

۱- نمودار $y = 1 - f\left(4 - \frac{x}{2}\right)$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و ۸ واحد به راست و $\frac{1}{2}$ واحد به بالا انتقال داده ایم.

شکل حاصل با کدام تغییر بر نمودار f منطبق خواهد شد؟

(۱) انبساط افقی

(۲) انقباض افقی

(۳) بازتاب نسبت به محور عرضها

(۴) بازتاب نسبت به محور طولها

$$y = -\frac{1}{2} + f\left(4 + \frac{x-1}{2}\right)$$

$$y = f\left(\frac{x-1}{2}\right) \Rightarrow y = f\left(\frac{x}{2}\right) \rightarrow f(x)$$

معدوم x
انقباض افقی

$$x - \varepsilon$$

$$f(x) = -(x-1)^2 + 1$$

۲- نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 2x + 7$ را نسبت به خط $x = -2$ بازتاب کرده و ۴ واحد به راست انتقال داده ایم. تابع به

دست آمده در کدام بازه صعودی اکید است؟

(۴) $(-\infty, 9]$

(۳) $(-\infty, -1]$

(۲) $[-9, +\infty)$

(۱) $[1, +\infty)$

موسی $\rightarrow -x-4$

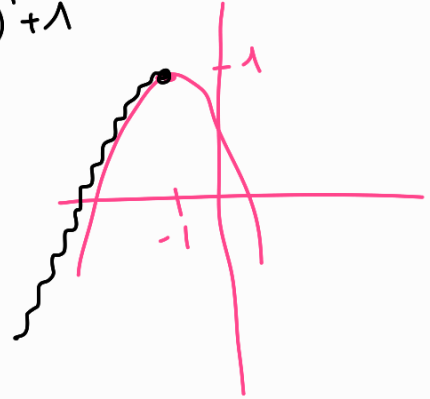
$$f(x) = -(-x - \varepsilon - 1)^2 + 1$$

$$f(x) = -(-x - 5)^2 + 1$$

$$f(x) = -(-(x - \varepsilon) - 5)^2 + 1$$

$$f(x) = -(\underbrace{-x-1}_{-(x+1)})^2 + 1$$

$$f(x) = -(x+1)^2 + 1$$



۳- نمودار تابع $f(x) = (2-2x)^3$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده، سپس آن را ~~یک~~ واحد به چپ و k واحد به بالا

انتقال می دهیم. نمودار به دست آمده شکل اولیه را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{2}$ قطع می کند، مقدار k کدام است؟
 $x = \frac{1}{2}$

۱۲۹ (۴)

۱۲۶ (۳) ✓

۱۲۴ (۲)

۱۲۵ (۱)

$$f(x) = -(2+2x)^3 \quad f(x) = -\left(2+2\left(x+\frac{1}{2}\right)\right)^3 + k = (2-2x)^3$$

$$-\left(2+\cancel{2}x+\cancel{2}\right)^3 + k = \left(\cancel{2}-\cancel{2}x\right)^3 \quad x = \frac{1}{2}$$

$$-\left(\cancel{2}-\cancel{2}\right)^3 + k = +1$$

$$-1+ k = +1 \quad k = 1+1 = 2$$

۴- نقطه $A(\alpha, \alpha)$ روی نمودار $y = 3 - f(3 - x)$ با نقطه $A'(\beta, +1)$ روی نمودار $y = 2 + f(\frac{x}{2})$ متناظر است. شیب خط

AA' کدام است؟

$$-\frac{3}{4} \quad (۴) \quad \frac{1}{2} \quad (۳) \quad -\frac{5}{4} \quad (۲) \quad \frac{4}{3} \quad (۱)$$

$$A(\alpha, \alpha) \quad \alpha = 3 - f(3 - \alpha) \rightarrow f(3 - \alpha) = 3 - \alpha \quad \frac{3 - \alpha}{2} = \frac{\beta}{2} \quad (\beta = -3)$$

$$A'(\beta, +1) \quad +1 = 2 + f\left(\frac{\beta}{2}\right) \rightarrow f\left(\frac{\beta}{2}\right) = -1 \quad 3 - \alpha = -1 \quad (\alpha = 4)$$

$$\begin{matrix} A(4, 4) \\ A'(-3, +1) \end{matrix} \quad m_{AA'} = \frac{4 - 1}{4 + 3} = \frac{3}{7} = \frac{1}{2}$$

۵- هرگاه $f(x) = 4x + 2\sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{3x+1}{1-x}$ مقدار $(f^{-1} \circ g^{-1})(-7)$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (3)$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$(g \circ f)^{-1}(-7) = \alpha$$

$$(g \circ f)(\alpha) = -7$$

$$g(f(\alpha)) = -7$$

$$g\left(\frac{3}{4}\right) = -7$$

$$f(\alpha) = \frac{3}{4}$$

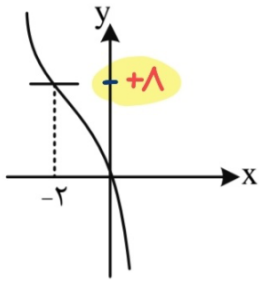
$$\frac{3\alpha+1}{1-\alpha} = -7$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 4 \cdot \frac{1}{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}} = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$f\alpha + 2\sqrt{\alpha} = 2$$

$$\frac{3}{4} \rightarrow 1 = -7 + \frac{3}{4} \rightarrow \alpha = \frac{3}{4}$$

۶- نمودار $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$ شکل مقابل است. اگر آن را ۳ واحد به چپ و k واحد در راستای قائم انتقال دهیم،



شکل حاصل نمودار f را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع می‌کند. k کدام است

$$f(x) = - (x+3)^3 + 1 + k$$

-۱۰ (۱)

۸ (۲)

-۷ (۳)

۹ (۴) ✓

$$g(x) = - (x+5)^3 + 1 + k = - (x+3)^3 + 1$$

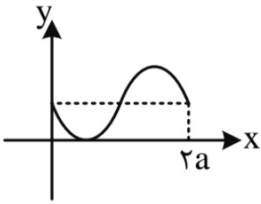
$x = -3$

$$- \left(\frac{-3+5}{1} \right)^3 + 1 + k = - \left(\frac{-3+3}{1} \right)^3 + 1$$

$$-1 + 1 + k = +1 + 1 \quad k = 9$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

۷- شکل مقابل قسمتی از نمودار $f(x) = 2 - a \sin bx \cos bx$ است. مقدار ab چه عددی است؟



$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (3) \quad \checkmark$$

$$f(x) = 2 - \frac{a}{2} \sin 2bx$$

$$\min = 2 - \left| \frac{a}{2} \right| = \dots$$

$$T = 2a$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \dots$$

$$\left| \frac{a}{2} \right| = 2$$

$$\frac{\pi}{|2b|} = 2$$

$$\frac{a}{2} = 2$$

$$a = 4 \quad \checkmark$$

$$\frac{a}{2} = -2$$

$$a = -4 \quad \times$$

$$|2b| = \frac{\pi}{2}$$

$$2b = \frac{\pi}{2} \quad \checkmark$$

$$2b = -\frac{\pi}{2} \quad \times$$

$$ab > \dots$$

$$\frac{a > \dots}{b > \dots}$$

$$b = \frac{\pi}{4} \quad \checkmark$$

$$4 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{1}$$

$$\pi - \frac{3\pi}{\lambda}$$

۸- جواب کلی $-2 \cos\left(\frac{\Delta\pi}{\lambda} + x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = 1$ کدام است؟

$$x = \frac{-k\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \quad (۴)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{\lambda} \quad (۳)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} \quad (۲)$$

$$x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

$$-2 \cos\left(\pi - \left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right)\right) \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = 1$$

$$+2 \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) \cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = 1$$

$$2 \cos^2\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) = 1$$

$$2 \cos^2\left(\frac{3\pi}{\lambda} - x\right) - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{\lambda} - 2x\right) = 0$$

$$\frac{3\pi}{\lambda} - 2x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

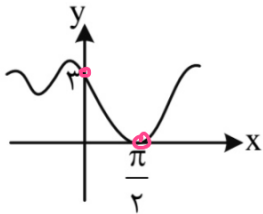
$$2x = \frac{3\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{2} - k\pi$$

$$\frac{3\pi - 2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\lambda}$$

$$2x = \frac{\pi}{\lambda} - \frac{k\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{\lambda} - \frac{k\pi}{2}$$

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos 2x + b \sin x + 2$ شکل روبه‌رو است. مقدار $f(\frac{5\pi}{6})$ چه عددی است؟



$$2 \quad (2 \checkmark)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \quad (1)$$

$$\sqrt{3} + 2 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad a \cos \frac{\pi}{2} + b \sin \frac{\pi}{2} + 2 = 0 \quad -1 + b + 2 = 0 \quad 1 + b = 0 \quad b = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3 \quad a + 2 = 3 \quad a = 1$$

$$f(x) = \cos 2x - \sin x + 2$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos \frac{5\pi}{3} - \sin \frac{5\pi}{6} + 2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 2 = 2$$

۱۰- جمع جواب‌های معادله $\cos 2x - 2\sin^2 x = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ برابر θ است. مقدار $\tan \frac{\theta}{6}$ چه عددی است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

$$\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

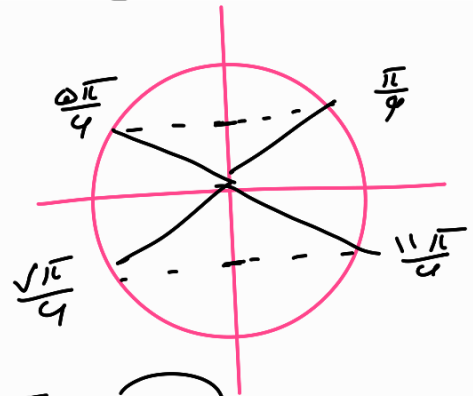
$$-\sqrt{3} \quad (۱) \checkmark$$

$$1 - 2\sin^2 x - 2\sin^2 x = 0$$

$$1 - 4\sin^2 x = 0$$

$$4\sin^2 x = 1 \quad \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

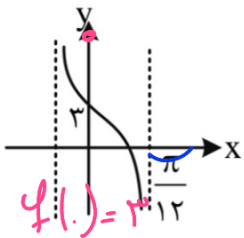
$$\sin x = \pm \frac{1}{2}$$



$$\sum = \frac{24\pi}{4} = 6\pi = \theta$$

$$\tan \frac{6\pi}{4} = \tan \frac{3\pi}{2} = -\sqrt{3}$$

۱۱- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{3} \tan\left(bx - \frac{\pi}{6}\right)$ شکل مقابل است. مقدار ab کدام است؟



- ۸ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۲۴ (۴)

$$a - \sqrt{3} \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = a - \frac{\sqrt{3} \times -\sqrt{3}}{+ \frac{1}{\sqrt{3}} = 1} = a + 3 = 3$$

$a = 0$

$$b \frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}$$

$$b \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi + 2\pi}{12} = \frac{5\pi}{12} = \frac{5\pi}{12}$$

$$b \frac{\pi}{12} = \frac{5\pi}{12} \quad \frac{b}{12} = \frac{5}{12} \quad b = 5$$

۱۲- اگر $f(x) = \frac{ax - \sqrt{ax^2 + b}}{ax - 2}$ به طوری که $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

$-1/25$ (۴)

$1/25$ (۳)

-5 (۲)

$2/5$ (۱)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{ax - |ax|}{ax} = \frac{ax - (-ax)}{ax} = \frac{ax + ax}{ax} = \frac{a+a}{a} = \frac{2a}{a} = 2$$

$2a + 4 = 2a$
 $4a = 4$
 $a = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{9x^2 + b}}{2x - 2} = \frac{0}{0}$$

$2(1) - \sqrt{9 + b} = 0$
 $2 = \sqrt{9 + b}$
 $b = -5$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{9x^2 - 5}}{2x - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{H\ddot{o}p} \frac{2 - \frac{18x}{2\sqrt{9x^2 - 5}}}{2} = \frac{2 - \frac{9}{\sqrt{2}}}{2} = \frac{-1/25}{1} = -1/25$$

$\frac{-5/2}{2} = -5/4$
 $\frac{-5/4}{1} = -5/4$
 $-1/25$

۱۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - \sqrt{2x+a}}{ax^2 - a}$ برابر با $\frac{b}{a}$ است. مقدار b کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4 \checkmark)$$

$$9 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - \sqrt{2x+a}}{ax^2 - a} = \frac{0}{0}$$

$$\begin{aligned} n=1 &\rightarrow 3 - \sqrt{2+a} = 0 \\ \sqrt{2+a} &= 3 \\ 2+a &= 9 \\ \alpha &= 7 \end{aligned}$$

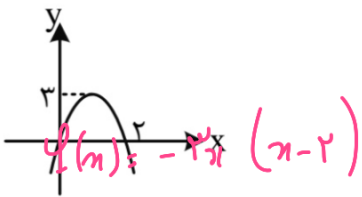
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - \sqrt{2x+7}}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hsp}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \frac{7}{2\sqrt{2x+7}}}{1-2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \frac{7}{2\sqrt{2x+7}}}{1-2x} = \frac{3 - \frac{1}{2}}{1-2} =$$

$$\frac{3 - \frac{1}{2}}{1-2} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{1}{2}}{1-2} = \frac{5}{-1} = -5$$

$$\frac{b}{a} = \frac{5}{-1} \quad b = -5$$

۱۴- اگر نمودار f شکل مقابل باشد. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+6}{f(x)-3}$ کدام است؟



- (۱) $+\infty$
- (۲) $-\infty$
- (۳) صفر
- (۴) $\frac{3}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+6}{-3x(x-2)-3} = \frac{3(x+2)}{-3(x^2-2x+1)} = \frac{-(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$x = \frac{1}{p} \quad x = 1$$

۱۵- باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x-1$ و $2x+1$ به ترتیب ۸ و ۵ است. باقی مانده تقسیم $p(x-1)$ بر

مقدار $ax + b$ است. مقدار $b - \frac{1}{p}a$ کدام است؟

$$\checkmark p(1) = 8$$

$$x-1=1 \quad x=2$$

$$p(x-1) = q(x) (2x-1) + ax + b$$

$$p\left(\frac{1}{p}\right) = 5$$

$$x-1 = -\frac{1}{p} \quad x = \frac{1}{p}$$

$$p(1) = q(2) + 2a + b$$

$$p\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{p}a + b = 5$$

$$p\left(-\frac{1}{p}\right) = -\frac{1}{p}a + b = 5$$

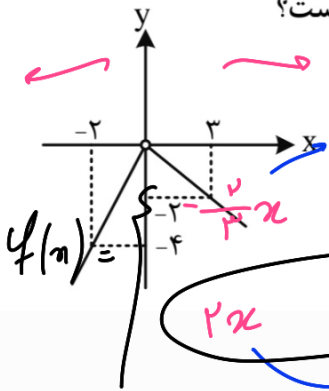
$$\begin{cases} 2a + b = 8 & a=2 \\ -\frac{1}{p}a + b = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = 8 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\frac{1}{p}a = 3 \quad a = 2$$

$$f - w(2) = 4 - 4 = -2$$



۱۶- نمودار f در مجاورت $x=0$ شکل مقابل است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(-1)^{\lfloor x \rfloor} f^{-1}(x)}{f(-3x)}$ چه عددی است؟



$$y = \frac{2}{3}x \quad x = \frac{3}{2}y$$

$x >$

$$y = -\frac{2}{3}x$$

$x >$
 $\frac{-1}{2} (2)$
 $\frac{-1}{2} (4)$

$\frac{1}{2} (1)$

~~$+\frac{1}{12} (2)$~~

$2x$ $x <$

$\frac{x}{3}$ $x <$

$$y = 2x \quad \frac{y}{2} = x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(-1)^{\lfloor x \rfloor} x \frac{x}{3}}{2(-3x)} = \frac{-\frac{x^2}{3}}{-6x} = \frac{1}{12}$$

○

۱۷- فرض کنید $f(x) = ax + \sqrt{4x^2 + 1}$ باشد به طوری که $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - f(x)}{3x + 1} = \Delta$ است. مقدار a کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - (ax + \sqrt{4x^2 + 1})}{3x + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2ax - \sqrt{4x^2 + 1}}{3x + 1} = \frac{x - 2ax - |2x|}{3x} =$$

$$\frac{x - 2ax + \varepsilon x}{3x} = \frac{\Delta x - 2ax}{3x}$$

$$\frac{(\Delta - 2a)x}{3x} = \Delta$$

$$\Delta - 2a = 3\Delta \quad \begin{matrix} 2a = -1 \\ a = -\frac{1}{2} \end{matrix}$$



$f(x) = \ln \frac{\sqrt{r^2 - ax^2}}{r\sqrt{r}} = \ln \frac{\sqrt{r^2 - ax^2}}{r\sqrt{r}}$

در نقطه $x=0$ برآورد می‌دهند. مقدار a کدام است؟

شده بر حسب تابع $f(x) = \ln \frac{\sqrt{r^2 - ax^2}}{r\sqrt{r}}$

نیم‌مماس‌های r $\frac{1}{\sqrt{r^2 - ax^2}}$

$\frac{1}{\sqrt{r^2 - ax^2}}$

$$\frac{\sqrt{r^2 - ax^2}}{r\sqrt{r^2 - ax^2}} = \frac{\sqrt{ax^2}}{r\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{a}x}{r}$$

$$f'(\cdot)^+ = \frac{\sqrt{a}x}{r} = \frac{\sqrt{a}}{r}$$

$$f'(\cdot)^- = \frac{\sqrt{a}x(-x)}{r\sqrt{r}} = \frac{-\sqrt{a}}{r}$$

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{r}\right) \left(\frac{-\sqrt{a}}{r}\right) = \frac{-a}{r} = -1$$

$a = r$

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = \frac{f'(x)}{1} = \frac{ax + |x-a|}{x^2+1}$

مشتق نالیا میرا ہے $\frac{ax + |x-a|}{x^2+1}$ در نقطہ x

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = \frac{f'(x)}{1} = \frac{ax + |x-a|}{x^2+1}$

-0/04 (4) 0/04 (3) -0/44 (2) 0/44 (1)

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = -f'(x)$

$f'(x) = \frac{(1)(x^2+1) - (2x)(x+2)}{(x^2+1)^2}$

$f'(2) = \frac{(1)(5) - (4)(4)}{25} = \frac{-11}{25} = -0.44$

$-f'(2) = +0.44$

$f(0) = \frac{0-3}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ مقدار $f(x) = xg(x) + 4x - 3$ و $f(x) = \frac{x^2-3}{x}$ $f(1) = -3$

$f(1) = -3 \xrightarrow{f(1)} 3 = -f(1)$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) + 3}{n} = \epsilon \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) - f(1)}{n - 1} = f'(1)$

→

$$f'(n) = \left(\frac{x^2-3}{x+1} \right)' = \frac{(2n)(n+1) - (1)(n^2-3)}{(n+1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{3}{1} = 3 \quad 3-1 = -1$$