

مقدار a کدام باشد تا یکی از ریشه‌های معادله $x^3 + 6x^2 - 12x + 8 = 0$ عدد $x = \frac{2}{1 + \sqrt[3]{a}}$ باشد؟ -1

۱۲ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲) ✓

-۴ (۱)

$$x^3 + x^3 = -9x^2 + 12x - 1 + x^3$$

$$2x^3 = x^3 - 9x^2 + 12x - 1$$

$$\sqrt[3]{2x^3} = \sqrt[3]{(x-2)^3}$$

$$\sqrt[3]{2}x = x - 2 \quad \sqrt[3]{2} \times \frac{2}{1 + \sqrt[3]{a}} = \frac{2}{1 + \sqrt[3]{a}} - 2 \quad a = -2$$

اگر $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ باشد، مقدار $\cos^2 2\alpha$ کدام است؟ -2

•/۲۵ (۴)

•/۷۵ (۳)

•/۶۴ (۲)

•/۲۶ (۱)

$$\sin \alpha, \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha - \cos \alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{2}$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\text{مربع}} 1 - 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$1 - \sin 2\alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{-1}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 2\alpha} = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \pm \frac{2}{5}$$

$$\cos 2\alpha = \pm \frac{2}{5} \quad \cos^2 2\alpha = + \frac{4}{25} = 0.16$$

-۳ اگر $\cos^2 a = \frac{-1}{9}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a}$ کدام است؟

±۴/۸ (۴) ✓

±۳/۶ (۳)

±۲/۴ (۲)

±۱/۲ (۱)

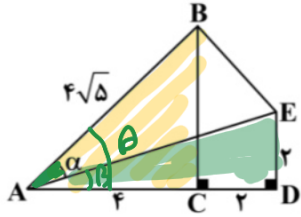
$$\cos^2 a = \frac{1 - \sin^2 a}{1} = 1 - \sin^2 a = \frac{-1}{9}$$

$$\cos^2 a = \left(\frac{-1}{9} + \frac{1}{9}\right) \times \frac{1}{\cos^2 a} = \frac{0}{9} \rightarrow \cos^2 a = \pm \frac{0}{9}$$

$$\sin^2 a = \frac{0}{9}$$

$$\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a} = \frac{\cos^2 a - \sin^2 a}{\sin^2 a \cos^2 a} = \frac{\cos^2 a}{\frac{1}{9} \sin^2 a} = \frac{\pm \frac{0}{9}}{\frac{1}{9} \times \frac{0}{9}} = \pm \frac{0}{0}$$

۴- در شکل مقابل، مقدار $\sin 2\alpha$ چقدر است؟



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) ✓

۱ (۱)
 $\frac{4}{5}$ (۳)

ضلعین $\hat{A}BC$ → $(4\sqrt{5})^2 = (4)^2 + BC^2$
 $BC = 1$

$\hat{A}DE$ $AE^2 = 2^2 + 4^2$ $AE = 2\sqrt{5}$

$\sin \alpha = \sin(\theta - \beta) = \sin \theta \cos \beta - \cos \theta \sin \beta$
 $= \frac{1}{4\sqrt{5}} \times \frac{4}{4\sqrt{2}} - \frac{4}{4\sqrt{5}} \times \frac{2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۵- مجموع ریشه‌های معادله $2 + \sin x = 2 \cos^2 x$ در بازه $(0, 2\pi)$ ، کدام است؟

$$\frac{17\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{13\pi}{6} \quad (3)$$

$$3\pi \quad (2)$$

$$4\pi \quad (1) \quad \checkmark$$

$$2 + \sin x = 2(1 - \sin^2 x)$$

$$\cancel{x} + \sin x = 2 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 2 = 0$$

$$\sin x (2 \sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \vee \quad 2 \sin x + 1 = 0$$

$$\downarrow \quad \sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pi$$

$$\downarrow \quad x = \frac{\sqrt{15}}{4}, \frac{11\pi}{4}$$

$$\sum = 4\pi$$

۶- به ازای کدام مقدار a ، اعداد 1 و 4 ، دو ریشه متوالی معادله $\sin ax - \sqrt{3} \cos ax = 0$ هستند؟ ($a > 0$)

$\frac{3\pi}{4}$ (۴)

$\frac{\pi}{6}$ (۳)

$\frac{\pi}{3}$ (۲) ✓

$\frac{2\pi}{3}$ (۱)

$$\sin ax = \sqrt{3} \cos ax$$

$$\frac{\sin ax}{\cos ax} = \sqrt{3}$$

$$\tan ax = \sqrt{3}$$

$$ax = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} x=1 & \left\{ \begin{aligned} \alpha &= k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x=4 & \left\{ \begin{aligned} 4\alpha &= (k+1)\pi + \frac{\pi}{3} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad \begin{aligned} 3\alpha &= \pi & \alpha &= \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

اگر $\tan 2\alpha = 2$ و $\tan(\alpha - \beta) = 3$ باشد، مقدار $\tan(2\beta)$ کدام است؟ -7

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{9}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{11}{2} \quad (4) \checkmark$$

$$\alpha - \beta = x \quad \xrightarrow{\times 2}$$

$$2\alpha - 2\beta = 2x$$

$$\downarrow$$

$$2\beta = 2\alpha - 2x$$

$$\tan 2x = 3$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \times 3}{1 - 9} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan 2\beta = \tan(2\alpha - 2x) = \frac{\tan 2\alpha - \tan 2x}{1 + \tan 2\alpha \tan 2x} = \frac{2 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{1}{4}} = 11$$

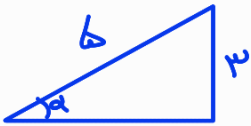
۸- فرض کنید $x = \alpha$ یک جواب معادله $\frac{k}{\sin^2 x} = \tan(x + \frac{\pi}{4})$ در بازه $(0, \frac{\pi}{2})$ و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار k کدام است؟

۱/۸۴ (۴)

۲/۵۲ (۳) ✓

۲/۲۴ (۲)

۱/۹۸ (۱)



$$\tan \alpha = \frac{x}{x}$$

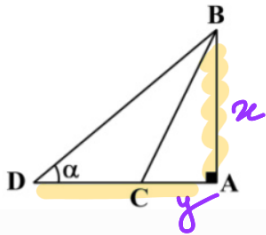
$$\cot \alpha = \frac{x}{x}$$

$$k \left(\frac{1}{\sin^2 x} \right) = \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$k(1 + \cot^2 x) = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}$$

$$k \left(1 + \frac{1}{9} \right) = \frac{\frac{3}{5} + 1}{1 - \frac{3}{5}}$$

$$k = 2/52$$



۹- در شکل مقابل، محیط مثلث ABC، $\frac{2}{5}$ برابر ضلع AB است. اگر $BC=CD$ باشد، مقدار $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

$\frac{3}{5}$ (۲)

$-\frac{1}{5}$ (۴) ✓

$-\frac{3}{5}$ (۱)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$$x + y + BC = \frac{2}{5}x$$

$$y + BC = \frac{1}{5}x$$

$$y + DC = \frac{3}{5}x$$

$$\frac{y + DC}{x} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{x}{y + DC} = \frac{5}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{5}{3}$$

$$\tan(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} =$$

$$= \frac{\frac{5}{3} - 1}{1 + \frac{5}{3}} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = -\frac{1}{4}$$

۱۰- هر یک از جواب‌های معادله $\frac{1 - \tan x}{2} = \sin x - \cos x$ در بازه $(0, 2\pi)$ را می‌توان به فرم $\frac{k\pi}{12}$ نمایش داد. مجموع جواب‌های ممکن برای k ، کدام است؟

۹۶ (۴)

۴۲ (۳) ✓

۷۴ (۲)

۶۸ (۱)

$$1 - \frac{\sin x}{\cos x} = 2(\sin x - \cos x)$$

$$\frac{\cos x - \sin x}{\cos x} = 2\sin x - 2\cos x$$

$$\cos x - \sin x = 2\sin x - 2\cos x$$

$$\cos x + 2\cos x = 2\sin x + \sin x$$

$$\cos x(1 + 2) = \sin x(2 + 1)$$

$$1 + 2\cos x = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \quad x = \frac{2\pi}{3} \text{ و } \frac{4\pi}{3}$$

$$\sin x = \cos x \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ و } \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}$$

$\Sigma = 4\pi$

۱۱- تابع $f(x) = \sin 3x - \cos 3x$ مفروض است. معادله $f(x) \cdot f(x + \frac{\pi}{6}) = -1$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

۶ (۴)

۴ (۳) ✓

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3x + \sin 3x$$

$$(\sin 3x - \cos 3x)(\cos 3x + \sin 3x) = -1$$

$$\sin^2 3x - \cos^2 3x = -1$$

$$\cos 6x = 1$$

$$6x = 2k\pi$$

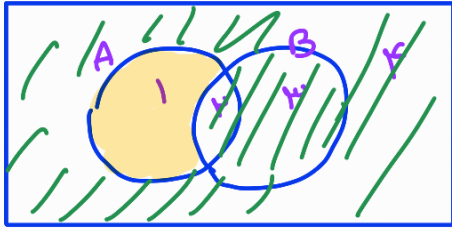
$$x = \frac{k\pi}{3}$$

$$x = 0, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \pi$$

$B - A$ (۴)

$A - B'$ (۳)

۱۲ - متمم مجموعه $A' \cup (A \cap B)'$ کدام است؟
 $A - B$ (۲) $A' \cap B'$ (۱)
۲, ۳, ۴
۲, ۳, ۴
۲, ۳, ۴
۱, ۲
۱, ۳
 $n = 1 \rightarrow ۲, ۳, ۴$



دروه امورسی مار

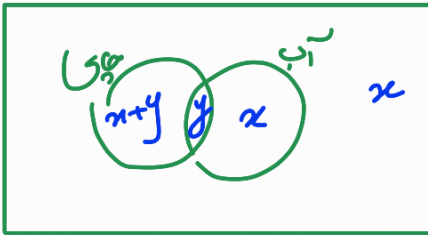
۱۳- در یک جمع ۹۰ نفری تعداد کسانی که فقط چای می نوشند برابر تعداد کسانی است که آب می نوشند و تعداد کسانی که هیچ نوشیدنی میل ندارند برابر کسانی است که فقط آب می نوشند. اگر تعداد کسانی که هم چای و هم آب می نوشند، سه برابر تعداد کسانی باشند که هیچ نوشیدنی نمی خواهند، چند نفر فقط چای می نوشند؟

۴۰ (۴) ✓

۳۰ (۳)

۴۵ (۲)

۶۰ (۱) $x+y=?$



$$\begin{cases} y = 3x \\ x + y + y + x + y = 90 \\ x = 1, y = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

اگر -14 ساده شده A کدام است؟

$$A = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{22} - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{3}$ $2\sqrt{2}$ (۱)

$$\frac{1}{2} \quad (۴) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{32} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}} =$$

$(\sqrt{3}+1)^2$ $(\sqrt{3}-1)^2$

$$\sqrt{\sqrt{3}+1 - \sqrt{3}-1} = \sqrt{2}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \frac{1}{2}$$

۱۵ - ساده شده $A = \frac{6\sqrt{3}-4\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \left(\frac{3\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{5-\sqrt{6}}\right)^2$ کدام است؟

۱۰+۲√۶ (۴)

۵+۲√۶ (۳)

۴√۶ (۲)

۵ (۱) ✓

رد اول $\frac{2(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2((\sqrt{3})^3 - (\sqrt{2})^3)}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2(\cancel{\sqrt{3}-\sqrt{2}})(5+\sqrt{6})}{\cancel{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} = 10+2\sqrt{6}$

رد دوم $\left(\frac{(\sqrt{3})^3 + (\sqrt{2})^3}{5-\sqrt{6}}\right)^2 = \left(\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\cancel{5-\sqrt{6}})}{\cancel{5-\sqrt{6}}}\right)^2 = 5+2\sqrt{6}$

$10+2\sqrt{6} - 5-2\sqrt{6} = 5$

۱۶- در تجزیه عبارت $2x^3 + 2y^3 - 3x^2y - 3xy^2$ کدام عامل دیده می شود؟

$$x + \frac{y}{2} \quad (۴)$$

$$x + \frac{y}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{x}{2} - y \quad (۲)$$

$$\frac{x}{2} + y \quad (۱)$$

$$2(x^3 + y^3) - 3xy(x + y)$$

$$2(x + y)(x^2 + y^2 - xy) - 3xy(x + y)$$

$$(x + y)(2x^2 + 2y^2 - 2xy - 3xy)$$

$$(x + y)(2x^2 + 2y^2 - 5xy)$$

$$(x + y)(x - 2y)(2x - y)$$

$$\frac{x}{2} - y$$

۱۷- هرگاه $\dots, 4a-2, -b$ جملات ابتدایی الگوی $t_n = an^2 + bn$ باشند، اختلاف جملات متوالی الگوی t_n کدام دنباله است؟

$$a_n = 8n - 3 \quad (4)$$

$$a_n = 4n + 1 \quad (3)$$

$$a_n = 2n + 2 \quad (2)$$

$$a_n = 2n + 3 \quad (1)$$

$$t_1 = a + b = -b \quad -a = 2b \quad a = 2$$

$$t_2 = 4a + 2b = 8a - 2 \quad 2b = -2 \quad b = -1$$

$$t_n = 4n^2 - n$$

$$1, 4, 9, 16, 25$$

$\underbrace{\quad}_a \quad \underbrace{\quad}_a \quad \underbrace{\quad}_{13}$

$$6, 9, 13 \quad d=4$$

$$a_n = 4n + 1$$

۱۸- جملات اول و دوم و سوم دنباله‌ای حسابی را به ترتیب با اعداد ۱، ۳ و ۵ جمع می‌کنیم. دنباله حاصل هندسی خواهد شد. جمع ده جمله اولیه دو دنباله چقدر اختلاف دارند؟

۱۰۰ (۴) ✓

۹۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۸۰ (۱)

جای: a_1, a_1+d, a_1+2d

۱، ۳ و ۵
حسب

هنگامی a_1+1, a_1+d+3, a_1+2d+5
و حسابی
↑
گفت

هنگامی a_1+1, a_1+1, \dots

$$S_{10} = 10(a_1+1) \rightarrow 10a_1 + 10$$

حسب a_1, a_1-2, a_1-4, \dots

$$S_{10} = 5(2a_1-11) \rightarrow 10a_1 - 55$$

$$10a_1 - 55 - 10a_1 - 10 = \underline{\underline{-65}}$$

۱۹- اعداد طبیعی را در مجموعه‌هایی به صورت $\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}, \{9, 10, \dots, 16\}, \dots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. میانگین اعضای مجموعه پانزدهم چه عددی است؟

$$3 \times 2^{14} + 1 \quad (4)$$

$$3 \times 2^{13} + \frac{1}{2} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$3 \times 2^{14} \quad (2)$$

$$2^{14} + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\{ 2^{14} + 1, 2^{14} + 2, \dots, 2^{15} - 1, 2^{15} \}$$

$$\frac{2^{14} + 1 + 2^{15}}{2} = \frac{2 \times 2^{14} + 1}{2} = \frac{2}{2} \times 2^{14} + \frac{1}{2} = 2 \times 2^{13} + \frac{1}{2}$$

۲۰- اگر a, b, c, \dots جملات دنباله حسابی و b, a, c, \dots جملات دنباله هندسی با جملات غیر صفر باشند، جمع هشت جمله ابتدایی دنباله حسابی چند برابر جمع هشت جمله ابتدایی دنباله هندسی است؟

$$\frac{204}{255} \quad (4)$$

$$-\frac{204}{255} \quad (3) \checkmark$$

$$\frac{68}{255} \quad (2)$$

$$-\frac{68}{255} \quad (1)$$

a, b, c حسابی
 b, a, c هندسی
 $rb = a + c$
 $a^r = bc$
 $a = rb - c \rightarrow (rb - c)^r = a^r$
 $a = rb - \varepsilon b$
 $a = -rb$
 $\varepsilon b^r + c^r - \varepsilon bc = bc$
 $\varepsilon b^r + c^r - abc = 0$
 $(b - c)(\varepsilon b - c) = 0$
 $b = c \quad a = rb$
 $q = r$
 $q = -r$

$q = r$
 حسابی b, rb, r^2b
 هندسی $rb, b, \varepsilon b$
 $\delta_n = b \cdot \frac{(-r)^n - 1}{-r - 1} = \frac{255}{-3} \times b$
 $\delta_n = \varepsilon (r(-rb) + r^2b) = 41b$
 $\frac{\frac{255}{-3} \times b}{41b} = \frac{-2.8}{255}$

$\checkmark q = -r$
 حسابی $b, -rb, \varepsilon b$
 هندسی $-rb, b, \varepsilon b$