$B(\frac{۳}{۲}, ۲)$$

$$y = ax + b$$

$$y = \frac{-۴}{۳}x + \underline{b} \xrightarrow{(۳, ۰)} ۰ = -۴ + b \quad \underline{b=۴}$$


عوض از مبدأ

۶۲- نمودار خط به معادله  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ (  $a \neq b, a, b \neq 0$  ) 



$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{y=0} \frac{x}{a} = 1 \quad x=a \quad (a, 0)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \xrightarrow{x=0} \frac{y}{b} = 1 \quad y=b \quad (0, b)$$

۶۳- قرینه نقطه  $M(1, 3)$  نسبت به محل تلاقی خطهای  $2x - 3y = 7$  و  $x + y = 6$  کدام است؟ 

$(-1, 2)$  (۲)

$(-3, -3)$  (۱)

$(2, -7)$  (۴)

$(9, -1)$  (۳) ✓

$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \rightarrow 2(4 - y) - 3y = 7 \\ x + y = 4 \rightarrow x = 4 - y \\ x = 4 - 1 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 1x - 2y - 3y = 7 \\ -5y = -5 \\ y = 1 \\ x = 3 \end{cases} \quad A(3, 1)$$



$$A = \frac{M + M'}{2} \quad M' = 2A - M = (1, 2) - (1, 3) = (4, -1)$$

۶۴- نقاط  $A(\frac{1}{2}, -3)$  و  $B(a, 2a)$  مفروض اند، اگر طول پاره خط  $AB$  برابر  $\frac{\sqrt{13}}{2}$  باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

$$\frac{9}{5} \quad (2)$$

$$\frac{13}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{11}{5} \quad (3)$$


$$AB = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (2a + 3)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (2a + 3)^2 = \frac{13}{4}$$

$$a^2 + \frac{1}{4} - a + 4a^2 + 12a + 9 = \frac{13}{4}$$

$$5a^2 + 11a + 4 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -1 \\ a = -\frac{4}{5} \end{array} \right\} -1 + \frac{9}{5} = \frac{4}{5}$$

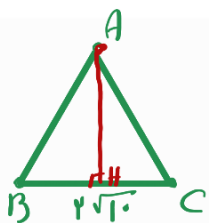
۶۵- اگر  $A(1,1)$  و  $B(-2,1)$  و  $C(-4,-5)$  سه رأس مثلث  $ABC$  باشند، مساحت این مثلث کدام است؟ 

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

$2\sqrt{10}$  (۴)

$\sqrt{10}$  (۳)



$$BC = \sqrt{(-2-1)^2 + (-5-1)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\infty \quad y-1 = \frac{-2-1}{-5+2}(x+2) \quad y = 3x+7$$

$A(1,1)$

$$0y - 3x - 7 = 0$$

$$AH = \frac{|-3+1-7|}{\sqrt{1+9}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$S = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{2\sqrt{10} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{2} = 1$$

۶۶- دایره‌ای در ناحیه اول بر محورهای مختصات و خط  $3x+4y=12$  مماس شده است. اختلاف مساحت دایره‌های ممکن کدام است؟

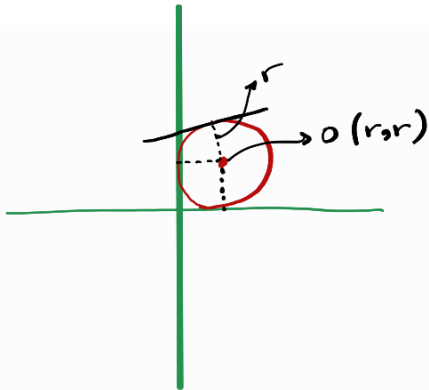


۳۳π (۲)

۲۴π (۱)

۴۰π (۴)

۳۵π (۳) ✓



$$H \rightarrow \begin{cases} O(r,r) \\ 3x+4y-12=0 \end{cases} \quad r = OH = \frac{|3r+4r-12|}{\sqrt{4+16}} = \frac{|7r-12|}{5}$$

$$r = \frac{|7r-12|}{5}$$

$$|7r-12| = 5r$$

$$7r-12 = 5r \quad r=6 \quad S = 36\pi$$

$$7r-12 = -5r \quad r=1 \quad S = \pi$$

$$\Delta S = 35\pi$$

۶۷- اگر فاصله نقطه A واقع بر محور yها از خطی موازی با نیمساز ربع چهارم به معادله  $(a-2)x - ay - 4 = 0$  برابر با  $2\sqrt{2}$  باشد، آنگاه مجموعه

مقادیر ممکن برای عرض نقطه A کدام است؟

{0, -8} (۲) ✓

{1, 4} (۱)

{-2, 4} (۴)

{-1, 2} (۳)

موازی  $y = \frac{a-2}{a}x - \frac{4}{a} \rightarrow m = -1$   
 $y = -x \rightarrow m = -1$

$\frac{a-2}{a} = -1 \quad a = 1$

$y + x + \varepsilon = 0$   
 A(0, y)

$2\sqrt{2} = \frac{|0 + y + \varepsilon|}{\sqrt{1+1}}$

$\varepsilon = |y + \varepsilon|$        $y + \varepsilon = \varepsilon \quad y = 0$   
 $y + \varepsilon = -\varepsilon \quad y = -1$

$O(0,0)$

۶۸- اگر فاصله مبدأ مختصات از خط  $2my + x = n$  برابر ۴ واحد باشد و نقطه  $A(2,4)$  روی این خط قرار داشته باشد،  $n$  کدام است؟

۵ (۲) ✓

$$\frac{3}{8} \quad (1)$$

۳ (۴)

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$2my + x - n = 0$$

$$r = \frac{|0+0-n|}{\sqrt{4m^2+1}} \xrightarrow{\text{توجه}}$$

✓  $Am + P = n$

$$1\left(\frac{3}{8}\right) + P = n$$
$$n = 5$$

$$19 = \frac{n^2}{4m^2+1}$$

$$48m^2 + 19 = n^2$$

$$48m^2 + 19 = 48m^2 + 8 + 32m$$
$$32m = 12 \quad m = \frac{3}{8}$$



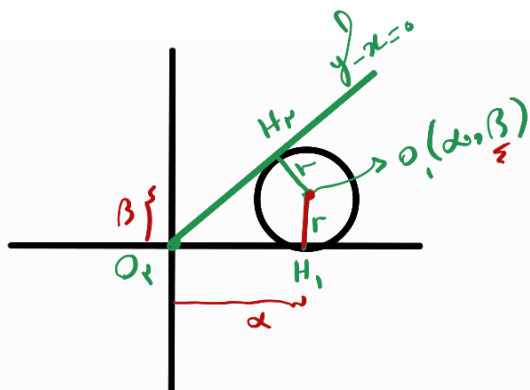
۶۹- دایره‌ای در ناحیه اول بر محور xها و نیمساز ناحیه اول مماس است. در صورتی که فاصله مرکز دایره تا مبدأ مختصات برابر ۲ باشد، مساحت دایره کدام است؟

$$(4 - 2\sqrt{2})\pi \quad (2)$$

$$(2 - \sqrt{2})\pi \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\frac{\pi}{4 - 2\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{2 + \sqrt{2}} \quad (3)$$



$$OH_1 = r = \beta$$

$$OH_2 = \frac{|\beta - \alpha|}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}} = r$$

$$\frac{\alpha - \beta}{\sqrt{2}} = \beta \quad \alpha - \beta = \sqrt{2}\beta$$

$$\alpha = (1 + \sqrt{2})\beta$$

$$O((1 + \sqrt{2})\beta, \beta)$$

$$2O = \sqrt{\beta^2 + ((1 + \sqrt{2})\beta)^2} = \beta\sqrt{2 + 2\sqrt{2}} = 2$$

$$r = \beta = \frac{2}{\sqrt{2 + 2\sqrt{2}}}$$

$$S = \pi r^2 = \pi \left( \frac{2}{\sqrt{2 + 2\sqrt{2}}} \right)^2 = \pi (2 - \sqrt{2})$$

۷۰- اگر  $A(0,2)$  یک رأس مربع  $ABCD$  و  $x-2y-7=0$  معادله یک قطر آن باشد، مساحت دایره‌ای که مربع  $ABCD$  درون آن واقع است و

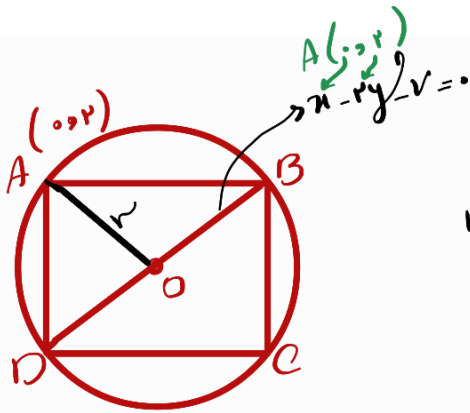
چهار رأس آن روی محیط دایره قرار دارد، کدام است؟

$$\frac{9\pi}{5} \quad \text{ب}$$

$$\frac{121\pi}{5} \quad \text{د} \quad \checkmark$$

$$\frac{36\pi}{5} \quad \text{ا}$$

$$\frac{484\pi}{5} \quad \text{ب}$$



$$r = OA = \frac{|0 - 2 - 7|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

$$S = \pi \left(\frac{11}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{121\pi}{5}$$

۷۱- خطوط  $x+y=3$  و  $x-y=1$  معادلات دو قطر متمایز یک دایره به مساحت  $4\pi$  می‌باشند. اگر این دایره از نقطه  $A(m, 2)$  بگذرد، حاصل ضرب

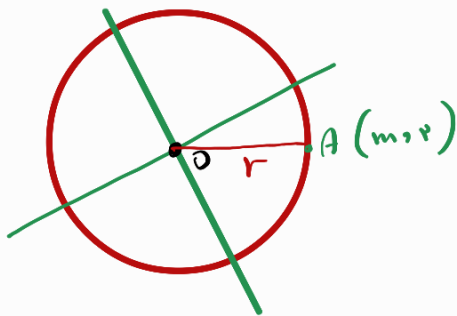
مقادیر ممکن برای  $m$  کدام است؟

$$4\sqrt{5} \quad (2)$$

$$-1 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$-4 \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$



$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3-x \\ y=x-1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3-x &= x-1 \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

$$O(2, 1)$$

$$Or = \sqrt{(2-1)^2 + (m-2)^2} = \sqrt{4}$$

$$1 + (m-2)^2 = 4$$

$$(m-2)^2 = 3$$

$$m-2 = \pm\sqrt{3}$$

$$m_1 = 2 + \sqrt{3}$$

$$m_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$S = \pi R^2$$

$$4\pi = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$m_1 m_2 = 2 - 3 = -1$$

۷۲- به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، معادله  $(x^2-1)^2 - mx^2 + 1 - m = 0$  دارای چهار ریشه متمایز است؟

۴ (۲)

۱ (۱) ✓

۶ (۴)

۵ (۳)

$$x^4 - 2x^2 + 1 - mx^2 + 1 - m = 0$$

$$x^4 - (2+m)x^2 + 2 - m = 0 \quad \xrightarrow{x^2 = t}$$

$$t^2 - (2+m)t + 2 - m = 0 \quad \begin{matrix} t_1 > 0 \\ t_2 > 0 \end{matrix}$$

$$P \Delta: \quad 2 - m > 0 \quad m < 2$$

$$S \Delta: \quad \frac{2+m}{1} > 0 \quad m > -2$$

$$\left. \begin{matrix} -2 < m < 2 \\ m = -1, 0, 1 \end{matrix} \right\}$$

$$14 \quad m = 0 \quad (x^2-1)^2 + 1 = 0 \quad \times \text{ع}$$

$$14 \quad \checkmark m = 1 \quad (x^2-1)^2 - x^2 = 0 \quad (x^2-1)^2 = x^2 \quad \begin{matrix} x^2 - 1 = x \rightarrow \text{ع} \\ x^2 - 1 = -x \rightarrow \text{ع} \end{matrix}$$

$$14 \quad m = -1 \quad (x^2-1)^2 + x^2 + 1 = 0 \quad (x^2-1)^2 = \underbrace{-x^2 - 1}_{\ominus} \quad \times \text{ع}$$

۷۳- اگر خط  $x = 2/5$  محور تقارن سهمی  $y = -5x^2 + ax - 8$  باشد، مجموع طول و عرض رأس سهمی کدام است؟

۲۳/۵ (۲)

۲۳/۲۵ (۱)

۲۵/۲۵ (۴) ✓

۲۵/۵ (۳)


$$x_g = \frac{-b}{2a} = \frac{-a}{-10} = 2/5 \quad (a = 25)$$

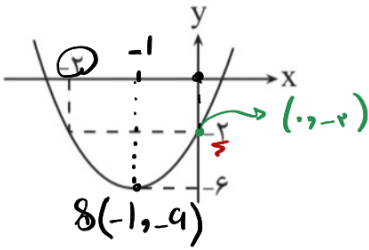
$$y = -5x^2 + 25x - 8$$

$$x_g = 2/5$$

$$y_g = 23/25$$

$$23/25 + 2/5 = 25/5$$

۷۴- با توجه به شکل مقابل که نمودار تابع درجه دوم  $f(x)$  است؛ مجموع مربعات ریشه‌های معادله  $f(x)=0$  کدام است؟ 



۵ (۱) ✓

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

$$f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{f(1) = -2} c = -2$$

$$f(x) = ax^2 + bx - 2 \xrightarrow{(-1, -4)}$$

$$x_1 x_2 = -1 \quad \frac{-b}{2a} = -1 \quad b = 2a$$

$$-4 = a - b - 2$$

$$-2 = a - b$$

$$-2 = a - 2a$$

$$-2 = -a \quad a = 2$$

$$b = 4$$

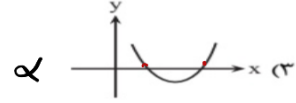
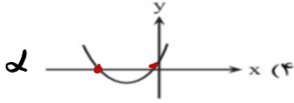
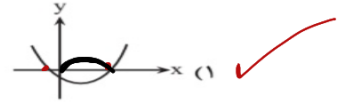
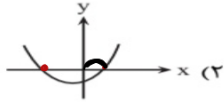
$$f(x) = 2x^2 + 4x - 2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right)$$

$$= (2)^2 - 2\left(\frac{-1}{2}\right) = 4 + 1 = 5$$

۷۵- شکل تابع درجه دوم  $f(x) = a^2x^2 - (a^2+1)x - a^2$  شبیه کدام است؟ ( $a \neq 0$ )

$a^2 > 0$   
 $a < 0$   
 دهانه رو به بالا



$$\Delta = \underbrace{(a^2+1)^2}_{+} + \underbrace{4a^2}_{++} > 0 \quad \text{شماره 2}$$

$$g = \frac{(a^2+1)^2}{a^2} > 0$$

$$p = \frac{-a^2}{a^2} = -1 \rightarrow \text{مختف المماس}$$

۷۶- مجموع جواب‌های معادله  $\frac{4}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = 2$  کدام است؟

$$2\sqrt{\frac{\Delta}{3}} \quad \text{C}$$

$$\frac{4}{(x-3)(x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x-3)}$$

$$\sqrt{\frac{\Delta}{3}} \quad \text{C}$$

۴ صفر ✓

$$-\frac{\Delta}{3} \quad \text{D}$$

$$\frac{4}{(x-3)(x-1)(x+1)}$$

$$4(x-1) - 2(x+1) = 2(x-1)(x+1)(x-3)$$

$$2(x-3) = 2(x-3)(x+1)(x-1)$$

$$2x^2 - 3 = 2$$

$$2x^2 = 5 \quad x^2 = \frac{5}{2} \quad x = \pm \sqrt{\frac{\Delta}{3}}$$

$$\left(\sqrt{\frac{\Delta}{3}} + \left(-\sqrt{\frac{\Delta}{3}}\right)\right) = 0$$



۷۷- معادله  $\sqrt{\sqrt[3]{x}+4} = \sqrt[3]{x}-2$  چند ریشه حقیقی دارد؟

۱ (۲) ✓

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

$$\sqrt[3]{x} = t$$

$$\sqrt{t+4} = t-2$$

$$t+4 = t^2 - 4t$$

$$t^2 - 5t = 0$$

$$t = 0 \quad t = 5$$

$$\sqrt[3]{x} = 0$$

$$x = 0$$

α

$$\sqrt[3]{x} = 5$$

$$x = 125$$

✓

۷۸- اگر  $\alpha - 2\beta$  و  $\beta - 2\alpha$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$  کدام است؟

$$\frac{26}{11} \quad \text{C} \quad \checkmark$$

$$\frac{74}{13} \quad \text{D}$$

$$\delta = 4$$

$$p = 1$$

$$\frac{21}{11} \quad \text{B}$$

$$\frac{141}{13} \quad \text{A}$$

$$\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{(-4)^2 - 2\left(\frac{13}{9}\right)}{\frac{13}{9}} =$$

$$= \frac{24}{11}$$

$$\alpha - 2\beta + \beta - 2\alpha = \alpha + \beta - 2(\alpha + \beta) = -(\alpha + \beta) = 4$$

$$\alpha + \beta = -4 \quad \delta = -4$$

$$(\alpha - 2\beta)(\beta - 2\alpha) = \alpha\beta - 2\beta^2 - 2\alpha^2 + 4\alpha\beta =$$

$$5\alpha\beta - 2(\alpha^2 + \beta^2) = 1$$

$$5P - 2(S^2 - 2P) = 1$$

$$5P - 2(16 - 2P) = 1$$

$$5P - 32 + 4P = 1$$

$$9P = 33 \quad P = \frac{11}{3}$$

۷۹- مجموع معکوس‌های دو عدد طبیعی متوالی مضرب ۳ برابر  $\frac{5}{18}$  است. جذر عدد بزرگتر کدام است؟

۶ (۲)

۳ (۱) ✓

$\sqrt{15}$  (۴)

$\sqrt{12}$  (۳)

$\frac{1}{x} \rightarrow 4$   
 $x+3 \rightarrow 9$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{18}$$

$$\frac{x+3}{x^2+3x} = \frac{5}{18}$$

$$18x^2 + 18x = 5x^2 + 15x + 54$$

$$13x^2 - 21x - 54 = 0$$

$$\Delta = 18^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-54)$$

$$x_1, x_2 = \frac{21 \pm \sqrt{18^2 - 4 \cdot 13 \cdot (-54)}}{2 \cdot 13}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -\frac{11}{13} \text{ عدد منفرجه}$$

$$\sqrt{9} = 3$$

۸۰- اگر یک شیء از بالای ساختمانی به ارتفاع ۶۰ متر سقوط آزاد کند، پس از  $t$  ثانیه در ارتفاع  $h$  متری از سطح زمین قرار خواهد داشت به طوری که

این جسم چهار ثانیه پس از سقوط در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین (برحسب متر) قرار دارد؟  $t = \sqrt{20 - \frac{h}{3}}$

۱۲ (۲) ✓

۱۰ (۱)

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

$$t = 4 \quad y = \sqrt{20 - \frac{h}{3}}$$

$$16 = 20 - \frac{h}{3} \quad -4 = -\frac{h}{3} \quad h = 12$$