

۱- کتاب ریاضی متفاوت و ۴ کتاب فیزیک متفاوت را به چند طریق می‌توان در یک ردیف کنار هم چید، به طوری که کتاب‌های ریاضی و

فیزیک یک در میان قرار بگیرند؟

۸! (۴)

۹! (۳)

۵×۴! (۲)

۲×۵×۴! (۱)

R_1, R_2, R_3, R_4, R_5
 F_1, F_2, F_3, F_4

, $RFRFRFRFR: (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2 \times 1)$
 $= 5! \times 4!$

۲- تعداد راه‌های ممکن برای پاسخ دادن به تعدادی سؤال سه گزینه‌ای برابر 2^{60} است. تعداد سؤالات برابر با کدام گزینه است؟ (پاسخ گویبی به همه)

سؤالات الزامی نیست.

۶۰ (۱)

۳۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

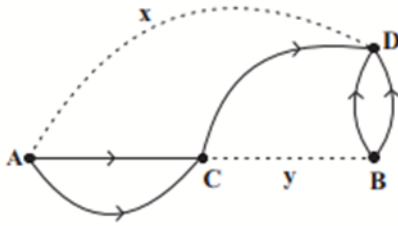
و هر سوال ۴ حالت دارد

$$4 \times 4 \times \dots \times 4 = 4^n = (2^2)^n = 2^{2n}$$

$$2^{2n} = 2^{60} \rightarrow 2n = 60 \rightarrow n = 30$$

۳- در شکل مقابل تعداد راه‌ها از شهر A به شهر D و از شهر C به شهر B کدام می‌تواند باشد که با توجه به شکل بتوان به ۱۱ طریق از شهر A به

شهر D سفر کرد؟ (تمام مسیرها یک طرفه‌اند)



(۱) $y=1$ و $x=1$

(۲) $y=1$ و $x=2$

(۳) $y=2$ و $x=1$

(۴) $y=2$ و $x=2$

$A \rightarrow C \rightarrow D : 2 \times 1 = 2$

$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D : 2 \times y \times 2 = 4y$

$A \rightarrow D : x$

تعداد کل = $2 + 4y + x = 11 \rightarrow 4y + x = 9$

۴- ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۵ و ۵ را روی برگه‌هایی نوشته و در کیسه‌ای می‌اندازیم. هر بار یک برگه از کیسه برداشته و عدد روی آن را یادداشت

می‌کنیم و برگه را کنار می‌گذاریم. این کار را تا به دست آوردن یک عدد سه رقمی تکرار می‌کنیم. چند عدد سه رقمی مختلف می‌توان نوشت؟

۱۴ (۴)

۳۶ (۳)

۵۲ (۲)

۷۳ (۱)

$$۰ = \text{تعداد ۵} : \binom{4}{3} \times 3! = \frac{4!}{3!1!} \times 3! = 4! = 24$$

$$۱ = \text{تعداد ۵} : \binom{4}{2} \times 3! = \frac{4!}{2!2!} \times 3! = \frac{24}{4} \times 6 = 36$$

$$۲ = \text{تعداد ۵} : \binom{4}{1} \times 3 = 12$$

$$۳ = \text{تعداد ۵} : 1$$

$$\text{حاصل کل} = 1 + 12 + 36 + 24 = 73$$

۵- با اعداد $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ چند عدد چهاررقمی بدون تکرار ارقام کوچکتر از پنج هزار و بزرگتر از ۲۲۰۰ که ارقام یک در میان زوج و فرد باشند و یکان از

$$2200 < x < 5000$$

۲ برابر هزارگان یک واحد بیشتر باشد، می توان ساخت؟

۲۸ (۱)

۲۶ (۲)

۳۰ (۳)

۲۴ (۴)

هزارگان = ۲ : $\frac{1}{\downarrow 2} \times \frac{3}{\downarrow 3} \times \frac{4}{\downarrow 4} \times \frac{1}{\downarrow 5} = 12$

هزارگان = ۳ : $\frac{1}{\downarrow 3} \times \frac{1}{\downarrow 4} \times \frac{1}{\downarrow 5} \times \frac{1}{\downarrow 6}$

غیر قابل قبول

$$12 + 16 = 28$$

هزارگان = ۴ : $\frac{1}{\downarrow 4} \times \frac{4}{\downarrow 4} \times \frac{4}{\downarrow 4} \times \frac{1}{\downarrow 9} = 16$

۶- با حروف کلمه (دستگیره) چند کلمه پنج حرفی می‌توان نوشت به طوری که حروف آن غیر تکراری باشد و دقیقاً یک حرف نقطه‌دار داشته باشد که آن

ه / / / ی / / / س / / / د

حرف نقطه‌دار در ابتدای کلمه باشد؟

۳۶۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

۳۲۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

$$_ \times _ \times _ \times _ \times \frac{_}{\text{س}} : \binom{5}{4} \times 4! = \frac{5!}{4!1!} \times 4! = 5! = 120$$

$$\frac{_}{\text{س}} \times _ \times _ \times _ \times \frac{_}{\text{د}} : \binom{5}{3} \times 3! = \frac{5!}{3!2!} \times 3! = \frac{5!}{2!} = 60$$

$$_ \times _ \times _ \times _ \times \frac{_}{\text{ه}} : \binom{5}{4} \times 4! = 120$$

$$\text{مجموع} = 120 + 60 + 120 = 300$$

۷- با حروف کلمه «زندگی» چند کلمه ۴ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان ساخت که با حروف نقطه‌دار آغاز شوند؟

ک / گ / د / ن / ز

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

۱۰۸ (۴)

۷۲ (۳)

$$_ \times _ \times _ \times \frac{3}{\text{ز، ن، گ، ک}} \quad \therefore (3^4) \times 3! \times 3 = \frac{4!}{3!1!} \times 3! \times 3 = 4! \times 3 = 72$$

۸- با جایگشت حروف کلمه «shakori» چند رمز عبور ۷ حرفی می‌توان ساخت به گونه‌ای که حروف a o i کنار هم باشند؟

۲۸۸۰ (۲)

۴۸۸۰ (۱)

۵۰۴۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

$$\boxed{a|o|i}, s, h, k, r : 5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$$

۹- اگر $P(n, 2) + P(n-1, 2) = 50$ باشد، به چند طریق می توان ۳ کتاب متفاوت را در n قفسه چید به طوری که هیچ دو کتابی در یک قفسه نباشند؟

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

۱۵۰ (۲)

۲۱۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

$$\frac{n!}{(n-2)!} + \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = n(n-1) + (n-1)(n-2)$$

$$= 50 \rightarrow (n-1)(n+n-2) = 50 \rightarrow (n-1)(n-1)(2) = 50 \rightarrow (n-1)^2 = 25$$

$$\rightarrow n-1 = 5 \rightarrow n = 6$$

$$\binom{6}{3} \times 3! = \frac{6!}{3!3!} \times 3! = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

۱۰- اگر $P(n, 3) = 120$ باشد، حاصل $P(\frac{2n}{3}, n-3)$ کدام است؟

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

۲۰ (۴)

۷۲ (۳)

$$P(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = 120 \rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = 120 \rightarrow n = 6$$

$$P(\frac{2n}{3}, n-3) = P(4, 3) = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{24}{1} = 24$$

۱۱- حاصل ضرب نصف یک عدد صحیح ^k در مجموع همان عدد و عدد قبل خود برابر با ۵ است. در این صورت ریشه

کدام معادله فقط شامل این عدد صحیح است؟

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (4)$$

$$\Delta = 1 - 4(2)(-10) = 81$$

$$x^2 - 2x + 8 = 0 \quad (3)$$

$$\left(\frac{k}{2}\right)(k+k-1) = 5 \rightarrow (k)(2k-1) = 10 \rightarrow 2k^2 - k - 10 = 0 \rightarrow k = \frac{1 \pm \sqrt{81}}{4}$$

$$\rightarrow k = \frac{1 \pm 9}{4} = 2,5 \text{ یا } -2$$

$$a(x+2)(x+2) = a(x^2 + 4x + 4) \xrightarrow{a=1} x^2 + 4x + 4 = 0$$

۱۲- در یک کارخانه، حقوق مدیر بخش ۲ برابر مهندس و $\frac{5}{3}$ فن ورز است. در این کارخانه ۲ مدیر بخش، ۴ مهندس و ۳ فن ورز داریم که جمعاً ۱۵۶

میلیون حقوق می گیرند. درآمد یک مدیر بخش چند میلیون از درآمد یک فن ورز بیشتر است؟

۳۰ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

$$a = 2b \rightarrow b = \frac{a}{2}$$

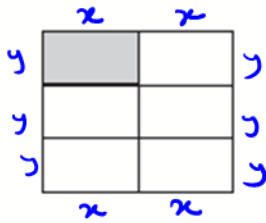
$$a = \frac{5}{2}c \rightarrow c = \frac{2a}{5}$$

$$2(a) + 4(b) + 3(c) = 2a + 4\left(\frac{a}{2}\right) + 3\left(\frac{2a}{5}\right) = 2a + 2a + \frac{6a}{5} = 156 \rightarrow$$

$$20a + 6a = 156 \times 5 \rightarrow 26a = 6 \times 26 \times 5 \rightarrow a = 30 \rightarrow c = 12$$

$$a - c = 30 - 12 = 18$$

۱۳- در شکل زیر از کنار هم قرار گرفتن ۶ مستطیل یکسان یک مربع ساخته شده است. اگر مساحت هر مستطیل از $\frac{1}{3}$ مساحت مربع ۶ واحد کمتر



باشد، اختلاف طول و عرض کوچک‌ترین مستطیل کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۲/۵ (۴)

۱/۵ (۳)

$$\text{عرض} = \text{طول} \rightarrow 2x = 3y \rightarrow \frac{2x}{3} = y$$

$$xy = \frac{1}{3} (2x)^2 - 6 \rightarrow x \left(\frac{2x}{3} \right) = \frac{4x^2}{3} - 6 \rightarrow 2x^2 = 4x^2 - 18 \rightarrow 2x^2 = 18$$

$$\rightarrow x = 3 \rightarrow y = 2$$

$$x - y = 3 - 2 = 1$$

۱۴- اگر $x=2$ جواب معادله $3kx^2 + (k+1)x + 12 = 0$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

-۱ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

-۲ (۱)

$$\xrightarrow{x=2} 3k(4) + (k+1)(2) + 12 = 0 \rightarrow 14k + 14 = 0 \rightarrow k = -1$$

$$\xrightarrow{k=-1} -3x^2 + 12 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$

۱۵- اگر در حل معادله درجه دوم $ax^2 - 2x - 1 = 0$ به روش مربع کامل به تساوی $(x - \frac{1}{3})^2 = k$ برسیم، حاصل $a+k$ کدام است؟

۱۳ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{31}{9}$ (۱)

$$x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = k \rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} - k = 0 \rightarrow 3x^2 - 2x + \frac{1}{3} - 3k = 0$$

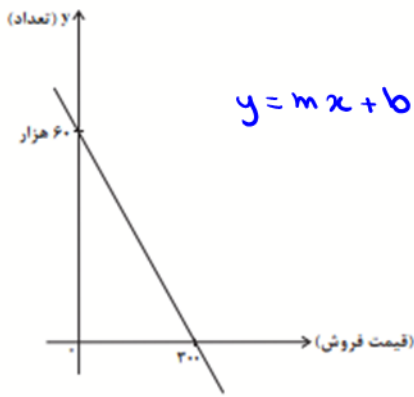
$$a=3$$

$$-1 = \frac{1}{3} - 3k \rightarrow 3k = \frac{4}{3} \rightarrow k = \frac{4}{9}$$

$$\therefore a+k = 3 + \frac{4}{9} = \frac{31}{9}$$

۱۶- اگر در یک کارخانه x قیمت فروش و y تعداد فروش یک کالا از رابطه خطی زیر پیروی کند و هزینه کارخانه برای تولید y کالا به صورت

$100y + 1500000$ باشد، نقطه سر به سر کارخانه به ازای چه قیمت فروش می تواند به دست آید؟



$$y = mx + b : m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-60000}{300} = -200$$

$$b = 60000$$

$$y = -200x + 60000$$

۱۰۰ (۱)

۱۵۰ (۲)

۲۰۰ (۳)

۳۰۰ (۴)

$$100y + 1500000 = xy \rightarrow 100(-200x + 60000) + 1500000 = x(-200x + 60000)$$

$$\rightarrow -20000x + 7500000 = -200x^2 + 60000x \rightarrow x^2 - 400x + 37500 = 0 \rightarrow$$

$$(x - 150)(x - 250) = 0 \rightarrow x = 150 \text{ و } 250$$

17- کدام معادله به ازای هر مقدار a همواره دارای جواب‌های حقیقی است؟ $\Delta > 0$

$$2x^2 - 2ax + 2 = 0 \quad (4)$$

$$2x^2 - 2ax - 2 = 0 \quad (3)$$

$$2x^2 - 2x - a = 0 \quad (2)$$

$$2x^2 - 2x + a = 0 \quad (1)$$

$$a/c < 0 \rightarrow \Delta > 0$$

$$a/c < 0 \rightarrow \Delta > 0$$

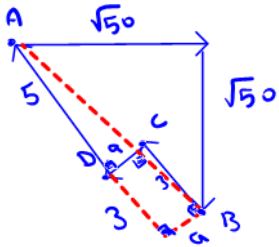
۱۸- اتومبیلی برای رفتن از شهر A به شهر B به اندازه $\sqrt{50}$ کیلومتر به سمت شرق و سپس $\sqrt{50}$ کیلومتر به سمت جنوب می‌پیماید و در مسیر برگشت ۳ کیلومتر را در شمال غربی می‌پیماید و به نقطه C می‌رسد که با طی کردن a کیلومتر عمود بر مسیر BC به نقطه D می‌رسد و نهایتاً با پیمایش ۵ کیلومتر عمود بر مسیر CD به شهر A برمی‌گردد و در مجموع مسیر رفت و برگشت کمترین مسافت را طی می‌کند. مقدار a چند کیلومتر است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)



$$\sqrt{50}^2 + \sqrt{50}^2 = AB^2 \rightarrow 100 = AB^2 \rightarrow AB = 10$$

$$8^2 + a^2 = 10^2 \rightarrow a^2 = 36 \rightarrow a = 6$$

۱۹- اگر معادله $(2x-k)(2x+3) = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، در معادله $kx^2 + \frac{k}{2}x - 3 = 0$ مجموع ریشه‌های معادله چند برابر حاصل ضرب

ریشه‌های معادله است؟

$$\frac{k}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow k = -3 \rightarrow 9x^2 - \frac{3}{2}x - 3 = 0, \quad \frac{s}{p} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-b}{c} = \frac{3/2}{-3} = -\frac{1}{2}$$

۲۰- ریشه‌های معادله $(m+1)x^2 + (2m+3)x + m+2 = 0$ ، دو عدد صحیح و قرینه یکدیگرند، مجموع ریشه‌های معادله $(m+2)x^2 + mx - 1 = 0$

$k, -k$

کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$S = k + (-k) = 0 \xrightarrow{S = -\frac{b}{a}} b = 0 \rightarrow 2m + 3 = 0 \rightarrow m = -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$S' = \frac{-b'}{a'} = \frac{3/2}{3/2} = 1$$