۱) اگر $\tan \alpha = \sqrt{5} \sin \alpha$ و α زاویه‌ای در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، $\tan \alpha - \cot \alpha$ کدام است؟

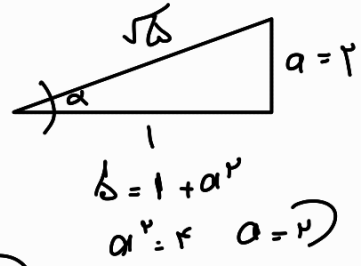۱) $\dfrac{3}{2}$　　　　۲) $\dfrac{5}{2}$　　　　۳) $-\dfrac{3}{2}$ ✓　　　　۴) $-\dfrac{5}{2}$
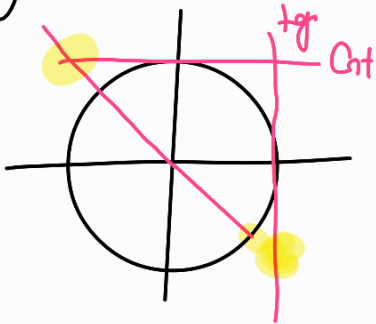
$tg = \dfrac{\sin}{\cos}$

$\dfrac{\sin}{\cos} = \sqrt{5} \sin$

$\dfrac{1}{\cos} = \sqrt{5}$　　　$\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ مجاور بر وتر

$b = 1 + a^2$
$a^2 = 4 \quad a = 2$

$tg = -2 \quad \cot = -\frac{1}{2}$

$-2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2 + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2}$

tg
$\cot$

۲) اگر $\boxed{\text{۲}} = \dfrac{1+\tan x}{1+\cot x}$ باشد، $\dfrac{\text{۲}\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ کدام است؟

۱) ۲   ۲) ۳   ۳) ۴   ۴) ۵ ✓

$$\frac{1+\dfrac{\sin}{\cos}}{1+\dfrac{\cos}{\sin}} = \frac{\dfrac{\cos+\sin}{\cos}}{\dfrac{\sin+\cos}{\sin}} = \frac{\sin}{\cos} = \text{۲} \qquad tg = \text{۲}$$

$$\frac{\dfrac{\text{۲}\sin}{\cos}+\dfrac{\cos}{\cos}}{\dfrac{\sin}{\cos}-\dfrac{\cos}{\cos}} = \frac{\text{۲}tg+1}{tg-1} = \frac{\text{۴}+1}{\text{۲}-1} = \frac{\text{۵}}{1} = \text{۵}$$

٣) اگر $\sin x + \cos x = + \dfrac{٢}{٧}$ باشد، $\dfrac{\sin x}{١ + \cot x} + \dfrac{\cos x}{١ + \tan x}$ کدام است؟

١) ٣   ٢) ٣/٥   ٣) ٢   ٤) ٢/٥

$$\dfrac{\sin}{\dfrac{1 + \dfrac{\cos}{\sin}}{\dfrac{\sin + \cos}{\sin}}} + \dfrac{\cos}{\dfrac{1 + \dfrac{\sin}{\cos}}{\dfrac{\cos + \sin}{\cos}}} = \dfrac{\sin^٢}{\sin + \cos} + \dfrac{\cos^٢}{\sin + \cos} = \dfrac{\sin^٢ + \cos^٢}{\sin + \cos} =$$

$$\dfrac{1}{+\dfrac{٢}{٧}} = \dfrac{+٧}{٢} = +٣/٥$$

$$\sin^2 + \cos^2 = 1$$
$$\cos^2 = 1 - \sin^2$$

۴) اگر $\sin^4\alpha \cos^4\alpha = \dfrac{1}{3}$ باشد، $\cot^2\alpha$ کدام است؟

4) 4 3) $\dfrac{3}{4}$ 2) $\dfrac{1}{4}$ 1) $\dfrac{1}{2}$ ✓

$$\sin^4 - \cos^4 = (\sin^2 - \cos^2)(\sin^2 + \cos^2) = \sin^2 - \cos^2 = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 - (1 - \sin^2) = \frac{1}{3}$$
$$\sin^2 - 1 + \sin^2 = \frac{1}{3} \qquad 2\sin^2 = \frac{4}{3} \qquad \sin^2\alpha = \frac{2}{3}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \qquad 1 + \cot^2 = \frac{3}{2} \qquad \cot^2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$
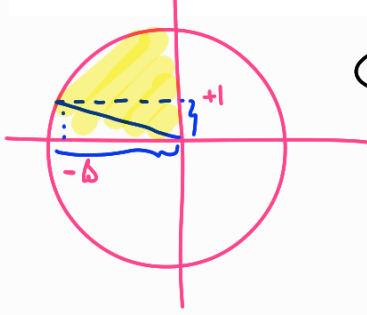
5) اگر $\tan \alpha = \cos \alpha$ باشد، حاصل $|\sin \alpha - \cos \alpha| - |\sin \alpha + \cos \alpha|$ $(135° < \alpha < 180°)$

2) $-1 + \sqrt{5}$ ✓

1) $-1 + \sqrt{3}$

4) $1 + \sqrt{5}$

3) $1 + \sqrt{3}$

2

$\sin$ ς.
$\cos \angle$.

$|\cos| > |\sin|$

$\sin\alpha - \cos\alpha - (-\sin\alpha - \cos\alpha)$

$\sin - \cos + \sin + \cos =$

$2\sin\alpha = 2\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = -1 + \sqrt{5}$

$\dfrac{\sin}{\cos} = \cos$

$\sin = \cos^2$

$\sin\alpha = 1 - \sin^2\alpha$

$\sin^2 + \sin - 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4(1)(-1) = 5 \qquad \Delta = 5$

$\sin\alpha = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\sin = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

۶) اگر $\tan\alpha + \dfrac{1}{\cos\alpha} = \textcircled{a}$ و $\tan\alpha - \dfrac{1}{\cos\alpha} = \textcircled{b}$ باشد، کدام رابطه بین a و b برقرار است؟

$a + b = 1$ (۱) $a + b = -1$ (۲) $ab = -1$ (۳) ✓ $ab = 1$ (۴)

$$\left(tg\alpha \oplus \frac{1}{\cos\alpha}\right)\left(tg\alpha \ominus \frac{1}{\cos\alpha}\right) = tg^2\ominus \frac{1}{\cos^2\alpha} = tg^2 - 1 - tg^2 = -1$$

$$(1 + tg^2)$$

$$ab = -1$$

$\dfrac{\sin^2}{\cos^2}$

$\dfrac{\cos^2}{\sin^2}$

1) $\tan^6\alpha$ ✓

2) $\cot^6\alpha$

3) $\tan^4\alpha$

4) $\cot^4\alpha$

$$\frac{\sin^2\alpha\left(\dfrac{1}{\cot^2} - 1\right)}{\cot^2\alpha\left(\dfrac{1}{\sin^2} - 1\right)} = \frac{\sin^2 \times tg^2}{\cot^2 \vee \cot^2} = \frac{\dfrac{tg^2 \times tg^2}{\dfrac{1}{tg^2}}}{} = tg^4 \times tg^2 = tg^6$$

$\overset{1+tg^2}{}$

$1+\cot^2$

$\overset{tg^2}{}$

$\dfrac{1}{tg^2}$

$\overset{tg^4}{}$

۸) اگر $\sin x = \dfrac{1}{3 \cos x}$ باشد، $\dfrac{\sin^4 x}{1+\cot^2 x} + \dfrac{\cos^4 x}{1+\tan^2 x}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{1}{6}$ ۲) $\dfrac{5}{6}$ ۳) $\dfrac{1}{2}$ ۴) $\dfrac{2}{3}$ ✓

$3 \sin \cos = 1 \qquad \sin \cos = \dfrac{1}{3}$

$\sin^4 x + \cos^4 x = ?$

$1 - 2(\sin \cos)^2 = 1 - 2\left(\dfrac{1}{9}\right) = \dfrac{3}{3} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{7}{3}$

۹) اگر $a < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{-a\sqrt[5]{(-a)^{4}\sqrt{a^{2}}}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{-a}$ ۲) $-a$ ✓   ۳) $-\sqrt[3]{a}$ ۴) $-\sqrt{-a}$

$$\sqrt{-a\sqrt[5]{(-a)^{4}(-a)^{1}}} = \sqrt{-a\sqrt[5]{(-a)^{5}}} = \sqrt{(-a)(-a)} = \sqrt{a^{2}} = |a| = -a$$

۱۰) اگر $\left(x\right)^{m-n} = \left(\sqrt[m-n]{\text{۲}}\right)^{m-n}$ باشد، $\dfrac{x^m + x^n}{\text{۲}x^m - x^n}$ کدام است؟ $(m > n)$

۱) $\dfrac{۱}{۴}$ ‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌ ۲) $\dfrac{۱}{۲}$ ‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌ ۳) ۱ ✓ ‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌‌ ۴) ۳

$$\boxed{\text{۲} = x^{m-n}}$$

$$\dfrac{x^n\left(x^{m-n} + 1\right)}{x^n\left(\text{۲}x^{m-n} - 1\right)} = \dfrac{\text{۲}+۱}{۴-۱} = \dfrac{۳}{۳} = ۱$$

۱۱) مقدار $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}-1}\sqrt[4]{3+2\sqrt{2}}} \left(\sqrt[5]{9\sqrt{3}}+\sqrt[4]{4}\right)\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ چقدر از $(\sqrt{2}-\sqrt{3\sqrt{3}})$ بیشتر است؟

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

$2 \times ①$

$(1+\sqrt{2})^2$

$\sqrt{\sqrt{2}-1} \quad \sqrt{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}$

$\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2-1} = \sqrt{1} = 1$

$\sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3\times2]{3^2\times3} = \sqrt[6]{3^2\cdot3} = \sqrt{3}$

$\sqrt[4]{3^2\sqrt{3}} = \sqrt[8]{3^2\cdot3} = \sqrt{3}$

$\sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$

$\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right) = 2-3 = -1$

$1-(-1) = 2$

۱۲) اگر $A = \sqrt[3]{(۲-\sqrt{۳})(۷-\sqrt{۴۸})}$ باشد، $A^۲ - ۴A$ کدام است؟

۱) ۳

۲) ۳-

۳) ۱

۴) ۱-

$$\sqrt{۱۹ \times ۳} = ۴\sqrt{۳}$$

$$A = \sqrt[3]{(۲-\sqrt{۳})(۷\ominus۴\sqrt{۳})} = \sqrt[3]{(۲-\sqrt{۳})(۲-\sqrt{۳})^۲} = \sqrt[3]{(۲-\sqrt{۳})^۳} = ۲-\sqrt{۳} = A$$

$$(۲-\sqrt{۳})^۲$$

$$(۲-\sqrt{۳})^۲ - ۴(۲-\sqrt{۳}) = ۴+۳ - ۴\sqrt{۳} - ۸ + ۴\sqrt{۳} = -۱$$

۱۳) اگر $\sqrt{x-2m}+\sqrt{x}=2$ و $\sqrt{x-2m}-\sqrt{x}=\dfrac{m+1}{2}$ باشند، m کدام است؟

۱) $-\dfrac{1}{3}$ ✓   ۲) $\dfrac{1}{3}$ ۳) $-\dfrac{1}{2}$ ۴) $\dfrac{1}{2}$

$$\left(\sqrt{x-2m}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x-2m}+\sqrt{x}\right)=\left(\frac{m+1}{2}\right)(2)$$

$$x-2m-x=-2m=m+1$$
$$-3m=1 \qquad m=\frac{-1}{3}$$

۱۴) اگر $a^{\mathsf{r}} = \dfrac{۱۱}{a - \mathsf{r}b}$ و $b^{\mathsf{r}} = \dfrac{۵\mathsf{r}}{\mathsf{r}a - b}$ باشد، $\sqrt{a-b}$ کدام است؟

۱) ۴   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۹

$$\mathsf{r}ab^{\mathsf{r}} - b^{\mathsf{r}} = ۵\mathsf{r} \qquad a^{\mathsf{r}} - \mathsf{r}a^{\mathsf{r}}b = ۱۱$$

$$a^{\mathsf{r}} - b^{\mathsf{r}} + \mathsf{r}ab^{\mathsf{r}} - \mathsf{r}a^{\mathsf{r}}b = ۶۴$$

$$\sqrt[\mathsf{r}]{(a-b)^{\mathsf{r}}} = \sqrt[\mathsf{r}]{۶۴}$$

$$\sqrt{a-b} = \sqrt{۴} = ۲$$

$$A=?$$ $$B$$

۱۵) اگر $\sqrt[3]{x^2-2x+1}+\sqrt[3]{x^2+2x+1}+\sqrt[3]{x^2-1}=3$ باشد، $\sqrt[3]{x-1}-\sqrt[3]{x+1}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{3}{2}$ ۲) $-\dfrac{3}{2}$ ۳) $\dfrac{2}{3}$ ۴) $-\dfrac{2}{3}$

-۱)۲

$$A \times B = x-1-(x+1) = x-1-x-1 = -2$$

$$A \times 3 = -2 \qquad A = \frac{-2}{3}$$

۱۶) ساده شده عبارت $\dfrac{x^{3}+4x^{2}+7x+6}{x^{2}-4} \div \dfrac{x^{2}+2x+3}{2-x}$ کدام است؟

1) X

2) -X

3) 1

4) -1 ✓

$(x+2)(x^{2}+2x+3)$

$(x+2)(x-2)$

$x=-2 \longrightarrow (x+2)$

$\begin{array}{r} x^{3}+4x^{2}+7x+6 \\ -x^{3}+2x^{2} \\ \hline 2x^{2}+7x+6 \\ -2x^{2}+4x \\ \hline 3x+6 \\ -3x+6 \\ \hline 0 \end{array} \Big|\underline{x+2 \atop x^{2}+2x+3}$

$\dfrac{x^{2}+2x+3}{x-2} \times \dfrac{2-x}{x^{2}+2x+3} = -1$

$-(x-2)$

۱۷) حاصل $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{195}+\sqrt{196}}$ کدام است؟

۱) ۱۲   ۲) ۱۳ ✓   ۳) ۱۴   ۴) ۱۵

$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}} \times \dfrac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \dfrac{1-\sqrt{2}}{\underset{-1}{\cancel{1-2}}} = \sqrt{2}-1$

$\sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \ldots + \sqrt{196}-\sqrt{195}$

$-1 + \sqrt{196} = -1 + 14 = 13$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\underset{-1}{\cancel{2-3}}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{\sqrt{195}+\sqrt{194}} \times \dfrac{\sqrt{195}-\sqrt{194}}{\sqrt{195}-\sqrt{194}} = \dfrac{\sqrt{195}-\sqrt{194}}{\underset{-1}{195-194}} = \sqrt{194}-\sqrt{195}$

۱۸) اگر α و β جواب‌های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ باشند، $(\alpha^2 - \alpha - 1)(\beta^2 - \beta + 1)$ کدام است؟

۱) ۸ ✓   ۲) ۱۲   ۳) ۱۵   ۴) ۱۸

$\alpha^2 - \alpha - c = 0 \qquad \alpha^2 - \alpha = 3$

$\beta^2 - \beta - c = 0 \qquad \beta^2 - \beta = 3$

$(3 - 1)(3 + 1) = (2)(4) = 8$

۱۹) معادلات $x^۲ + ۳x + m = ۰$ و $x^۲ + ۵x + ۳m = ۰$ دارای یک جواب مشترک (غیرصفر) هستند. مجموع مربعات جواب‌های غیر مشترک کدام است؟

۱) ۱۵   ۲) ۱۲   ۳) ۱۰ ✓   ۴) ۸

$x^۲ + ۳x + ۳m = x^۲ + ۵x + m$

$۳x = ۲m$

$x = -m$

$(-m)^۲ + ۳(-m) + m = ۰$

$m^۲ - ۳m + m = ۰$

$m^۲ - ۲m = ۰$ $m(m - ۲) = ۰$ $m = ۰$ ✗
                                                    $m = ۲$ ✓

$x^۲ + ۳x + ۲ = ۰ \longrightarrow x = -۱$
                                    $x = -۲$ α

$x^۲ + ۵x + ۶ = ۰ \longrightarrow (x + ۲)(x + ۳) = ۰$
                                    $x = -۲$ $x = -۳$
                                        α

$(-۱)^۲ + (-۳)^۲ = ۱ + ۹ = ۱۰$

۲۰) اگر a و b اعدادی صحیح و $x = \dfrac{1-\sqrt{٣}}{٢}$ جواب معادله $٢x^٢ + ax + b = ٠$ باشد، ~~ab~~ $a+b$ کدام است؟

۱) ۳   ۲) ۳- ✓   ۳) ۱   ۴) ۱-

$٢x = ١ - \sqrt{٣}$

$٢x - ١ = -\sqrt{٣}$

$٤x^٢ + ١ - ٤x = ٣$

$٤x^٢ - ٤x - ٢ = ٠$

$٢x^٢ - ٢x - ١ = ٠$

$٢x^٢ + ax + b = ٠$

$a = -٢$

$b = -١$

$(-١) + (-٢) = -٣$