

۱- اعداد مجموعه $\{11, 12, 13, \dots, 19, 20\}$ را روی ده کارت می نویسیم و داخل کیسه ای قرار می دهیم. کاردتی به تصادف انتخاب می کنیم، اگر عدد اول

بود، آنگاه یک تاس پرتاب می کنیم و اگر عدد مرکب بود، آنگاه دو سکه پرتاب می کنیم. فضای نمونه این پدیده تصادفی چند عضو دارد؟

۲۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۸ (۲) ✓

۳۶ (۱)

$$\frac{\{11, 13, 17, 19\}}{4} \xrightarrow{\text{تاس}} 4 \times 4 = 16$$

$$\frac{\{12, 14, 16, 18, 20\}}{4} \xrightarrow{\text{سکه}} 2 \times 2 = 4$$

$$16 + 4 = 20$$

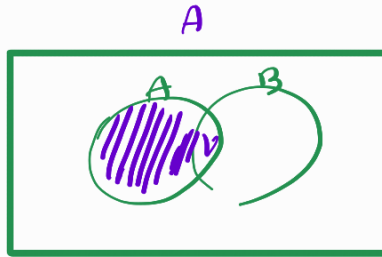
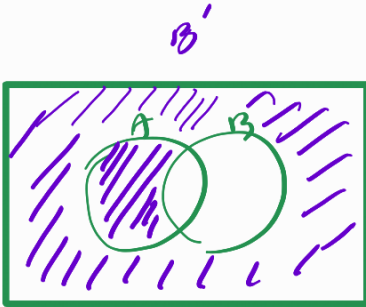
۲- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، کدام گزینه نادرست است؟

$$(A' \cup B') \cap (A' \cap B') = (A \cup B)' \quad (\text{ب})$$

$$(A' \cup B)' \cap (A - B') = \emptyset \quad (\text{ا})$$

$$(A \cup B') \cap (A \cap B') = \overset{A}{\cancel{B}} \quad (\text{د}) \checkmark$$

$$(A' - B') - (A' \cap B') = B \quad (\text{ج})$$



$$B' \cap A = A$$

۳- نهایی اگر $n(A) = 3n(B) = 12n(A \cap B)$ حاصل $\frac{n(A \cap B)}{n(A \cup B)}$ کدام است؟ (A و B ناتهی هستند).

$$\frac{3}{20} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{18} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{15} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{20} \text{ (۱)}$$

$$\frac{n(A \cap B)}{n(A) + n(B) - n(A \cap B)} = \frac{\frac{n}{12}}{n + \frac{n}{3} - \frac{n}{12}} = \frac{\frac{n}{12}}{\frac{12n + 4n - n}{12}} = \frac{n}{16n} = \frac{1}{16}$$

۴- در پرتاب ۵ سکه با هم، احتمال اینکه تعداد حالات رو بیشتر از پشت باشد، چند برابر احتمال تعداد حالاتی است که همه سکه‌ها مثل هم باشند؟

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$8 \text{ (۳)}$$

$$16 \text{ (۲)}$$

$$2 \text{ (۱)}$$

$$n(s) = 2^5 = 32$$

۵ رو ۰ ۴ رو ۱ ۳ رو ۲

$$\frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{16}} = 8$$

همه سکه‌ها

$$\frac{\binom{5}{5} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{1+1}{32} = \frac{2}{32} = \frac{1}{16}$$

۵- ۶ دانش‌آموز هر کدام در یکی از پایه‌های هفتم تا دوازدهم به‌گونه‌ای تحصیل می‌کنند که هیچ کدام از آن‌ها پایه تحصیلی مشترکی ندارند، یک مربی

استعدادیاب ورزشی می‌خواهد از میان این ۶ دانش‌آموز، ۲ دانش‌آموز را انتخاب کند، احتمال اینکه این ۲ دانش‌آموز از پایه‌های تحصیلی متوالی

انتخاب شوند، چقدر است؟

$$\frac{2}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳) \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{10} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{5} \quad (۱)$$

$$n(S) = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 15$$

$$A = \{ (\underline{۷,۸}), (\underline{۸,۹}), (\underline{۹,۱۰}), (\underline{۱۰,۱۱}), (\underline{۱۱,۱۲}) \}$$

$$P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$n(A) = \binom{5}{1} = 5$$

۶- کیسه‌ای دارای ۵ مهره آبی و ۳ مهره قرمز می‌باشد. به‌طور تصادفی ۳ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آنکه تعداد مهره‌های آبی خارج شده دو 2

برابر تعداد مهره‌های قرمز خارج شده باشد، کدام است؟ 1

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{15}{28} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$n(S) = \binom{8}{3} = 56$$

$$\frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \times \binom{3}{1} = 10 \times 3 = 30$$

۷- نهایی احتمال اینکه A رخ ندهد برابر ۰/۷ و احتمال وقوع A یا B برابر ۰/۸ است و A و B دو پیشامد ناسازگار هستند. احتمال اینکه B رخ

دهد، چند برابر احتمال آن است که B رخ ندهد؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$1 \text{ (۲)}$$

(۱) صفر

$$P(A') = 0.7$$

$$P(A) = 0.3$$

$$P(A \cup B) = 0.8$$

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.8 = 0.3 + P(B) - 0$$

$$\checkmark P(B) = 0.5$$

$$\checkmark P(B') = 0.5$$

$$\frac{0.5}{0.5} = 1$$

۸- پیشامدهای A، B و فضای نمونه S مفروض هستند. اگر $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B \cup C = S$ باشد، متمم پیشامد $(A-C) \cup (B-C)$ برابر

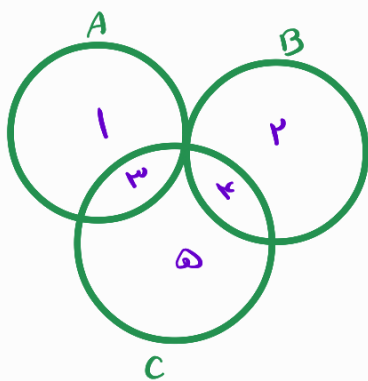
کدام گزینه است؟

C-A (۴)

C-B (۳)

C (۲) ✓

C' (۱)



$$\begin{matrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ (A-C) \cup (B-C) & = \{1, 2\}' = \{3, 4, 5\} = \underline{C} \end{matrix}$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۳ ۴ ۵ ۳ ۴ ۵

۹- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم $2P(A) = 3P(A-B) = 5P(B)$ مقدار $\frac{P(A \cup B)}{P(A') - P(B')}$ کدام است؟

$$\frac{-3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{-16}{9} \quad (۳) \checkmark$$

$$\frac{16}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۱)$$

$$2P(A) = 3P(A-B)$$

$$2P(A) = 3(P(A) - P(A \cap B))$$

$$\underline{P(A) = 3P(A \cap B)}$$

$$2P(A) = 6P(B)$$

$$P(B) = \frac{1}{3}P(A)$$

$$P(B) = \frac{1}{3}(3P(A \cap B)) = \underline{\underline{\frac{1}{3}P(A \cap B)}}$$

$$\begin{aligned} \frac{P(A \cup B)}{P(A') - P(B')} &= \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A) - (1 - P(B))} = \frac{3P(A \cap B) + \frac{1}{3}P(A \cap B) - P(A \cap B)}{-3P(A \cap B) + \frac{1}{3}P(A \cap B)} \\ &= \frac{1 - P(A) - (1 - P(B))}{1 + P(B)} \\ &= \frac{\frac{1}{3}P(A \cap B)}{-\frac{2}{3}P(A \cap B)} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

۱۰- نهایی با استفاده از ارقام ۰, ۳, ۴, ۵, ۶ یک عدد ۳ رقمی با ارقام متمایز ساختیم. با چه احتمالی این عدد ساخته شده کوچکتر از ۴۰۰ است؟

۰/۲ (۴)

۰/۴ (۳) ✓

۰/۵ (۲)

۰/۳ (۱)

$$n(S) = \frac{5}{435} \times \frac{5}{543} \times \frac{2}{4523} = 100$$

$$\frac{2}{100} = 0.02$$

$$n(A) = \frac{2}{323} \times \frac{5}{435} \times \frac{4}{2045} = 2$$

۱۱- اگر ضابطه تابع f به صورت $f(x) = \frac{a-x}{b+x}$ و $f(b) = b$ باشد و تابع محور طولها را در نقطه‌ای به طول -۲

$$f(-۲) = ۰$$

قطع کند، آنگاه $f(ab)$ کدام است؟

۳ (۴)

-۲ (۳)

-۴ (۲) ✓

۱) صفر

$$۰ = \frac{a+x}{b+x}$$

$$a+x=0 \quad a=-x$$

$$b = \frac{a-b}{b+x}$$

$$b^2+xb = -x-b \quad b^2+xb+x+b=0$$

$$\begin{matrix} a+c=b \\ \textcircled{b=-1} & b=-x \\ & x \end{matrix}$$

$$f(x) = \frac{-x-x}{1}$$

$$f(x) = -x-x$$

$$f(x) = -x-x = -2x$$

۱۲- سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت

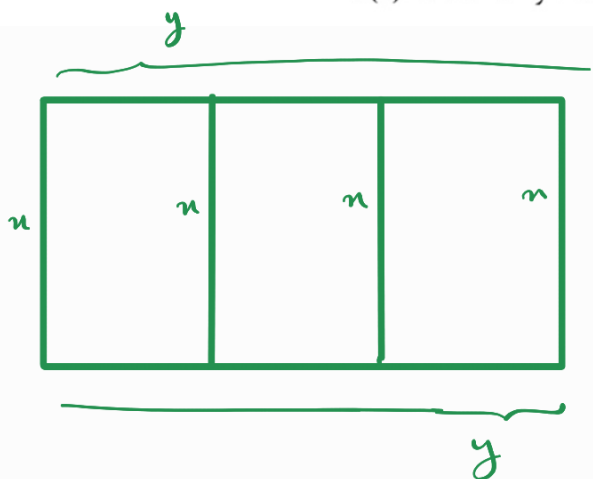
کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (2)$$

$$S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 47.5 \quad (1) \checkmark$$

$$S(x) = 190x - x^2 \text{ و } 0 < x < 47.5 \quad (4)$$

$$S(x) = 95x - 2x^2 \text{ و } 0 < x < 95 \quad (3)$$



$$x + 2y = 190$$

$$2y = 190 - 2x$$

$$y = 95 - x$$

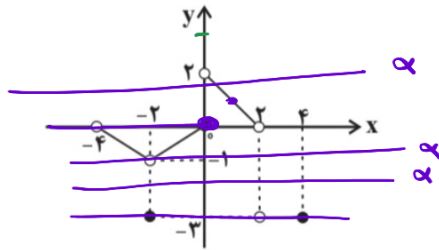
$$95 - x > 0 \quad x < 95$$

$$x < 95$$

$$S = xy = x(95 - x) = 95x - x^2$$

۱۳- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، برای $-5 < x \leq 4$ و $-3 \leq y < 3$ ، به ترتیب از راست به چپ چه تعداد از نقاط صحیح در محدوده دامنه و

برد قرار ندارند؟



$2-2$ (۱)

$3-2$ (۲) ✓

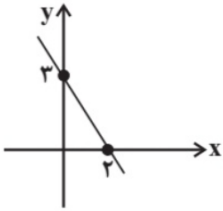
$3-3$ (۳)

$4-3$ (۴)

دامنه $\left. \begin{matrix} x = -4 \\ x = +2 \end{matrix} \right\} \text{نقطه}$

برد $y = 2, -2, -1 \text{ نقطه}$

۱۴- اگر نمودار تابع خطی $y = \left(\frac{a}{2}\right)x + 3bx + c$ به صورت زیر باشد، حاصل مقدار $a + \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{3}$ کدام است؟



$$\frac{17}{4} \quad (2)$$

$$\frac{17}{8} \quad (1)$$

$$\frac{13}{8} \quad (4)$$

$$\frac{19}{8} \quad (3) \checkmark$$

$$y = am + b$$

$$m = \frac{-3}{2}$$

$$intercept = 3$$

$$\frac{a}{2} - 1 = 0$$

$$a = 2$$

$$y = \frac{-3}{2}x + 3$$

$$y = mbx + c$$

$$3b = \frac{-3}{2} \quad b = \frac{-1}{2}$$

$$c = 3$$

$$a + \frac{b^2}{2} + \frac{c^2}{3} = 2 + \frac{1}{2} + \frac{3^2}{3} = \frac{19}{2}$$

۱۵- سه نقطه متمایز $(a, 3)$ ، $(a^2+1, 12)$ و $(a^2+a, 6)$ روی نمودار تابع خطی f قرار دارند. اگر a عددی صحیح باشد، حاصل $f(2a-1)$ کدام

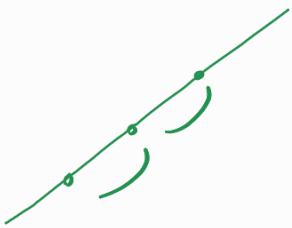
است؟

-۳ (۴ ✓)

-۶ (۳)

۹ (۲)

۱) صفر



$$\frac{12-3}{a^2+1-a} = \frac{12-6}{a^2+1-a^2-a}$$

$$\frac{9}{a^2-a+1} = \frac{6}{1-a}$$

$$9a^2 + 9a - 6 = 0$$

$$a = -1$$

$$a = \frac{1}{3} \times$$

$$f(-3) = ?$$

$$m = \frac{9}{1+1} = 3$$

$$f(n) = 3n + b \xrightarrow{(-1, 3)} \begin{matrix} 3 = -3 + b \\ b = 9 \end{matrix}$$

$$f(n) = 3n + 9$$

$$f(-3) = -9 + 9 = 0$$

۱۶- تابع خطی f ، گذرا از نقطه $M(2, 5)$ در نقطه‌ای به عرض ۹ با محور y ها برخورد کرده است. اگر دامنه این تابع برابر با C

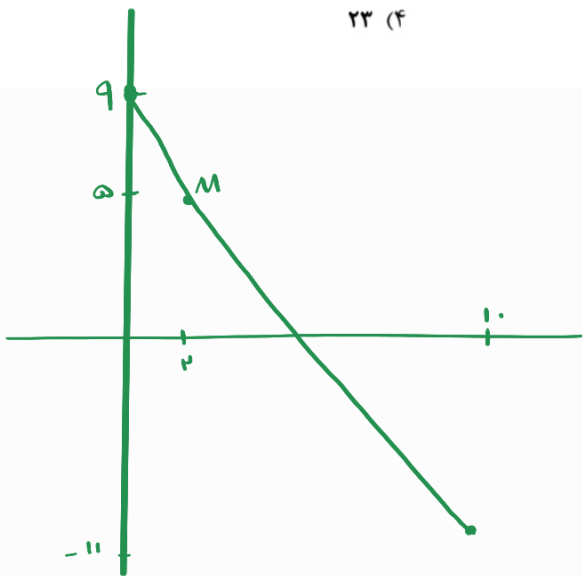
$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ باشد، برد این تابع شامل چند عدد صحیح است؟

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲) ✓

۲۰ (۱)



$$f(n) = an + b$$

$$f(n) = an + 9 \quad (2, 5)$$

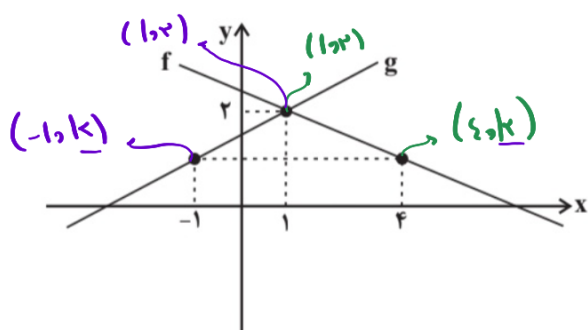
$$5 = 2a + 9$$

$$a = -2$$

$$f(n) = -2n + 9$$

$$f(1) = -2 \cdot 1 + 9 = -11$$

۱۷- نمودار تابع خطی $f(x) = -ax + b$ و $g(x) = -cx - d$ به صورت زیر است. نسبت $\frac{c}{a}$ کدام است؟



$$\frac{-4}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{2} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$-\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-a = \frac{k-2}{2-1} = \frac{k-2}{1} = -a$$

$$k-2 = -3a$$

$$-c = \frac{k-2}{-2} \quad k-2 = 2c$$

$$2c = -3a$$

$$\frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$$

۱۸- رابطه بین دما برحسب فارنهایت (F) و درجه سانتی گراد (C) به صورت $10F = 18C + 320$ است. چند درجه افزایش دما برحسب فارنهایت معادل

افزایش ۳۰ درجه سانتی گراد است؟

۵۴ (۴) ✓

۲۲ (۳)

۸۶ (۲)

۳۲ (۱)

$$10F = 18C + 320 \quad \div 10$$

$$F = 1.8C + 32$$

$$F_2 - F_1 = (1.8C_2 + 32) - (1.8C_1 + 32) = 1.8(C_2 - C_1)$$

$$\Delta F = 1.8 \times 30 = 54$$

۱۹- اگر f یک تابع خطی باشد و داشته باشیم $f(x) + 2f(4) = 5x - 2$ ، حاصل $f(\sqrt{x} + 1)$ کدام است؟

$5\sqrt{x} - 9$ (۴) ✓

$5x - 9$ (۳)

$5\sqrt{x} - 14$ (۲)

$5x - 14$ (۱)

$\xrightarrow{x=4}$

$f(4) + 2f(4) = 18$

$3f(4) = 18$

$f(4) = 6$

$f(n) + \cancel{2f(4)} = 5n - 2$

$f(n) = 5n - 12$

$f(\sqrt{n} + 1) = 5(\sqrt{n} + 1) - 12$
 $= \underline{5\sqrt{n} - 9}$

۲۰- نمودار تابع خطی $f(x) = (m-2)x + n - 1$ ، از نقطه $(-1, -1)$ عبور کرده و محور x ها را در نقطه‌ای به طول $-\frac{1}{5}$ قطع می‌کند. $m+n$ کدام

$$\left(-\frac{1}{5}, 0\right)$$

است؟

$$\frac{9}{2} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{5} \quad (1)$$

$$-1 = (m-2)(-1) + n - 1$$

$$-m + n = -2$$

$$0 = (m-2)\left(-\frac{1}{5}\right) + n - 1$$

$$-m + 5n = 3$$

$$\begin{cases} -m + n = -2 \\ -m + 5n = 3 \end{cases}$$

$$m = \frac{10}{2}$$

$$n = \frac{5}{2}$$

$$m+n = \frac{15}{2} = \frac{7}{2}$$