

مجموعه، الگو و دنباله
فصل ۱ مجموعه‌های
متناهی و نامتناهی و متمم
یک مجموعه
صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۱- مجموعه $A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, y = \frac{12}{|x|+1}\}$ چند عضوی است؟

۹ (۲)

۶ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

شماره‌های ۱۲ طبیعی $\rightarrow 1, 2, 3, 4, 12$

$$|x| + 1 = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 12$$

$$|x| + 1 = 2 \rightarrow |x| = 1 \rightarrow x = 1, -1 \rightarrow y = 4$$

$$|x| + 1 = 3 \rightarrow |x| = 2 \rightarrow x = 2, -2 \rightarrow y = 3$$

$$|x| + 1 = 4 \rightarrow |x| = 3 \rightarrow x = 3, -3 \rightarrow y = 2$$

$$|x| + 1 = 12 \rightarrow |x| = 11 \rightarrow x = 11, -11 \rightarrow y = 1$$

$$A = \{(0, 12), (1, 4), (-1, 4), (2, 3), (-2, 3), (3, 2), (-3, 2), (11, 1), (-11, 1)\}$$

$$\rightarrow n(A) = 11$$

۲- در صورتی که داشته باشیم $A_n = [n^2 - 4n, n^2 + 1]$ و حاصل $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4$ به صورت بازه $[a, b]$ باشد، $a + b$ کدام است؟

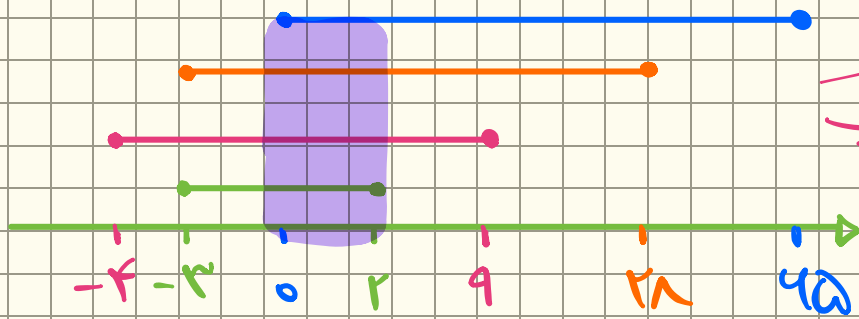
۶۵ (۴)

۶۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

$$A_1 = [-3, 1], A_2 = [-4, 9], A_3 = [-3, 12], A_4 = [0, 17]$$



اشتراک $[0, 2] = [a, b]$

$\rightarrow a+b = 0+2 = 2$

۳- اگر $A = \{x | -\frac{5}{3} \leq \frac{x-1}{3} < 1\}$ ، $B = \{x | -4 \leq x < 0\}$ و $3n-2 \in (A-B)$ باشد، حدود کامل n کدام است؟

$B = [-4, 0)$

$[\frac{2}{3}, 2)$ (۴)

$(\frac{1}{3}, 3]$ (۳)

$(\frac{2}{3}, 2)$ (۲)

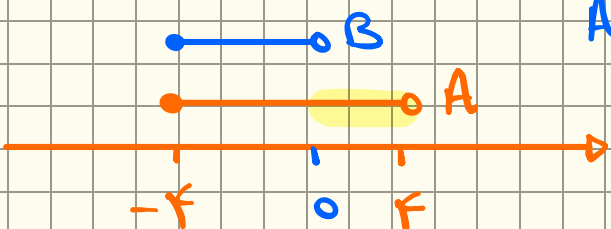
$[\frac{1}{3}, 3]$ (۱)

$-\frac{5}{3} \leq \frac{n-1}{3} \rightarrow -5 \leq n-1 \rightarrow -4 \leq n$

$\rightarrow [-4, \infty) = A$

$\frac{n-1}{3} < 1 \rightarrow n-1 < 3 \rightarrow n < 4$

$A-B = [0, 4)$



$0 \leq 3n-2 < 4$

$2 \leq 3n < 6 \rightarrow \frac{2}{3} \leq n < 2$

۴- در صورتی که مجموعه مرجع را اعداد صحیح کوچکتر از ۱۰۰۰ در نظر بگیریم، متمم چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

۳ (ب) اعداد نامثبت ✓

۴ (الف) اعداد زوج مثبت ✗

۳ (پ) اعدادی که مربعشان از خودشان بزرگتر است. ✓

$3-404$

3 (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

$U = \mathbb{N} \rightarrow 0, 1, 2, \dots, 9994$

الف) $\mathbb{N} \rightarrow 1, 3, 5, \dots, 9997$ متهم $\mathbb{N} \rightarrow 2, 4, 6, \dots, 9994$

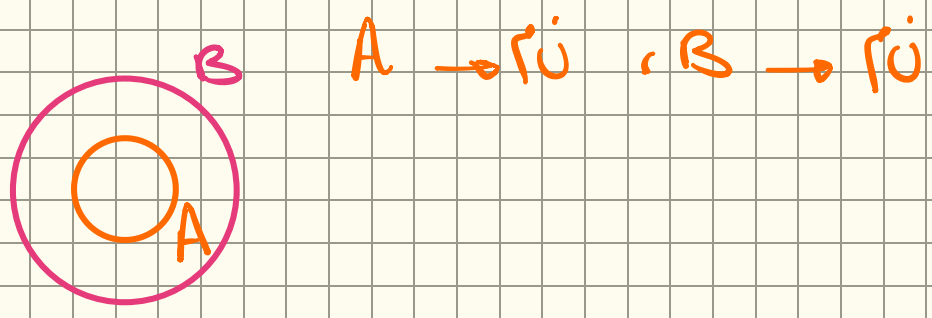
نمونه \rightarrow هر اعداد منفی U

ب \rightarrow $\dots, -1, 0, 1, \dots$ متناهی \rightarrow $1, 2, \dots, 9999$

پ \rightarrow $\dots, -2, -1, 1, 2, \dots, 9999$ متناهی \rightarrow $0, 1, 2, \dots, 9999$

۵- اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، چه تعداد از مجموعه‌های زیر قطعاً متناهی هستند؟

- (الف) $B - A$ (ب) $A = A \cap B$ (پ) $B' - A'$ (ت) $B' = (A \cup B)'$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۶- اگر $n(U) = 40, n(A') = 15, n(B') = 20$ و $n(A' \cap B') = 6$ باشد، آنگاه $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۱ (۳) ۲۹ (۴) ۳۶

$$n(A) = n(U) - n(A') = 40 - 15 = 25$$

$$n(B) = n(U) - n(B') = 40 - 20 = 20$$

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) \rightarrow 6 = 40 - n(A \cup B)$$

$$\rightarrow n(A \cup B) = 34 = n(B) + n(A) - n(A \cap B)$$

$$\rightarrow 34 = 20 + 25 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 11$$

۷- اگر اشتراک دو مجموعه $(A \cup B)$ با $(A' \cup B')$ تهی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) $A = U$ (۲) $B = \emptyset$ (۳) $A = B$ (۴) $A = \emptyset$

$$(A \cup B) \cap (A' \cup B') = \emptyset$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset \rightarrow A \cup B = A \cap B \rightarrow A = B$$

۸- می‌دانیم A و B دو مجموعه دلخواه هستند. حاصل $\frac{n(A \cup B) + n(A \cap B)}{n(A \cap B)}$ کدام می‌تواند باشد؟ (A و B تهی نیستند).

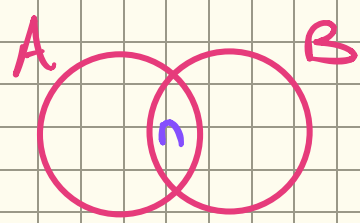
۰/۷۵ (۴)

۱/۵ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{n(B) + n(A) - n(A \cap B) + n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B)}{n(A \cap B)} \xrightarrow{\text{min}} 2$$



۹- بابک و رضا ۹۰ کلاه دارند که ۲۰ عدد آن مشترک است. بابک ۷ کلاه جدید می‌خرد و ۳ کلاه به مشترکها اضافه می‌شود، در صورتی که

کلاه‌های رضا تغییری نکرده است. حالا بعد از خرید بابک، مجموع کلاه‌های غیرمشترک چندتا است؟

۷۱ (۴)

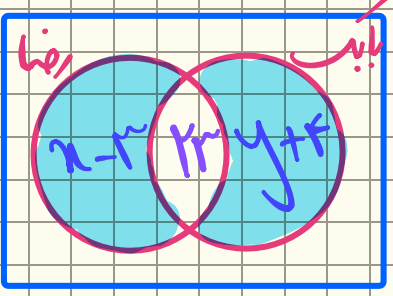
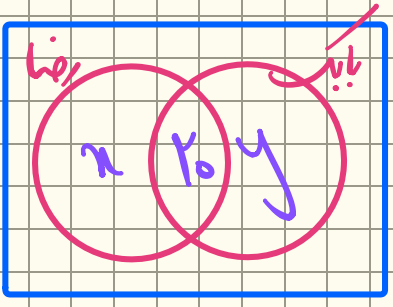
۷۲ (۳)

۷۳ (۲)

۷۴ (۱)

$$x + y + 20 = 90 \rightarrow x + y = 70$$

$$x + 20 = 70$$



کلاه‌های غیرمشترک

$$x - 7 + y + 4 = x + y + 1 = 71$$



۱۰- در یک کلاس نیمی از دانش‌آموزان عضو تیم بسکتبال و $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان عضو تیم تنیس هستند. اگر در این کلاس ۵ نفر عضو هر دو تیم

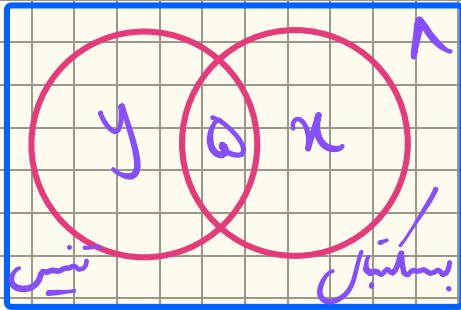
بوده و ۸ نفر عضو هیچ تیمی نباشند، چند نفر در این کلاس فقط در یک تیم عضو می‌باشند؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۱۰ (۱)



تیم تنیس $\rightarrow x + y + 5 + 8 = 13 + x + y$

$$5 + 8 = \frac{13 + x + y}{1}$$

$$10 + 8 = 13 + x + y, \quad x - y = 5$$

$$y + 5 = \frac{13 + x + y}{1}$$

$$y + 5 = 13 + x + y \rightarrow y - x = 8$$

$$\rightarrow y = 1, x = 4 \rightarrow x + y = 5$$

ریاضی (۱) - آشنا

۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

$\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{Z}$ (۱)

$(\mathbb{Z} - \mathbb{N}) \cap \mathbb{W} = \emptyset$ (۲)

$(\mathbb{Q}' - \mathbb{N}) \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$ (۳)

$\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q}' - \mathbb{R}) = \emptyset$ (۴)

۱۲- اگر بازه $[-1, 2n + 14]$ شامل عدد ۵ باشد، حداقل مقداری که n می‌تواند اختیار کند، کدام است؟

۲ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

۳ (۱)

$$2n - 1 < 5 \leq 2n + 14$$

$$2n-1 < 9 \rightarrow 2n < 10 \rightarrow n < 5$$

$$9 \leq 2n+1 \rightarrow -9 \leq 2n \rightarrow -4.5 \leq n$$

$$-4.5 \leq n < 5$$

$$n_{\min} = -4$$

۱۳- اگر اشتراک دو مجموعه $A = (m, n+5)$ و $B = (0, n)$ ، تهی و اجتماع آنها برابر مجموعه $\{1\} - (0, 6)$ باشد، آنگاه $m+n$ کدام

$$1+1=2$$

$$n > 0$$

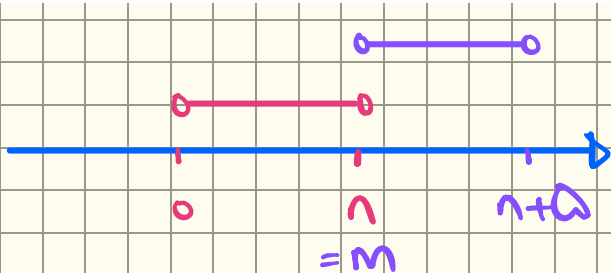
است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)



$$A \cap B = \{1\} \rightarrow m = n = 1$$

$$\rightarrow m = n = 1$$

۱۴- چند تا از مجموعه‌های زیر متناهی نیست؟

الف) مجموعه اعداد طبیعی که مضرب ۴ باشند ولی مضرب ۲ نباشند. \emptyset

ب) مجموعه اعداد صحیح مثبتی که در تقسیم بر ۳ باقی‌مانده ۱ دارند. $\{2k+1\}$

پ) مجموعه کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -۱. $\{0, 1\}$

ت) مجموعه اعداد گویایی که مربعشان با خودشان برابر است. $\{x^2 = x\}$

چهار تا (۴)

سه تا (۳)

دو تا (۲)

یکی (۱)

$$x^2 = x$$



$$\{0, 1\}$$

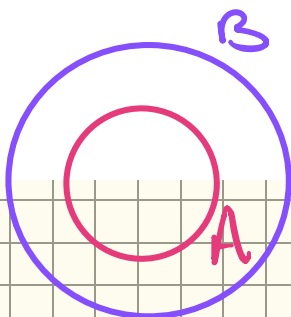
۱۵- اگر $A \subseteq B$ و B نامتناهی باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۲) مجموعه $A \cap B$ همواره متناهی است. \times

۱) مجموعه $B - A$ همواره نامتناهی است. \times

۴) مجموعه $A - B$ همواره نامتناهی است. \times

۳) مجموعه $A \cup B$ همواره نامتناهی است. \checkmark



$$\emptyset \rightarrow \{1\}$$

$$B$$

۱۶- اگر U مجموعه مرجع و $A \subseteq B \subseteq U$ باشد، کدام گزینه زیرمجموعه‌ای از مجموعه A' است؟

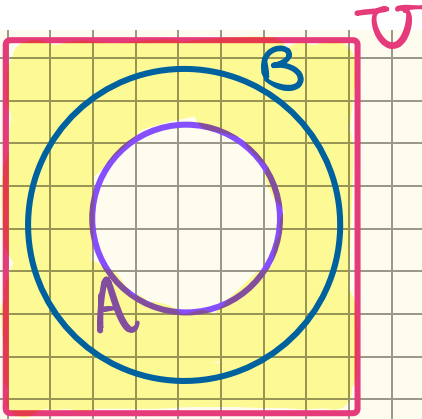
$A = A \cap B$ (۲)

B (۱)

$(B - A)'$ (۴)

$B' \cap A$ (۳)

$A \cap B' = A - B$
 $\rightarrow \emptyset$



۱۷- فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

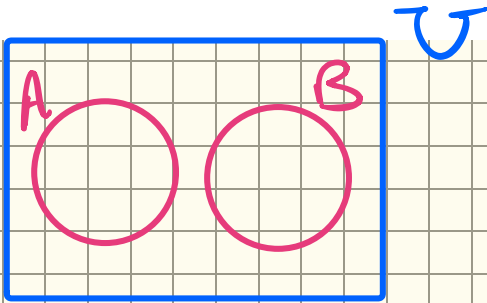
$A - B' = \emptyset$ (۲)

$A \subset B'$ (۱)

$(A \cup B)' = \emptyset$ (۴)

$A \cap B' = A$ (۳)

$A - B = A$



۱۸- اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ و $n(A) = 60$ و $n(B) = 70$ و $n(A \cap B) = 30$ باشد، آنگاه

$n(B) = 40$

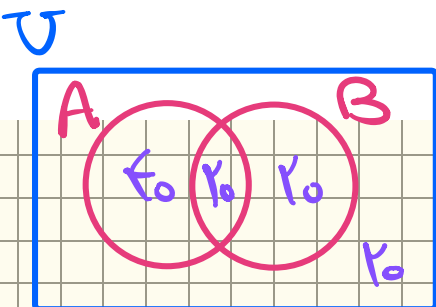
کدام $n(A' \cap B)$ است؟

۳۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)



$n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = 40$

۱۹- اگر مجموعه مرجع دارای ۳۰ عضو باشد و داشته باشیم: $n(A') = 16$ ، $n(B) = 10$ و $n(A \cup B) = 16$ ، آنگاه $n(A \cap B')$ کدام است؟

۸ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

$$n(A) = n(U) - n(A') = 30 - 16 = 14$$

$$n(A \cup B) = 16 = 14 + 10 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

۲۰- در یک مهمانی ۲۵ نفر شرکت کرده‌اند. اگر ۱۴ نفر چای و ۱۷ نفر قهوه نوشیده باشند و ۶ نفر نه چای و نه قهوه نوشیده باشند، چند نفر

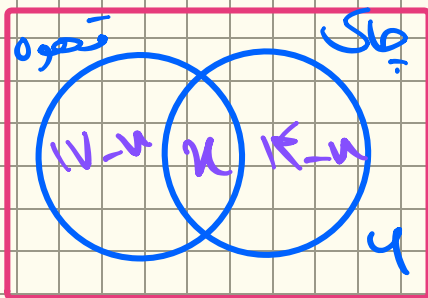
حداکثر یک نوع نوشیدنی نوشیده‌اند؟

۱۹ (۴)

۱۳ (۳)

۷ (۲)

۱۲ (۱)



$$n(U) = 25$$

$$14 - x + x + 17 - x + 4 = 25$$

$$\rightarrow 31 - x = 25 \rightarrow x = 6$$

$$4 + 14 - x + 17 - x = 31 - 2x = 25$$