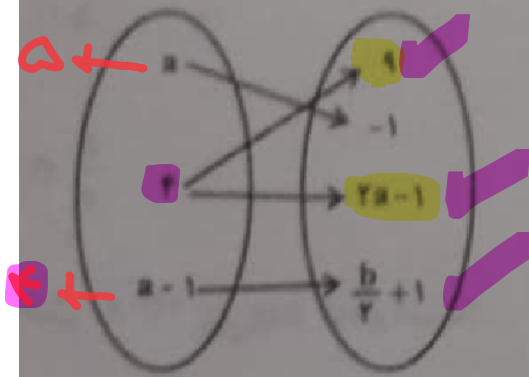


۱- نمودار پیکانی زیر یک تابع است. مقدار b کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱۶

(۳) ۵

(۴) ۸

$$9 = 2a - 1 \rightarrow \boxed{a = 5}$$

$$9 = \frac{b}{v} + 1 \rightarrow \boxed{b = 17}$$

-۲ دامنه تابع خطی f نامتناهی اما برد آن متناهی است. اگر $f(5) = -2$ باشد، $f(-2)$ کدام است؟

-۵ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

۵ (۳)



×



×



✓



×

-۳ دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x-a}{x^2-bx+1}$ مساوی اند. حاصل $a+b$ کدام است؟

۳ (۳)

-۱ (۱)

۱ (۴)

-۲ (۲)

$$g(x) = \frac{x-1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 = x^2 - bx + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ b=2 \end{cases}$$

۲- اگر تابع $f(x) = m\sqrt{x^2 - 2x + 1} + n\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 2x$ با دامنه $[-2, 1]$ همانی باشد، مقدار $f(m+n)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2}$$

$$-1$$

$$\frac{2}{3}$$

$$1$$

$$f(x) = m|x-1| + n|x+2| + 2x$$

$$\begin{cases} x = -2 \rightarrow y = -2 \rightarrow 3m - 4 = -2 \rightarrow m = \frac{2}{3} \\ x = +1 \rightarrow y = +1 \rightarrow 3n + 3 = 1 \rightarrow n = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$m = \frac{2}{3}$$

$$n = -\frac{2}{3}$$

$$f(m+n) = f\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \left| \frac{2}{3} - 1 \right| - \frac{2}{3} \left| \frac{2}{3} + 2 \right| + 2 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{14}{3} \right) = \frac{2}{3} \left(-\frac{13}{3} \right) = -\frac{26}{9}$$

۵- اشتراک دامنه و برد تابع $y = \sqrt{1-x} - 2$ بازه $[a, b]$ است. حاصل $b-a$ کدام است؟

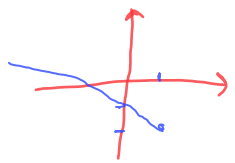
۱ (۳)

۱) صفر

۲ (۳)

۲ (۳)

$$D_y \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow \boxed{x \leq 1}$$



$$\left. \begin{array}{l} R_y = [-2, +\infty) \\ D_y = (-\infty, +1] \end{array} \right\} \rightarrow R_y \cap D_y = [-2, +1]$$

$\downarrow \quad \downarrow$
 $a \quad b$

$$b-a = +3$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & ; 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{x-1} & ; 1 \leq x < 11 \end{cases}$$

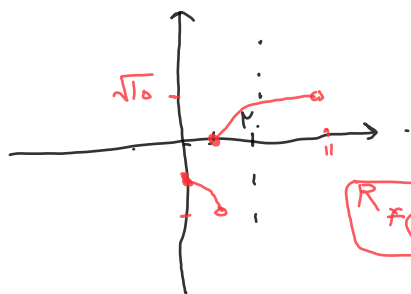
۶- کدام مجموعه می تواند هم دامنه تابع باشد؟

$$[0, \sqrt{10}] \quad \times$$

$$\mathbb{R} - [-\frac{1}{2}, 0] \quad \times$$

$$\mathbb{R} - (-2, 5) \quad \times$$

$$[-2, \sqrt{10}) \quad \checkmark$$



$$\mathbb{R} \setminus f(x) = (-10, \sqrt{10})$$

۷- مجموعه جواب‌های معادله $|2x| + |2x-1| + |2x-2| = 6$ بازه $[a, b)$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

5 (1)

$$7 \quad (4)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$|2x| + |2x-1| + |2x-2| = 6 \rightarrow 3|2x| = 9 \rightarrow |2x| = 3 \rightarrow 3 \leq 2x < 4 \rightarrow \boxed{\frac{3}{2} \leq x < 2}$$

$\swarrow a$ $\searrow b$

$$a+b = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

۸- حاصل $\log_{\sqrt{22}} 4\sqrt[4]{16}$ کدام است؟

۱/۱۲ (۲)

۱/۳۲ (۱)

۱/۰۲ (۴)

۰/۹۲ (۳)

$$\log_{\frac{2}{5}} \left(2 \times \frac{2}{5} \right)^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{2}{5}} \frac{2^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{1}{2}}} = \frac{1/2}{1/2} \times \frac{1}{1} = \frac{1/2}{1/2} = 1$$

۹- اگر $a = \log_{25} 75$ باشد، حاصل $\log_{75} 15$ بر حسب a کدام است؟

$$\frac{a-2}{2a-1} \quad (2)$$

$$\frac{a-2}{2a} \quad (1)$$

$$\frac{a+1}{2a} \quad (3)$$

$$\frac{2a+1}{a-1} \quad (4)$$

$$25^a = 75 \rightarrow 25^a \times 5^a = 5^2 \times 3 \times 5 \rightarrow 5^{2a-1} = 5^{2-a}$$

$$2 = \frac{2-a}{2a-1} \quad \star$$

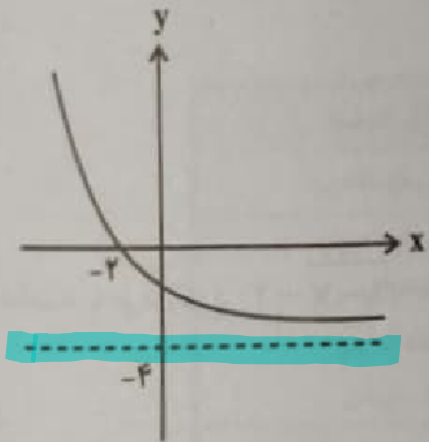
$$\log_{75} 15 = \log_{5^2 \times 3} 3 \times 5$$

$$= \log_{5^2 \times 5 \times 3} 5^2 \times 5 \times 3$$

$$= \log \frac{5^2 \times 5 \times 3}{5^2 \times 5 \times 3}$$

$$= \frac{a+1}{2a} \times \frac{2a-1}{2a-1} = \frac{a+1}{2a}$$

۱۰- نمودار تابع نمایی $f(x) = 2^{ax+1} - b$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل ab کدام است؟



$$-b = -4 \rightarrow \boxed{b = +4}$$

$$(-2, 0) \rightarrow 2^{-2a+1} - 4 = 0 \rightarrow 2^{-2a+1} = 4 \rightarrow -2a+1 = 2 \rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

$$ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \boxed{-2}$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-4 \quad (4)$$

۱۱- طول نقاط روی نمودار تابع f را ۳ برابر و عرض آن‌ها را نصف می‌کنیم و سپس نمودار حاصل را نسبت به محور y ها قرینه

می‌کنیم. نمودار نهایی مربوط به کدام است؟

$$y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right) \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{3}f(-2x) \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{3}f\left(-\frac{1}{3}x\right) \quad (4)$$

$$y = -2f\left(\frac{1}{3}x\right) \quad (3)$$

$$f(x) \rightarrow f\left(\frac{1}{3}x\right) \rightarrow \frac{1}{3}f\left(\frac{1}{3}x\right) \rightarrow \frac{1}{3}f\left(-\frac{1}{3}x\right)$$

۱۲- برای تبدیل نمودار تابع f به نمودار تابع $y = f(2x+1)$ می‌توان ابتدا طول نقاط روی نمودار تابع f را در ضرب کرد و

سیس نمودار حاصل را واحد به سمت چپ منتقل کرد. (از راست به چپ بخوانید).

$$1 \cdot \frac{1}{2} (2)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (1)$$

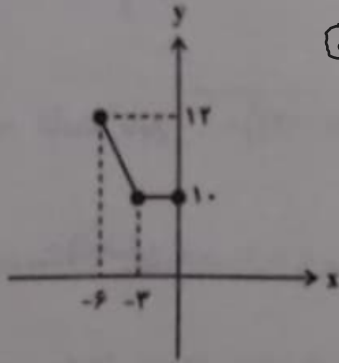
$$\frac{1}{2} \cdot 1 (2)$$

$$1 \cdot 2 (2)$$

$$f(x) \rightarrow f(2x+1)$$

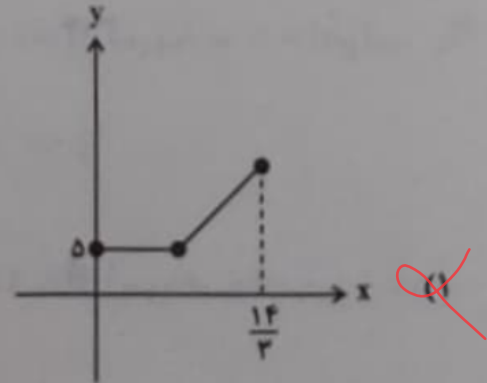
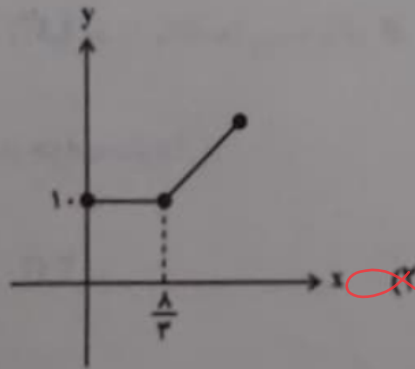
$$f(x) \xrightarrow[\frac{1}{2} \text{ در } x]{\text{ضرب طول}} f(2x) \rightarrow f\left(2\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) = f(2x+1)$$

۱۳- نمودار تابع $y = f(2 - \frac{2x}{3})$ را در شکل زیر رسم کرده‌ایم. کدام نمودار مربوط به تابع $y = \frac{1}{3}f(\frac{2x}{3})$ است؟



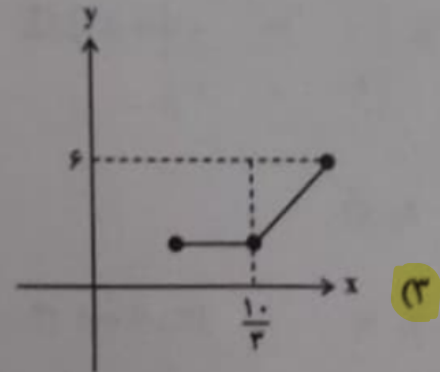
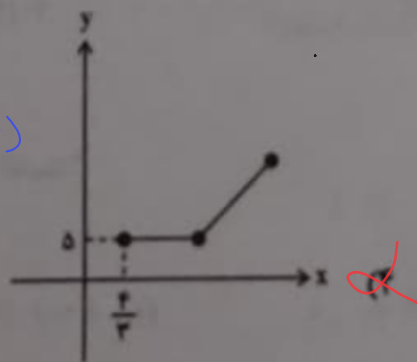
① $-6 \leq x \leq 0 \rightarrow -\frac{2x}{3} \leq 0 \rightarrow 2 - \frac{2x}{3} \geq 2 \rightarrow 2 \leq \frac{2x}{3} \leq 6 \rightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq 9$

$3 \leq \frac{2x}{3} \leq 6 \rightarrow \frac{9}{2} \leq x \leq 9$



$y = \frac{1}{3}f(\frac{2x}{3}) \rightarrow x = \frac{3y}{2} \rightarrow \frac{1}{3}f(y)$

$\frac{3y - \frac{2x}{3}}{2} = 2 \rightarrow x = \frac{3y}{2}$



$f(x)$

۱۴- نمودار تابع $y = |2x+1| - 1$ را ابتدا ۲ واحد به راست منتقل می‌کنیم، سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم

و در نهایت ۲ واحد به بالا می‌بریم. نمودار نهایی بر نمودار تابع $y = a|x-b| + c$ منطبق می‌شود. حاصل abc کدام است؟

۹ (۲)

-۳ (۱)

۳ (۴)

-۹ (۳)

$$f(x) \rightarrow f(x-2) \rightarrow -f(x-2) \rightarrow -f(x-2)+7 \rightarrow y = -|2(x-2)+1|+1 = -|2x-3|+1$$

$$= -2\left|x - \frac{3}{2}\right| + 1 \rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{3}{2} \\ c = 1 \end{cases} \rightarrow abc = -3$$

۱۵- طول نقاط روی نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را نصف می‌کنیم، سپس $\frac{1}{4}$ واحد به چپ انتقال می‌دهیم و در نهایت نسبت به محور

x ها قرینه می‌کنیم. نمودار تابع نهایی را در راستای محور y ها چگونه منتقل کنیم تا نمودار به دست آمده، نمودار تابع f را فقط

در یک نقطه قطع کند؟

(۲) $\frac{6}{5}$ واحد به پایین

(۱) $\frac{6}{5}$ واحد به بالا

(۴) $\frac{8}{5}$ واحد به پایین

(۳) $\frac{8}{5}$ واحد به بالا

$$f(x) \rightarrow f(2x) \rightarrow f\left(2\left(x + \frac{1}{4}\right)\right) = f(2x+1) \rightarrow -f(2x+1) \rightarrow -f(2x+1) + K$$

$$-f(2x+1) + K = f(x) \rightarrow f(2x+1) + f(x) = K \rightarrow (2x+1)^2 - 2(2x+1) + x^2 - 2x = K$$

$$\rightarrow 5x^2 - 2x - 1 - K = 0 \xrightarrow{\Delta=0} 4 + 20 + 20K = 0 \rightarrow 20K = -24 \rightarrow K = \frac{-24}{20} = -\frac{6}{5} \rightarrow \boxed{K = -\frac{6}{5}}$$

۱۶- دامنه تابع $y = \sqrt{(\log_x(\Delta x - 6)) - 2}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

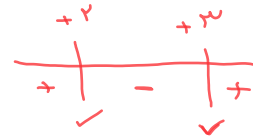
صفر (۱)

① $\Delta x - 6 > 0 \rightarrow x > \frac{6}{\Delta}$

② $x > 0$

③ $x \neq 1$

④ $\log_x^{\Delta x - 6} \geq 2 \rightarrow \Delta x - 6 \geq x^2 \rightarrow x^2 - \Delta x + 6 \leq 0 \rightarrow (x - 2)(x - 3) \leq 0 \rightarrow 2 \leq x \leq 3$



① \cap ② \cap ③ \cap ④ $\rightarrow x = 2/3$

۱۷- معادله $x^2 - \log(x+1) = 1$ چند جواب دارد؟

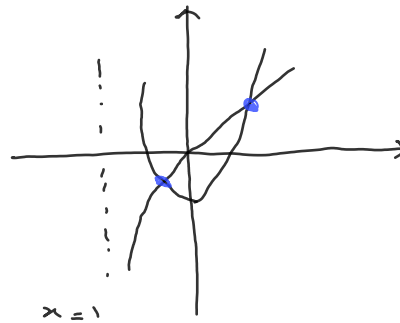
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

$$x^2 - 1 = \log(x+1)$$



۱۸- مجموع جواب‌های معادله $\frac{1}{2} + \log_2(x^2 + 1) = \log_2(x + 2)$ کدام است؟

۱ (۴)

۴ - $\sqrt{6}$ (۳)

۴ (۲)

۲ + $\sqrt{6}$ (۱)

$$\frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x^2 + 1} = \log_2^{x+2} \rightarrow \frac{1}{2} = \log_2^{x+2} - \log_2 \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\frac{1}{2} = \log_2 \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x+2}{\sqrt{x^2 + 1}} \rightarrow \sqrt{2} \times \sqrt{x^2 + 1} = x+2 \rightarrow \sqrt{2x^2 + 2} = x+2 \rightarrow 2x^2 + 2 = x^2 + 4x + 4 \rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\rightarrow S = \frac{4}{1} = \boxed{4}$$

۱۹- برد تابع $f(x) = \frac{(2^x + 1)^2}{2^x}$ کدام است؟

$$[2, +\infty) \text{ (F)}$$

$$[4, +\infty) \text{ (T)}$$

$$(0, +\infty) \text{ (T)}$$

$$[2, 4] \text{ (I)}$$

$$2^x = t \rightarrow \frac{(t+1)^2}{t} = \frac{t^2 + 2t + 1}{t} = t + \frac{1}{t} \rightarrow 2^x + 2^{-x} + 2 = 0$$

۲۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1}$ را m واحد به راست و n واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا به نمودار تابع $g(x) = \frac{2x - x^2}{x^2 - x + 1}$ برسیم.

برسیم. حاصل $m+n$ کدام است؟ (m و n اعداد طبیعی هستند.)

۲ (۴)

۲ (۳)

۴ (۳)

۵ (۱)

$$F(x) \rightarrow f(x-m) - n = g(x) \rightarrow \boxed{f(x-m) - g(x) = n}$$

$$x=0 \rightarrow f(-m) = n \rightarrow \frac{m^2 - 2m + 3}{m^2 - m + 1} = n \xrightarrow{m=1} \frac{2}{1} = n \rightarrow \boxed{n=2}$$

$$x=m \rightarrow f(0) - g(m) = n \rightarrow 3 - g(m) = n \rightarrow 3 = n + \frac{2m - m^2}{m^2 - m + 1} \rightarrow \frac{3(m^2 - m + 1) - (2m - m^2)}{m^2 - m + 1} = n$$

$$m+n = 2+3 = \boxed{5}$$

$$\hookrightarrow m^2 - m = 0 \begin{cases} m=0 \times \\ m=1 \checkmark \end{cases}$$