

۱- در دنباله حسابی با جمله اول ۴ و قدرنسبت ۸، حداقل چند جمله را با هم جمع کنیم تا حاصل از ۴۰۰ بیشتر

شود؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

مجموع n جمله ای

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d) \rightarrow \frac{n}{2} (n + (n-1)8) > 400$$

مقدار نسبت

$$\rightarrow 4n^2 > 400 \rightarrow n^2 > 100 \rightarrow \boxed{n > 10} \checkmark$$

$n < -10$ X

۲- اگر نسبت مجموع ۸ جمله اول یک دنباله حسابی به مجموع جملات اول و ششم، $\frac{4}{3}$ باشد، آنگاه نسبت جمله پنجم به جمله سوم، کدام

است؟

۱ (۲)

۱ (۱)

۲ (۴)

۳ (صفر)

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_8}{a_1 + a_3} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{4a_1 + 27d}{2a_1 + 5d} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{4a_1 + 27d}{2a_1 + 5d} = \frac{4}{3}$$

$$\hookrightarrow 12a_1 + 81d = 8a_1 + 10d$$

$$\hookrightarrow 4a_1 = -71d \rightarrow \boxed{a_1 = -\frac{71}{4}d}$$

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_1 + 4d}{a_1 + 2d} = \frac{-\frac{71}{4}d + 4d}{-\frac{71}{4}d + 2d} = 0$$

۳- مجموع ۳ جمله اول یک دنباله حسابی، ۱۲ و حاصل ضرب آنها، ۲۸ می باشد. مجموع ده جمله اول این دنباله کدام می تواند باشد؟

۱۳۵ (۲)

-۱۴۵ (۱)

۵۵ (۴)


-۶۵ (۳)

$$a - d / a / a + d$$

$$S = 12 \rightarrow 3a = 12 \rightarrow \boxed{a = 4}$$

$$P = 28 \rightarrow (a^2 - d^2)a = 28 \rightarrow (16 - d^2)a = 28 \rightarrow d^2 = 9 \rightarrow \begin{cases} d = +3 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = -3 \\ a = 4 \end{cases} \rightarrow 7 / 4 / 1 / -2 / -5 / -8 / -11 / -14 / -17 / -20 \rightarrow \boxed{-45}$$

۴ - مجموع مضارب طبیعی عدد ۵ و کوچکتر از ۱۰۰۰، کدام است؟ 

۹۹۵۵۰ (۲)

۹۹۵۰۰ (۱)

۹۸۵۵۰ (۴)

۹۸۵۰۰ (۳)

$$5 + 10 + 15 + \dots + 995 = 5(1 + 2 + 3 + \dots + 199) = 5 \times \left(\frac{199 \times 200}{2} \right) = 99500$$

۵- در یک دنباله حسابی، مجموع ده جمله اول برابر n و مجموع یازده جمله اول آن، برابر $(n-9)$ می باشد. مجموع بیست و یک جمله اول

این دنباله، کدام است؟

(۲) -۳۱

(۱) ۳۱

(۴) -۱۸۹

(۳) ۱۸۹

$a_{11} = -9$

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{21} = ?$
 $21 \cdot a_{11} + a_{11} = 22a_{11} = 22 \times (-9) = -189$

$a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2$
 $2a_2$



۶- در یک مغازه، قوطی‌های تن ماهی به این طریق چیده شده است که در بالاترین ردیف، ۵ قوطی، زیر آن، ۷ قوطی و بعد، ۹ قوطی و ... اگر

در پایین‌ترین ردیف، ۲۷ قوطی چیده شده باشد، آنگاه تعداد قوطی‌های تن ماهی چقدر است؟

۱۹۲ (۲)

۱۸۶ (۱)

۲۰۴ (۴)

۱۹۸ (۳)

$$5 + 7 + 9 + \dots + 27 = ? \rightarrow \boxed{192}$$

۷- در یک دنباله هندسی، اگر $a_1 = 3$ و $a_{10} = (a_6)^2$ ، مجموع چهار جمله اول آن کدام است؟

$$\frac{40}{9} \quad (2)$$

$$\frac{50}{9} \quad (1)$$

$$\frac{20}{9} \quad (4)$$

$$\frac{30}{9} \quad (3)$$

$$\boxed{a_1 = 3} \quad a_1 \times r^9 = a_1^2 r^{10} \rightarrow a^{-1} = r \rightarrow r = \frac{1}{a} \Rightarrow \boxed{r = \frac{1}{3}}$$

$$3 / 1 / \frac{1}{3} / \frac{1}{9} \rightarrow \frac{27}{9} + \frac{9}{9} + \frac{3}{9} + 1 = \boxed{\frac{40}{9}}$$

۸- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت بزرگتر از یک ($q > 1$) و جمله اول a_1 ، نسبت مجموع $4n$ جمله اول دنباله به مجموع $2n$ جمله اول آن

$$n = 1 \quad a_1 = 2 \quad q = 2$$

همواره کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

$$\text{۳} \quad \cancel{(1+q)^n} \quad (2)$$


$$2^1 = 2 \quad \cancel{q^n} \quad (1)$$

$$\cancel{1-q^{2n}} \quad (4)$$

- ۳

$$\Delta \quad 1+q^{2n} \quad (3)$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{a_1 + a_2} = \frac{1 + 2 + 4 + 8}{1 + 2} = \frac{15}{3} = \boxed{5}$$

۹- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیواکتیو لایه‌های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آن‌ها نصف می‌شود. 

حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش مواد مضر ۹۷ درصد کاهش یابد؟

۶ (۲)

۵ (۱)

۸ (۴)

۷ (۳)

$$x \rightarrow \frac{1}{2}x \rightarrow \frac{1}{4}x \rightarrow \frac{1}{8}x \rightarrow \frac{1}{16}x \rightarrow \frac{1}{32}x = 3\%$$

۱۰۰	۳۲
۹۶	۰۳۲
۴	۳

۱۰- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 - 3x + c = 0$ به ترتیب $\frac{3}{4}$ و $-\frac{7}{4}$ باشد، حاصل $a + c$ کدام است؟

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$-11 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

$$\sum = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{3}{a} = \frac{3}{4} \rightarrow \boxed{a=4}$$

$$\prod = -\frac{7}{4} \rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{7}{4} \rightarrow \boxed{c=-7}$$

$$a + c = -3$$

۱۱- به ازای چه مقادیری از m ، معادله $(m-1)x^2 + (m^2-1)x - 4 = 0$ ، دارای دو ریشهٔ قرینه همدیگر است؟ از موی وی ای پی

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) m وجود ندارد.

(۳) ± 1

$$\textcircled{1} S=0 \rightarrow \frac{1-m^2}{m-1} = 0 \rightarrow \begin{cases} m = +1 \times \\ m = -1 \checkmark \end{cases}$$

$$\textcircled{2} P < 0 \rightarrow \frac{-4}{m-1} < 0 \rightarrow \frac{4}{m-1} > 0 \quad \begin{array}{c} | \\ - \quad + \end{array} \rightarrow m > 1$$

$\textcircled{1} \wedge \textcircled{2} \rightarrow m$ وجود ندارد.

۱۲- اگر α و β ، جوابهای معادله $x^2 - 6x - 2 = 0$ باشند، آنگاه حاصل عبارت $4\alpha^2 - 12\alpha + 2\beta^2$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned}
 & 2\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\alpha^2 - 12\alpha \\
 & \leftarrow \text{ن. } 2(2) \\
 & \leftarrow s^2 - 2P = 36 + 4 = 40 \\
 & \text{ن. } (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2 - 4x = 2 \\
 & \hookrightarrow 2x^2 - 12x = 4 \\
 & \hookrightarrow 2\alpha^2 - 12\alpha = 4
 \end{aligned}$$

۱۴ (۱)

۱۰ (۳)

$$20 + 4 = 24$$

$$s = \alpha + \beta = 6$$

$$P = \alpha\beta = -2$$

۱۳- اگر α و β ، ریشه‌های معادله درجه دوم $x(x-4) = 6$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\alpha}{\alpha^2-6} + \frac{\beta}{\beta^2-6}$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

(4) صفر


$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$x^2 - 4x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 6 = 4x \quad \begin{cases} \rightarrow \alpha^2 - 6 = 4\alpha \\ \rightarrow \beta^2 - 6 = 4\beta \end{cases}$$

$$S = \alpha + \beta = 4$$

$$P = \alpha\beta = -6$$

$$\frac{\alpha}{\alpha^2-6} + \frac{\beta}{\beta^2-6} = \frac{\alpha}{4\alpha} + \frac{\beta}{4\beta} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

۱۴- ریشه‌های کدام معادله زیر برابر $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ و $\frac{2}{3-\sqrt{5}}$ می‌باشد؟ 

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (4)$$

$$2x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (3)$$

$$P = \frac{r}{r} = 1$$

۱۵- کدام معادله زیر، ریشه‌هایش از ۳ برابر ریشه‌های معادله $2x^2 - x - 7 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟
 (α, β)

$$(\sqrt[3]{\alpha} - 1 \text{ و } \sqrt[3]{\beta} - 1)$$

$$P = -32 \quad 2x^2 + x - 64 = 0 \quad (2)$$

$$P = -14 \quad 2x^2 + x - 32 = 0 \quad (1)$$

$$2x^2 - 7x - 29 = 0 \quad (4)$$

$$2x^2 + 7x - 29 = 0 \quad (3)$$

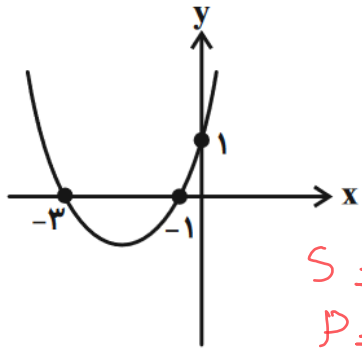
$$S = \alpha + \beta = \frac{1}{2}$$

$$P = \alpha\beta = -\frac{7}{2}$$

$$\textcircled{S} = \sqrt[3]{\alpha + \beta} - 1 = \frac{\sqrt[3]{1}}{2} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{P} = \sqrt[3]{\alpha\beta} - \sqrt[3]{\alpha + \beta} + 1 = \sqrt[3]{-\frac{7}{2}} - \frac{1}{2} + 1 = -\sqrt[3]{\frac{7}{2}} + \frac{1}{2} = -\sqrt[3]{\frac{7}{2}} + \frac{1}{2}$$

۱۶- کدام گزینه، معادلهٔ مربوط به سهمی شکل مقابل، است؟



$$S = -۴$$

$$P = +۳$$

$$S = ۴$$

$$P = ۹$$

$$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + 1 \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + ۲ \quad (۲)$$

$$S = -۴$$

$$P = ۳$$

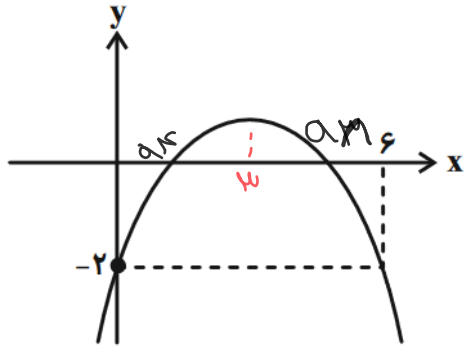
$$y = \frac{1}{۳}x^2 + \frac{4}{۳}x + ۱ \quad (۳)$$

$$S = ۴$$

$$P = -۳$$

$$y = -\frac{1}{۳}x^2 + \frac{4}{۳}x + ۱ \quad (۴)$$

۱۷- اگر صفرهای تابع درجه دوم زیر، جملات چهارم و هشتم یک دنباله حسابی باشد، آنگاه مجموع جمله دوم و دهم این دنباله حسابی، کدام



است؟

۶ (۱)

۳ (۲)

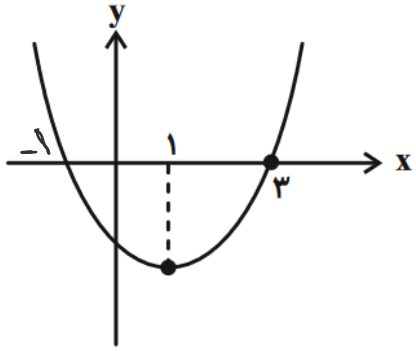
$\frac{۳}{۲}$ (۳)

۱۲ (۴)

$$\frac{a_4 + a_8}{2} = 3 \rightarrow a_4 + a_8 = 6$$

$$\frac{a_2 + a_{10}}{2} = \frac{a_4 + a_8}{2} = 3$$

۱۸- اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + 2bx + c - 1$ به صورت زیر باشد، حاصل $a - 2b + c$ کدام است؟ (نقطه به طول ۱، رأس سهمی است).



$$x_s = \frac{-b}{a} = 1 \rightarrow \boxed{a = -b}$$

(۱) صفر

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

$$S = 2$$

$$P = -3 \rightarrow \frac{c-1}{-b} = -3 \rightarrow \boxed{c = 3b + 1}$$

$$a - 2b + c = -3b + c = \cancel{-3b} + \cancel{3b} + 1 = \boxed{+1}$$



۱۹- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + 2x)^2 = 4x^2 + 8x - 3$ کدام است؟

$$4(x^2 + 2x)$$

$$2(2)$$

$$-2(1)$$

$$4(4)$$

$$-4(3)$$

$$x^2 + 2x = t \rightarrow t^2 = 4(t) - 3 \rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \rightarrow (t-3)(t-1) = 0$$

$$t=3 \quad t=1$$

$$t=1 \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow S = -2$$

$$t=3 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow S' = -2$$

$$S + S' = -4$$

۲۰- اگر مجموع صفرهای تابع $f(x) = x^3 - ax^2 + 5x + (a - 6)$ برابر حاصلضرب آن باشد، a کدام است؟

$$4/1 (2)$$

$$5 (1)$$

$$4/2 (4)$$

$$4/6 (3)$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \left\{ \begin{array}{l} S = -\frac{b}{a} \\ P = -\frac{d}{a} \end{array} \right.$$

$$a = 4(4 - a) \rightarrow a = 44 - 4a \rightarrow 5a = 44 \rightarrow a = 4, 1$$