

۱- اگر $A(2, b)$ روی نمودار $y_1 = 3 - 2f(4 - \frac{x}{2})$ و $A'(a, 4)$ روی نمودار $y_2 = 1 + f(\frac{x+4}{a})$ متناظر با یکدیگر باشند،

مقدار $a - b$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۵ (۲) ✓

-۵ (۱)

$$b = 3 - 2f\left(4 - \frac{2}{2}\right)$$

$$b = 3 - 2f(3)$$

$$f(3) = \frac{3-b}{2}$$

$$4 = 1 + f\left(\frac{a+4}{a}\right)$$

$$f\left(1 + \frac{4}{a}\right) = 3$$

$$1 + \frac{4}{a} = 3$$

$$a = 2$$

$$2 + 3 = 5$$

$$\frac{3-b}{2} = 3$$

$$b = -3$$

۲- تابع $y = \frac{1}{x+1}$ را دو واحد به چپ انتقال داده و وارون آن را تابع $y = f(x)$ می‌نامیم. در ادامه تابع $y = \frac{1}{x+1}$ را در مرحله اول وارون کرده و سپس آن را دو واحد به چپ انتقال داده و آن را $g(x)$ می‌نامیم. مقدار $f \circ g(-3)$ چه عددی است؟

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{7}{2} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$-\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{x+1} \xrightarrow{\text{واحد چپ}} y = \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x+3} \xrightarrow{\text{واحد چپ}} f(x) = \frac{-x+1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x+1} \xrightarrow{\text{واحد چپ}} y = \frac{-x+1}{x} \xrightarrow{\text{واحد چپ}} y = \frac{-(x+2)+1}{x+2} = \frac{-x-1}{x+2} \quad g(x) = \frac{-x-1}{x+2}$$

$$f(g(-3)) = f(-2) = \frac{-(-2)+1}{-2} = \frac{-1}{-2}$$

$$g(-3) = \frac{-(-3)-1}{-3+2} = \frac{2}{-1} = -2$$

۳- تابع $y = 3f(2 - \frac{x}{3})$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و آن را وارون می‌کنیم. ضابطه تابع حاصل کدام است؟

$$-2f^{-1}(-\frac{x}{3}) - 1 \quad (2)$$

$$2f^{-1}(-\frac{x}{3}) + 6 \quad (1)$$

$$3f^{-1}(-\frac{x}{3}) - 6 \quad (4) \checkmark$$

$$3f^{-1}(\frac{x}{3}) + 1 \quad (3)$$

$$y = -3f(2 + \frac{x}{3})$$

$$\frac{y}{-3} = f(2 + \frac{x}{3})$$

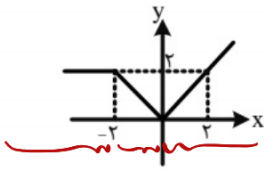
$$f^{-1}(\frac{y}{-3}) = 2 + \frac{x}{3}$$

$$f^{-1}(\frac{y}{-3}) - 2 = \frac{x}{3}$$

$$3f^{-1}(\frac{y}{-3}) - 6 = x$$

$$y = 3f^{-1}(\frac{-x}{3}) - 6$$

۴- نمودار تابع $y=2x+f(x)$ شکل روبه‌رو است. تابع $y=-x-f(x)$ در کدام بازه صعودی اکید است؟



$[0, +\infty)$ (۱)

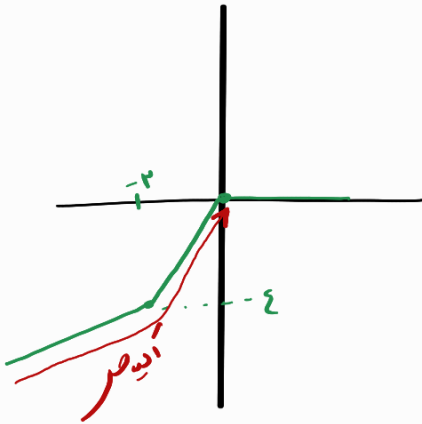
$[-2, 2]$ (۲)

$(-\infty, 0]$ (۳) ✓

$[0, 2]$ (۴)

$$2x + f(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ -x & -2 \leq x \leq 0 \\ 2 & x \leq -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \geq 0 \\ -2x & -2 \leq x \leq 0 \\ 2-2x & x \leq -2 \end{cases}$$



$$y = -x - f(x) = \begin{cases} 0 & x \geq 0 \\ 2x & -2 \leq x \leq 0 \\ x-2 & x \leq -2 \end{cases}$$

۵- سهمی $f(x) = (x-1)^2 - 4$ داده شده است. اگر نمودار f را یک واحد به چپ انتقال دهیم بر نمودار تابع

$y = b + r f\left(\frac{a-x}{r}\right)$ منطبق خواهد شد، ab کدام است؟

-۱۸ (۴)

-۲۴ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

$$y' = (x+1-1)^2 - \varepsilon = \underline{x^2 - \varepsilon}$$

$$y' = b + r \left(\frac{a-x}{r} - 1 \right)^2 - \varepsilon$$

$$y' = b + \varepsilon \left(\frac{a-x}{r} - 1 \right)^2 - 14$$

$$y' = b + \varepsilon \left(\frac{x^2 + a^2 - 2ax}{r} - a + x + 1 \right) - 14$$

$$y' = b + x^2 + a^2 - 2ax - \varepsilon a + \varepsilon x + \varepsilon - 14$$

$$y' = b + x^2 + (\varepsilon - 2a)x + a^2 - \varepsilon a - 14$$

$$y' = x^2 - \varepsilon$$

$$\begin{aligned} \varepsilon - 2a &= 0 \\ a &= r \end{aligned}$$

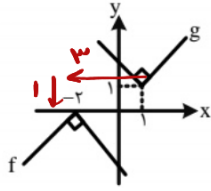
$$a^2 - \varepsilon a - 14 + b = -\varepsilon$$

$$\varepsilon - 14 - 14 + b = -\varepsilon$$

$$b = 14$$

$$ab = 28$$

۶- توابع رسم شده در شکل مقابل از انتقال و قرینه‌یابی تابع $y = |x|$ به دست آمده‌اند. اگر $g(x) + f(x+a) = b$ باشد،



حاصل ab کدام است؟

۳ (۱) ✓

۳ (۲)

۶ (۳)

-۶ (۴)

$$g(x+3) - 1 = -f(x)$$

$$g(x+3) + f(x) = 1$$

$$\xrightarrow{x-3}$$

$$g(x) + f(x-3) = 1$$

$$a = -3$$

$$b = 1$$

$$ab = -3$$

۷- اگر $f(x) = 3x + 2\sqrt{x}$ به طوری که $f(2-3\alpha) < f(4\alpha+9)$ باشد، حدود α کدام است؟

(۴) $(-\frac{9}{4}, -1)$

(۳) $(-1, \frac{2}{3}]$ ✓

(۲) $(\frac{2}{3}, 1)$

(۱) $(-1, \frac{2}{3})$

$D_f: x \geq 0$
 $\psi \Rightarrow$ اطمینان

$$2-3\alpha < 4\alpha+9$$

$$\forall \alpha > -1$$

$$\alpha > -1$$

شرط دوم: $2-3\alpha \geq 0$

$$\alpha \leq \frac{2}{3}$$

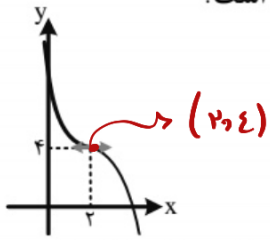
$$4\alpha+9 \geq 0$$

$$\alpha \geq -\frac{9}{4}$$

انتخاب

$$\alpha \in (-1, \frac{2}{3}]$$

۸- نمودار تابع $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$ شکل مقابل است. مقدار $f^{-1}(c)$ چه عددی است؟



(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) -۲

(۴) صفر



$$y = -(\underbrace{x-2}_{\text{مختصات } x})^3 + \underbrace{4}_{\text{مختصات } y}$$

$$y = -(x^3 - 4x^2 + 12x - 8) + 4$$

$$y = -x^3 + 4x^2 - 12x + 12$$

$$a = 4$$

$$b = -12$$

$$c = 12$$

$$f^{-1}(12) = 0$$

$$f(x) = 12 \quad 12 = -(x-2)^3 + 4 \quad x = 0$$

۹- تابع $f(x) = 2^x - 1$ مفروض است. طول نقاط نمودار f را نصف کرده و نمودار آن را ۲۱ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.

تابع g به دست می‌آید. مجموع ریشه‌های معادله $g(x) = 12f(x)$ کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۵ (۱) ✓

$$g(x) = f(x) + 21$$

$$f(2^n) + 21 = 12f(n)$$

$$2^{2^n} - 1 + 21 = 12(2^n - 1) \quad \xrightarrow{2^x = t}$$

$$t^2 + 20 = 12(t - 1)$$

$$t^2 - 12t + 32 = 0$$

$$t = 4 \quad t = 8$$

$$2^x = 4 \quad x = 2$$

$$2^x = 8 \quad x = 3$$

$$\rightarrow 2 + 3 = 5$$

۱۰- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{x-2}{1})^2 \leq (\frac{1}{5\sqrt{5}})^3 (x^2-3)^3$ به صورت $[\alpha, \beta]$ است. حاصل $\beta - 3\alpha$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۳

$$1/1 = \frac{1}{5} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2$$

$$\frac{1}{5\sqrt{5}} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{2n-1} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{3x^2-9}$$

$$2n-1 \geq 3x^2-9$$

$$3x^2 - 2n - 1 \leq 0$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 1$$

$$\alpha = -\frac{1}{3} \quad \beta = 1$$

$$1 - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^n \rightarrow \text{فرد}$$

۱۱- فرض کنید $f(x) = \frac{r x}{x-1}$ و $f \circ g(x) = a - \frac{1}{x-r}$ باشد، اگر $g(x)$ تابعی خطی باشد، مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$g(n) = t$$

$$f(t) = \frac{rt}{t-1}$$

$$f \circ g(n) = f(t) = a - \frac{1}{n-r}$$

$$\frac{rt}{t-1} = a - \frac{1}{n-r}$$

$$\frac{rt}{t-1} = \frac{an - ra - 1}{n-r}$$

$$rtn - rt = (t-1)(an - ra - 1)$$

$$rnt - rt = t(an - ra - 1) - an + ra + 1$$

$$t(an - ra - 1 - rn + r) = an - ra - 1$$

$$g(n) = t = \frac{an - ra - 1}{(a-r)n - ra + r}$$

$$\begin{aligned} a-r &= 0 \\ a &= r \end{aligned}$$

$$y = an + b$$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ به صورت مقابل است. اگر $g(x) = f(3-x)$ باشد، دامنه تابع $g \circ f(x)$ شامل چند عدد

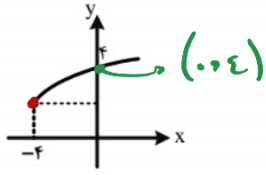
صحیح است؟

$x + \varepsilon$ (۱) ۲۵

$b = \varepsilon$ (۲) ۲۶ ✓

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳



$$f(0) = \varepsilon$$

$$a + \sqrt{\varepsilon} = \varepsilon$$

$$a = 2$$

$$b = \varepsilon$$

$$f(n) = 2 + \sqrt{n + \varepsilon} \rightarrow n + \varepsilon \geq 0 \quad n \geq -\varepsilon$$

$$g(n) = 2 + \sqrt{3 - n + \varepsilon} = 2 + \sqrt{3 - n} \rightarrow 3 - n \geq 0 \quad n \leq 3$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq -\varepsilon \mid 2 + \sqrt{n + \varepsilon} \leq 3\}$$

$$\sqrt{n + \varepsilon} \leq 1$$

$$n \leq 1$$

$$D_{g \circ f} = \{x \mid -\varepsilon \leq x \leq 1\}$$

اگر $f^{-1} = \{(2, 2), (4, -1), (5, -2), (2, 3)\}$ و $g(x) = \frac{12}{x-1}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲) ✓

۲۴ (۱)

$$f = \{(2, 3), (-1, 4), (-2, 5), (2, 2)\} \xrightarrow{D_f} \{2, -1, -2, 2\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{x=1\}$$

$$D_f \cap D_g = \{2, -1, -2, 2\}$$

$$g \circ f(2) = g(3) = \frac{12}{3} = 4$$

$$g \circ f(-2) = g(5) = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$g \circ f(-1) = g(4) = \frac{12}{4} = 3$$

$$g \circ f(2) = g(2) = 6$$

$$4 + 2.4 + 3 + 6 = 15.4$$

۱۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+3}{x+m-1}$ بر وارون خود منطبق است. اگر نمودار تابع $y = f(-\frac{2}{x})$ نمودار وارون خود را در نقاطی

به طول α و β قطع کند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

$$\frac{4}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{4} \text{ (۱) ✓}$$

$$\alpha = -d$$

$$2 = -(m-1)$$

$$2 = 1 - m$$

$$m = -1$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$f\left(-\frac{2}{x}\right) = \frac{2\left(-\frac{2}{x}\right)+3}{-\frac{2}{x}-2} = \frac{3x-2}{-2-2x}$$

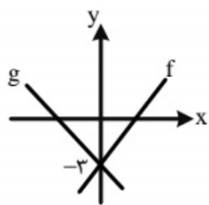
$$\frac{3x-2}{-2-2x} = x$$

$$3x-2 = -2x-2x^2$$

$$2x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۵- نمودار توابع خطی f و g به صورت مقابل است. اگر $f^{-1} \circ g(x) = -3x + g(-1)$ باشد، مقدار $g \circ f^{-1}(4)$ کدام است؟



-۱۸ (۱)

-۲۴ (۲) ✓

-۱۵ (۳)

-۱۲ (۴)

$$f(x) = ax - 3$$

$$g(x) = bx - 3$$

$$f^{-1} = \frac{x+3}{a}$$

$$\frac{b}{a}x = -3n - b - 3$$

$$-b - 3 = 0 \quad b = -3$$

$$\frac{b}{a} = -3 \quad \frac{-3}{a} = -3 \quad a = 1$$

$$f(x) = x - 3$$

$$g(x) = -3x - 3$$

$$f^{-1} = x + 3$$

$$g \circ f^{-1}(4) = -24$$

$$f^{-1}(4) = 7$$

$$g(7) = -3(7) - 3 = -24$$

۱۶- اگر $2^a = 9$ و $3^a - 2 = \log_{\sqrt{3}}^b$ باشد، حاصل \log_3^b کدام است؟

۴ (۴) ✓

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$3^a - 2 = 2 \log_{\sqrt{3}} b$$

$$\log_{\sqrt{3}} b = \frac{3^a - 2}{2}$$

$$\sqrt{3}^{\left(\frac{3^a - 2}{2}\right)} = b$$

$$\sqrt{3}^{\frac{3^a}{2}} \times \sqrt{3}^{-1} = b$$

$$(\sqrt{3}^a)^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = b$$

$$3^{\frac{a}{4}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = b$$

$$b = \frac{3^{\frac{a}{4}}}{\sqrt{3}}$$

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{3^{\frac{a}{4}}}{\sqrt{3}} = \log_{\sqrt{3}} 1 = 0$$

۱۷- اگر $x=a$ جواب معادله $\log_7^{(1-x)} - 2\log_7^{(x-1)^2} = -2$ باشد، حاصل $(a-1)^3$ کدام است؟

-۸ (۴)

۸ (۳)

-۴ (۲)

۴ (۱)

$$\begin{aligned} & \log_7^{(x-1)^2} \\ & \downarrow \\ & (-1-x)^2 \\ & \downarrow \\ & (1-x)^2 \end{aligned}$$

$$\log_7^{(1-x)} - \varepsilon \log_7^{(1-x)} = -2$$

$$+ \varepsilon \log_7^{(1-x)} = -2$$

$$\log_7^{(1-x)} = \frac{-2}{\varepsilon}$$

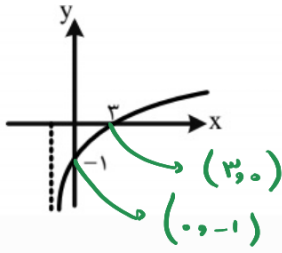
$$1-x = 7^{\frac{-2}{\varepsilon}}$$

$$x = 1 - 7^{\frac{-2}{\varepsilon}}$$

$$a = x = 1 - \sqrt[3]{4}$$

$$(1 - \sqrt[3]{4} - 1)^3 = -8$$

۱۸- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = -2 + \log_b(ax+2b-3)$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟



-۱ (۱) ✓

۱ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

$$f(0) = -1$$

$$-2 + \log_b(2b-3) = -1$$

$$\log_b(2b-3) = 1$$

$$b = 2b-3 \quad b=3$$

$$f(3) = 0$$

$$-2 + \log_b(3a+4-3) = 0$$

$$\log_b(3a+1) = 2$$

$$4 = 3a+1 \quad a=1$$

$$2-3 = -1$$

۱۹- اگر مجموع ریشه‌های معادله $x + \log_p^m = \log_p^{(n+f^x)}$ برابر ۳ باشد. مقدار n کدام است؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱) ✓

$$x = \log_p^{(n+f^x)} - \log_p^m$$

$$x = \log_p \frac{n+f^x}{m}$$

$$p^x = \frac{n+f^x}{m}$$

$$mp^x = n+f^x$$

$$f^x - mp^x + n = 0 \quad \underline{p^x = t}$$

$$t^p - mt + n = 0$$

$$x_1 + x_p = \underline{3}$$

$$t_1 \times t_p = p^{x_1} \times p^{x_p} = p^{x_1+x_p} = p^3 = 1$$

$$p = \frac{c}{a} = n = 1$$

۲۰- کالایی در پایان هر سال، ۱۲ درصد از ارزش خود را از دست می‌دهد. پس از چند سال $n=?$ ۲۲ درصد از ارزش آن باقی می‌ماند؟

$$(\log 2 = 0/301, \log 11 = 1/041)$$

۱۲/۲۵ (۴)

۱۱/۷۵ (۳) ✓

۱۰/۵ (۲)

۱۳/۵ (۱)

پس از n سال $(0.1188)^n$ ارزش باقی‌مانده

$$(0.1188)^n = 0.122$$

$$n = \frac{\log 0.122}{\log 0.1188} = \frac{\log^{-0.912}}{\log 0.1188} = \frac{\frac{\log 1.22}{\log 10}}{\frac{\log 11.88}{\log 10}} = \frac{\log 1.22 - 2}{\log 11.88 - 2} = \frac{\log 12.2 - 2}{3 \log 11.88 - 2}$$

$$n = \frac{0.31 + 1.041 - 2}{0.93 + 1.041 - 2} = \frac{2.00 - 2.01 - 1.41}{2.00 - 1.93 - 1.041} = \frac{981}{89} = 11,75$$