

۱۳۱- اگر $x = \frac{\pi}{24}$ باشد، حاصل عبارت $4 \sin x \times \cos x \times \cos 2x \times \cos 4x$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \sin 2x$$

$$\frac{1}{4} \sin 4x$$

$$\frac{1}{4} \sin 8x$$

$$= \frac{1}{4} \sin 8x = \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}$$

(1) ✓

$$\frac{1}{4}$$

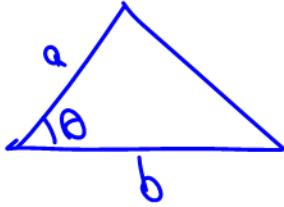
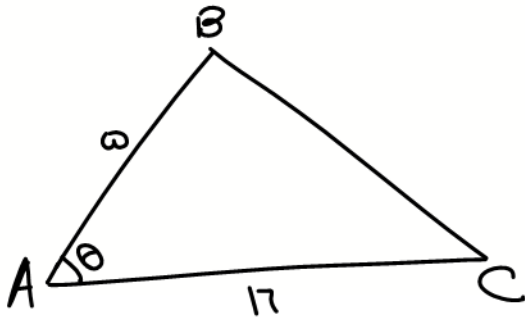
$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

۱۳۲- در مثلث ABC، طول اضلاع AB و AC به ترتیب ۵ و ۱۶ واحد و مساحت مثلث ۲۰ واحد مربع می باشد. اختلاف مقادیر به دست آمده

(مشابه امتحان هماهنگ کشوری شهریور ۱۳۰۰)

برای زاویه A بر حسب رادیان کدام است؟



$$S = \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

$$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 16 \sin \theta$$

$$\frac{1}{2} = \sin \theta$$

$$\theta = 30^\circ, 150^\circ$$

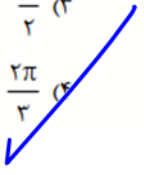
$$\text{انگشت} = 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{2\pi}{3} \quad (4)$$



۱۳۳- نمودار تابع $f(x) = \cos 2x$ و خط $y = -\frac{1}{2}$ در نقاط A و B یکدیگر را قطع می کنند. اندازه پاره خط AB کدام است؟ $(x \in [0, \pi])$

(مشابه امتحان هماهنگ کشوری ری ۱۳۰۱)

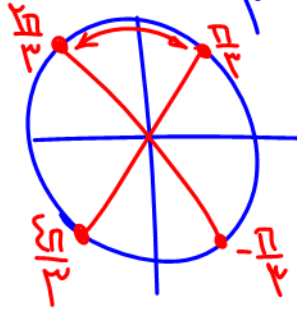
$$\cos \alpha = \cos \alpha$$

$$\alpha = 2k\pi \pm \alpha$$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$



π (۱)

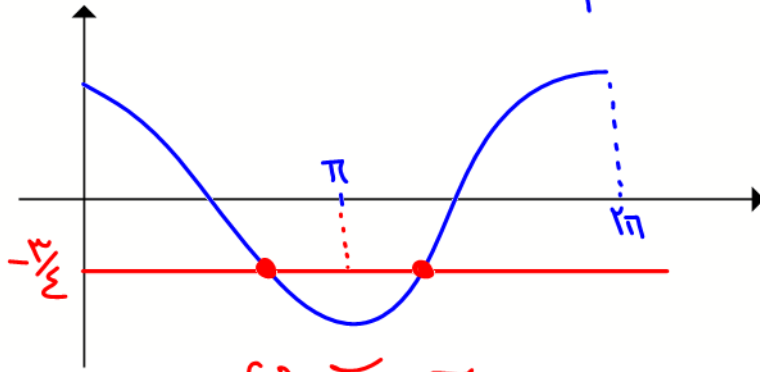
$\frac{\pi}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{3}$ (۳) ✓

$\frac{\pi}{6}$ (۴)

۱۳۴ - مجموع ریشه‌های معادله $3 + 4\cos x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\cos x = -\frac{3}{4}$$



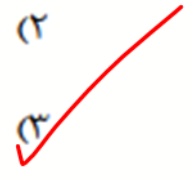
$$x = \pi \text{ و } 2\pi$$

$$\frac{7\pi}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3\pi}{2} \quad (2)$$

$$2\pi \quad (3)$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (4)$$



۱۳۵- اگر $\cos \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\sqrt{a+\sqrt{b}}}{2}$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

۲ (۱)

$$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$$

۳ (۲)

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} \rightarrow \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1 + \cos \frac{\pi}{\lambda}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

۴ (۳)

۱ (۴)

$$\cos \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$

$$2\cos 2\alpha - 4\cos \alpha - 6 = 0$$

(مشابه امتحان هماهنگ کشوری شهریور ۱۳۹۱)

$$\alpha = \pm \frac{\pi}{3} \quad \text{X}$$

۱۳۷- جواب معادله مثلثاتی روبه‌رو کدام است؟

$$\alpha = 2k\pi - \pi \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (2) \quad \text{X}$$

$$\alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (3) \quad \text{X}$$

$$\alpha = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (4) \quad \text{X}$$

$$(2\cos^2 \alpha - 1) - 4\cos \alpha - 6 = 0$$

$$2\cos^2 \alpha - 4\cos \alpha - 1 = 0$$

$$\cos \alpha = -1 \xrightarrow{\text{خواه}} \alpha = 2k\pi - \pi$$

$$\cos \alpha = 2$$

$$\alpha = 2k\pi - \pi$$

$+ \pi = -\pi$

۱۳۸ - مجموع جوابهای معادله مثلثاتی $\tan x = \tan^3 x$ در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

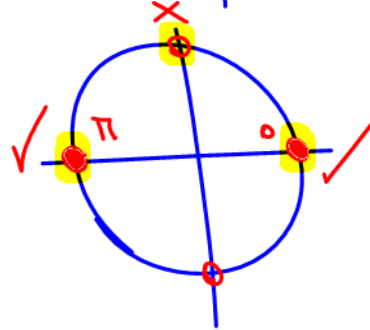
این این

$$\begin{aligned}\tan x &= \tan \alpha \\ x &= k\pi + \alpha\end{aligned}$$

$$\sqrt{x} = k\pi + \alpha$$

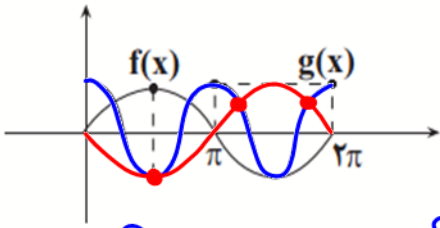
$$\sqrt{x} = k\pi$$

$$x = \frac{k\pi}{\sqrt{}} + 0$$



- $\frac{\pi}{2}$ (۱)
- π (۲)
- $\frac{3\pi}{2}$ (۳)
- $\frac{5\pi}{4}$ (۴)

۱۳۹- با توجه به نمودار توابع f و g جواب کلی معادله $f(x)+g(x)=0$ کدام است؟ (توابع $f(x)$ و $g(x)$ جزو توابع مثلثاتی هستند).



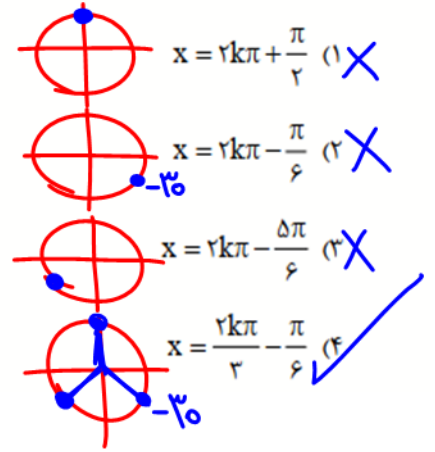
$$g(x) = -f(x)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sin x \\ g(x) = \cos 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2\sin^2 x \\ \sin x + \cos 2x = 0 \end{cases}$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$



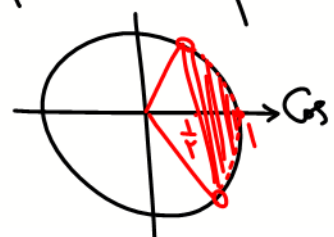
۱۴۰- اگر $|x| < \frac{\pi}{12}$ و حدود تغییرات عبارت $\sin^2(2x) - \cos^2(2x)$ بازه $[\alpha, \beta]$ باشد، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{\gamma}$ کدام است؟

$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{12}$ $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

$$\frac{(\sin^2 2x - \cos^2 2x)(\sin^2 2x + \cos^2 2x)}{-\cos 4x} = \frac{-\cos 4x}{-\cos 4x}$$

- $-\frac{2}{3}$
- $-\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}$

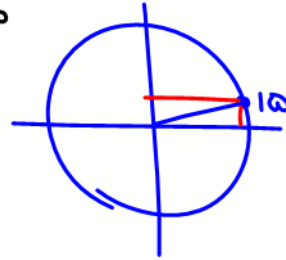
$-\frac{\pi}{12} < 2x < \frac{\pi}{12}$



$\frac{1}{4} < \cos 4x \leq 1$
 $-\frac{1}{4} > -\cos 4x \geq -1$

۱۴۱- حاصل $\frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\cos 15^\circ + \sin 15^\circ}$ برابر کدام گزینه است؟

$$\pm \frac{\sqrt{3}}{3} \leftarrow \text{جواب} \quad \frac{1}{3} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 - \underbrace{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}_{\sin 30^\circ}}{1 + \underbrace{2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}_{\sin 30^\circ}} \leftarrow \text{توان 2}$$



$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) ✓

$\frac{\sqrt{3}-1}{3}$ (۳)

$3-\sqrt{3}$ (۴)

۱۴۲- مقدار عبارت $\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 4^\circ \dots$ چند برابر $\tan 8^\circ$ است؟

$$\begin{aligned} \sin 10^\circ \times A &= \sin 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ & \frac{1}{2} \quad (1) \\ & \quad \underbrace{\frac{1}{2} \sin 20^\circ} & \frac{1}{4} \quad (2) \\ & \quad \quad \underbrace{\frac{1}{2} \sin 40^\circ} & \frac{1}{8} \quad (3) \\ & \quad \quad \quad \underbrace{\frac{1}{2} \sin 80^\circ} & \frac{1}{16} \quad (4) \\ \frac{\cancel{\sin 10^\circ} \times A}{\cos 10^\circ} &= \frac{1}{16} \sin 10^\circ \\ A &= \frac{1}{16} \tan 10^\circ \end{aligned}$$

۱۴۳ - معادله مثلثاتی $\cos^3 2x + 1 = 2\sin^2 x - \cos 2x$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

$$\cos^3 2x + \frac{1 - 2\sin^2 x}{\cos 2x} + \cos 2x = 0$$

۱ (۱)

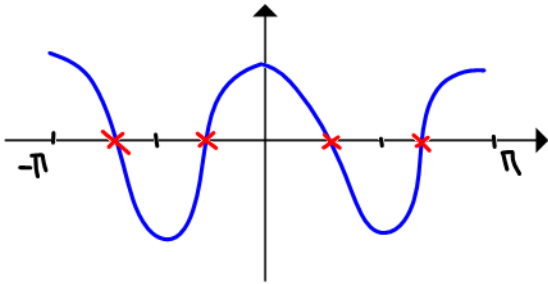
۲ (۲)

۳ (۳)

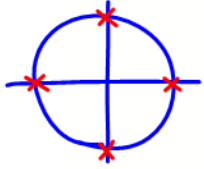
۴ (۴) ✓

$$\cos 2x (\cos 2x + 2) = 0$$

$$\cos 2x = 0$$



۱۴۴- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin 2x + \sin x - \cos x = \tan x \cot x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

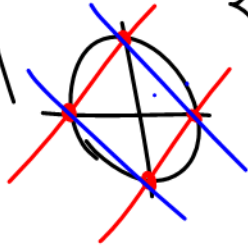


$$\sin x - \cos x = t$$

$$1 - 2\sin x \cos x = t^2$$

$$2\sin x \cos x = 1 - t^2$$

$$\sin x \pm \cos x = \pm 1$$



$$\frac{2\sin x \cos x + \sin x - \cos x}{1 - t^2} = 1$$

$$0 = t^2 - t$$

$$t = 0 \text{ !}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x - \cos x = 0 \rightarrow \sin x = \cos x \rightarrow \tan x = 1 \\ \sin x - \cos x = 1 \rightarrow y - x = 1 \rightarrow y = x + 1 \end{array} \right.$$

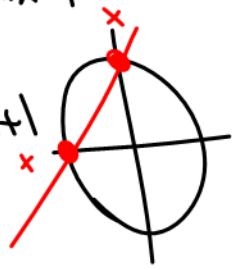
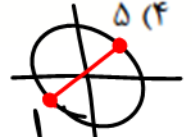
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x - \cos x = -1 \rightarrow y - x = -1 \rightarrow y = x - 1 \end{array} \right.$$

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



۱۴۵- اگر $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{4}$ و $|\sin 2x| = \frac{1}{3}$ حاصل عبارت $\tan x - \cot x$ کدام است؟ (زوایا بر حسب رادیان است.)

$$\underbrace{-2 \cot 2x}_{+\sqrt{8}} = -2\sqrt{2}$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\pi < 2x < \frac{3\pi}{2}$$

نیمه سوم



$$6\sqrt{2} \quad (1)$$

$$-6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-4\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۴۶- اگر $\lambda \sin^4 x - \lambda \sin^2 x + \frac{2}{3} = 0$ برقرار باشد، آنگاه حاصل $\cos 8x$ کدام است؟

$$\sin^2 x = t \rightarrow \lambda t^2 - \lambda t + \frac{2}{3} = 0$$

$$\rightarrow \lambda t^2 - \lambda t + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Delta = 16 - 16 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$$

$$t = \frac{\lambda \pm \sqrt{\frac{32}{3}}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = 1 \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \rightarrow \cos 2x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3} / \cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 = -\frac{1}{9}$$

$\frac{2}{3}$ (1)
 $\frac{1}{3}$ (2)
 $-\frac{1}{3}$ (3) ✓
 $\frac{2}{9}$ (4)

۱۴۷- اگر $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \pi$ ، $\tan \alpha > 1$ و $\frac{5}{2} = \cot \alpha + \tan \alpha$ باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

$\tan \alpha = t$

$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \times rt$

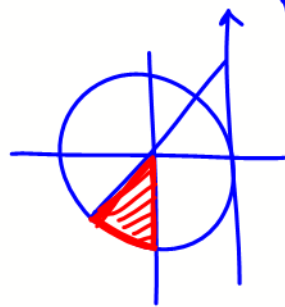
$2t^2 + 2 = 5t$

$2t^2 - 5t + 2 = 0$

$t = \frac{2}{\sqrt{9}} \text{ و } \frac{1}{\sqrt{2}}$



$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$



۳۲۰

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

$-\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲) ✓

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۳)

$-\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴)

۱۴۸- تعداد ریشه‌های معادله $\sin^2(x - \frac{\pi}{6}) = \cos^2(x + \frac{\pi}{3})$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$$\cos^2(x + \frac{\pi}{3}) = \sin^2(\frac{\pi}{3} - x - \frac{\pi}{3}) = \sin^2(\frac{\pi}{3} - x)$$

$$\sin^2(\frac{\pi}{3} - x)$$

۹ (۱)

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \pm (\frac{\pi}{3} - x)$$

۸ (۲)

$$\sin^2 x = \sin^2 \alpha$$

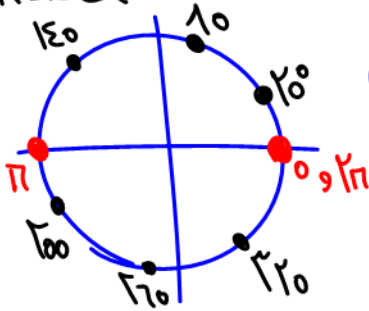
۱۰ (۳)

$$x = k\pi \pm \alpha$$

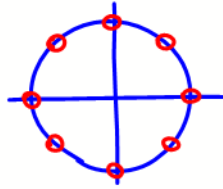
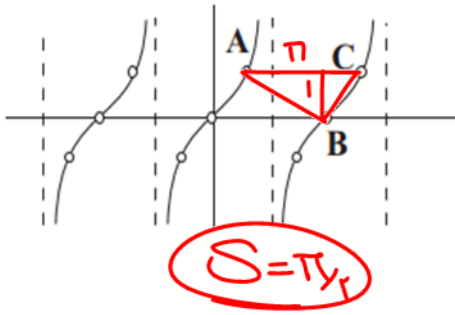
$$\oplus \quad 2x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

۶ (۴)

$$\ominus \quad -x = k\pi \rightarrow x = -k\pi$$



۱۴۹- اگر نمودار تابع $f(x) = (\cot 2x - 2 \cot x) \left(\frac{1 + \cos 4x}{\sin 4x} \right) \left(\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} \right)$ به صورت زیر باشد، مساحت مثلث ABC چقدر است؟



$$\begin{cases} \sin 2x = 0 \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ \sin 4x = 0 \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \end{cases}$$

$$\tan 2x \times \cot 2x \times \tan x$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\tan x$$

π (۱)

$\frac{\pi}{2}$ (۲) ✓

$\frac{\pi}{4}$ (۳)

$\frac{\pi}{8}$ (۴)

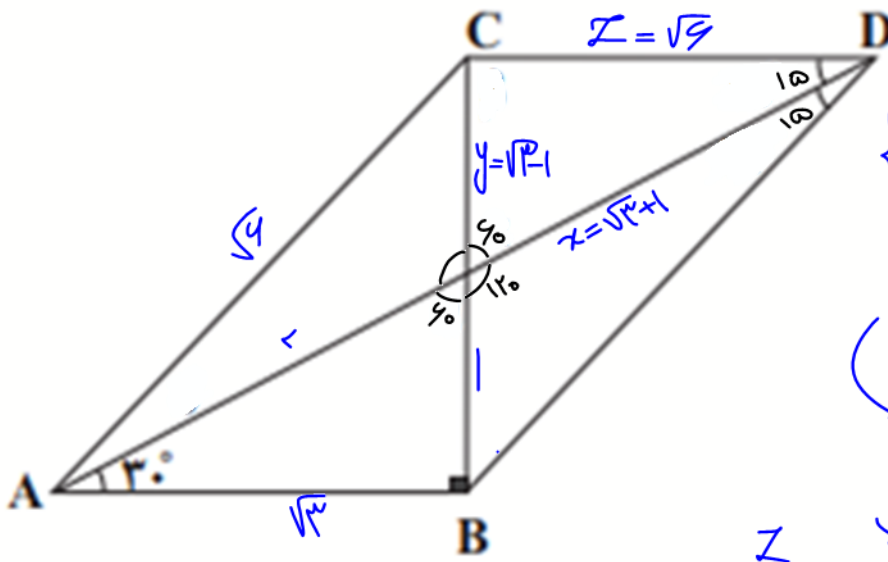
$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{r \sin \frac{\alpha}{r} \cos \frac{\alpha}{r}}{1 + r \cos \frac{\alpha}{r} - 1} = \tan \frac{\alpha}{r}$$

$$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \cot \frac{\alpha}{r}$$

$$\frac{1}{\tan 2x} - x \times \frac{1 - \tan^2 x}{x \tan x} = \tan x$$

$$\tan 2x = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

۱۵۰- در شکل روبه‌رو حاصل $\frac{CD}{AC}$ کدام است؟



$$\begin{cases} \sin 15 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \\ \cos 15 = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{ (1)} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{ (2)} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{ (3)} \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{6} \leftarrow \frac{z}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{y}{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}+1}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}} \rightarrow y = \sqrt{3}-1$$