

۱۵۱- حاصل عبارت  $(2 - \sqrt{2})^3$  را به صورت  $a - b\sqrt{2}$  نوشته ایم، مقدار  $2a + b$  کدام است؟  $(a, b \in \mathbb{N})$

$$\begin{aligned}
 (2 - \sqrt{2})^3 &= 2^3 + (-\sqrt{2})^3 + 3 \times 2^2 \times (-\sqrt{2}) + 3 \times (-\sqrt{2})^2 \times 2 \\
 &= 8 - 2\sqrt{2} - 12\sqrt{2} + 12 \\
 &= \underbrace{20}_a - \underbrace{14\sqrt{2}}_b \rightarrow 2a + b = 40 + 14 = 54
 \end{aligned}$$

۴۸ (۱)

۵۰ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

۱۵۲- مقدار عبارت  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{4}{3+\sqrt{5}}$  کدام است؟

$\sqrt{5} + \sqrt{2}$  (۱)

$\sqrt{5} - \sqrt{2}$  (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

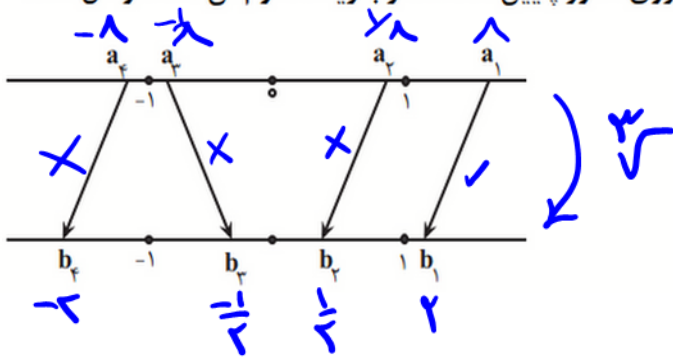
$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \cancel{\sqrt{2}} - 1$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \cancel{\sqrt{5}} - \cancel{\sqrt{2}}$$

$$\frac{4}{3+\sqrt{5}} \times \frac{3-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \cancel{3} - \cancel{\sqrt{5}}$$

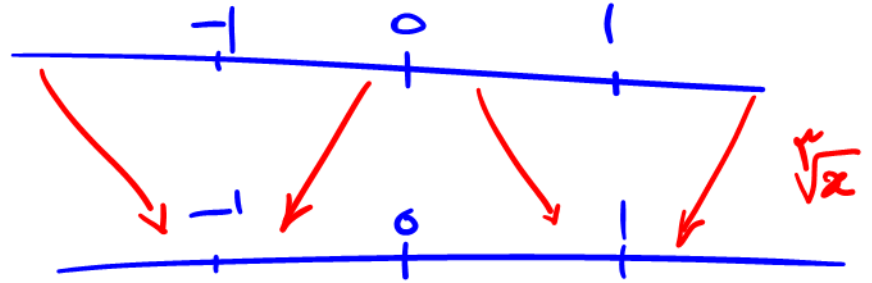
$$\oplus \rightarrow -1 + 3 = 2$$

۱۵۳- در شکل زیر، هریک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن است، وصل شده



است. چند تا از پیکان‌ها نادرست است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳) ✓
- ۴ (۴)



۱۵۴- حاصل عبارت  $\sqrt[3]{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}}$  برابر کدام گزینه است؟

$$\sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}} = (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$$

$$\frac{\sqrt[3]{\sqrt{7} + \sqrt{3}} \times \sqrt[6]{10 - 2\sqrt{21}}}{\sqrt[3]{7 - 3}} = \sqrt[3]{4}$$

- $\sqrt[6]{4}$  (۱)
- $\sqrt[3]{4}$  (۲) ✓
- $\sqrt[6]{4^3}$  (۳)
- $\sqrt[3]{4^2}$  (۴)

۱۵۵- اگر  $k = \sqrt{5} - \sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{20000} - \sqrt{800}}{(\sqrt{2\sqrt{5}} \times \sqrt{5\sqrt{2}})^{\frac{10}{3}}}$  بر حسب  $k$  کدام است؟

$$\frac{20\sqrt{10} - 20\sqrt{2}}{20} \rightarrow \sqrt{10} - \sqrt{2} = k$$

$$\rightarrow (2^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{10}{3}} = (2^{\frac{10}{3}} \times 5^{\frac{10}{3}})^{\frac{10}{3}} = 2^{\frac{100}{9}} \times 5^{\frac{100}{9}} = 10^{\frac{100}{9}}$$

- $\frac{k}{2}$  (۱)
- $k$  (۲) ✓
- $2k$  (۳)
- $k^2$  (۴)

۱۵۶- اگر  $\alpha = \sqrt[4]{4\sqrt{2} + 4}$  و  $\beta = \sqrt[4]{4\sqrt{2} - 4}$  باشند، حاصل عبارت  $(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & \rightarrow (\alpha^2 + \beta^2)^2 - (\alpha\beta)^2 \\ & = \alpha^4 + \beta^4 + \cancel{2\alpha^2\beta^2} - \alpha^2\beta^2 \\ & = 8\sqrt{2} + 8 + \cancel{8\sqrt{2} - 8} + 8 = 16\sqrt{2} + 8 \end{aligned}$$

$$\alpha\beta = \sqrt[4]{32 - 16} = 2$$

- ۱۲ (۱)
- $8 + 8\sqrt{2}$  (۲)
- $4 + 8\sqrt{2}$  (۳) ✓
- ۴ (۴)

۱۵۷- حاصل عبارت  $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1}$  برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1} = \frac{1}{(\sqrt[3]{2})^2 + 1 \times \sqrt[3]{2} + 1^2} \times \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\sqrt[3]{2} - 1} = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{2 - 1}$$

$$(a^2 + ab + b^2)(a - b)$$

$$\sqrt[3]{2} - 1 + 1$$

- $\sqrt[3]{4}$  (۱)
- $\sqrt[3]{2}$  (۲) ✓
- $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  (۳)
- $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$  (۴)

۱۵۸- اگر  $a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}$  باشد، حاصل عبارت  $a^2 - \sqrt{12}a + 3$ ، کدام گزینه است؟

$$a = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$a^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 = 6 + 3 + 2\sqrt{18} = 9 + 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{12}a = 2\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{18} + 2\sqrt{9} = 4\sqrt{2} + 6$$

$$9 + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 6 + 3 = \underline{\underline{6}}$$

- ۳ (۱)
- ۶ (۲) ✓
- صفر (۳)
- ۹ (۴)

۱۵۹- اگر داشته باشیم  $x + \frac{1}{x} = 3$ ، در این صورت حاصل عبارت  $|x^2 - \frac{1}{x^2}|$  کدام است؟

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{? = \sqrt{5} \times 3}$

$\sqrt{5}$  (۱)  
 $\sqrt{7}$  (۲)  
 $3\sqrt{5}$  (۳) ✓  
 $3\sqrt{7}$  (۴)

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 0$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{x^2}$

۱۶۰- اگر  $\sqrt{\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{c}-\sqrt{d})$  باشد، حاصل  $a+b+c+d$  کدام است؟ ( $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ )

$$\frac{2\sqrt{2} - (\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2} + (\sqrt{3}+1)} \times \frac{2\sqrt{2} - (\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2} - (\sqrt{3}+1)} = \frac{(2\sqrt{2} - (\sqrt{3}+1))^2}{\cancel{2} - 2\sqrt{6}} \rightarrow \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$8 - (3 + 1 + 2\sqrt{6})$

۷ (۱) ✓  
 ۸ (۲)  
 ۹ (۳)  
 ۱۰ (۴)

$$\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 - \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 4}{2}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2 = \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - 2 = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)$$

$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{2}$