

۱- تمام جملات دنباله‌ای، بر روی خط  $y + 3x = 4$  قرار دارند. مجموع شش جمله ابتدایی این دنباله کدام است؟

-۴۸ (۲)

۳۹ (۱)

۴۸ (۴)

-۳۹ (۳)

$$y = -3x + 4 \rightarrow \underline{a_n = -3n + 4}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 1 - 2 - 5 - 8 - 11 - 14 = \underline{-۳۹}$$

۲- در یک دنباله هندسی با قدرنسبت بزرگتر از یک داریم:  $a_1 + a_2 = \frac{1}{3}$  و  $a_1 a_2 = \frac{4}{3}$ ، مجموع چهار جمله ابتدایی این دنباله کدام است؟

$$\frac{15}{3} \quad (2)$$

$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

$$\frac{12}{3} \quad (4)$$

$$\frac{12}{3} \quad (3)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{3} \rightarrow a_1(1+r) = \frac{1}{3} \xrightarrow{r = \frac{4}{a_1}}$$

$$a_1 + a_1 \left(1 + \frac{4}{a_1}\right) = \frac{1}{3} \rightarrow 1 + \frac{4}{a_1} = \frac{1}{3a_1}$$


$$a_1 a_2 = \frac{4}{3} \rightarrow a_1^2 r = \frac{4}{3} \rightarrow r = \frac{4}{3a_1^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r a_1^2 - 1 a_1 + \frac{1}{3} = 0 \\ \Delta = 4 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{1}{3} = 14 \end{array} \right. \begin{cases} a_1 = \frac{1 + \sqrt{14}}{4} = \frac{1}{2} \\ a_1 = \frac{1 - \sqrt{14}}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} r = \frac{4}{3} \rightarrow r = \frac{8}{3}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \frac{1}{2} + 2 + 4 + 18 = \frac{1}{2} + 24 = \frac{49}{2}$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} r = \frac{4}{3} \rightarrow r = \frac{8}{3} \quad \times$$

۳- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن  $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$  و  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$  می‌باشد را به صورت  $x^2 + ax + b = 0$  نوشتیم. **ab** کدام است؟ 

۳ (۲)

-۳ (۱)

-۴ (۴)

۴ (۳)

$$P = b = \left( \frac{\cancel{3+\sqrt{5}}}{\cancel{2}} \right) \left( \frac{\cancel{2}}{\cancel{3+\sqrt{5}}} \right) = 1 \rightarrow \boxed{b = 1}$$

$$S = -a = \frac{\cancel{3+\sqrt{5}}}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{2}}{\cancel{3+\sqrt{5}}} = \frac{1\cancel{2} + 2\sqrt{5} + \cancel{2}}{\cancel{2}(3+\sqrt{5})} = \frac{2(\sqrt{5} + \cancel{2})}{\cancel{2}(3+\sqrt{5})} = 2 \rightarrow \boxed{a = -2}$$

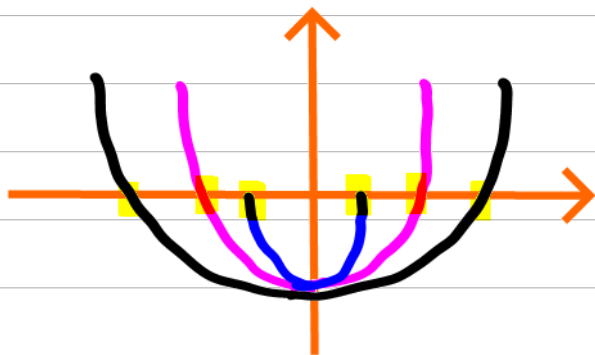
۴- سهمی به معادله  $y = x^2 + (k+1)x + 2k$  نسبت به محور  $y$  متقارن است. قدرمطلق اختلاف ریشه‌های آن کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$


(۱) صفر

$$۲ \quad (۴)$$

$$۲\sqrt{2} \quad (۳)$$



$$S=0 \rightarrow -k-1=0 \rightarrow \underline{k=-1} \rightarrow y = x^2 - 2 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} \rightarrow \underline{\underline{اختلاف ریشه‌ها = ۲\sqrt{2}}}$$

۵- جواب حقیقی معادله  $\frac{1}{x+1} + \frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{3}{x-1}$  ، کدام است؟ 

۱ (۲)


-۱ (۱)

۲ (۴)

-۲ (۳)

$$\frac{(x+1)(x-1)}{\text{مخرج مشترک}} \rightarrow x-1 + 2x^2 = 3x + 3 \rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \times \\ x = 2 \checkmark \end{cases}$$

۶- چند عدد طبیعی، وجود دارد که مجموع نصف آن و دو برابر معکوسش، برابر  $\frac{10}{3}$  می شود؟ 

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (صفر)

۳ (۳)

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = \frac{10}{3} \xrightarrow[\text{مخرج مشترک}]{4x} 3x^2 + 12 = 20x \rightarrow 3x^2 - 20x + 12 = 0$$

$$\Delta = 400 - 144 = 256$$

$$\begin{cases} x = \frac{20 - 16}{4} = \frac{4}{4} \\ x = \frac{20 + 16}{4} = 4 \end{cases}$$

۷- تعداد جوابهای معادله  $\frac{x}{3x^2 + x + 1} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2}$  کدام است؟

۳ (۲)

۱ (۱)

۴) صفر

۲ (۳)

$$\frac{x}{3x^2 + x + 1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{x+2} \rightarrow \frac{x}{3x^2 + x + 1} = \frac{x}{2x+4} \rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0$$

$\Delta > 0$   
۲ ریشه

$x = 0$

۸- اگر  $x = 0$  و  $x = \beta$ ، جوابهای معادله  $\frac{k}{x+1} + \frac{2k}{x+2} = \frac{6}{x+3}$  باشند، آنگاه حاصل  $\beta$ ، کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$x=0 \rightarrow 2k=2 \rightarrow \underline{k=1} \rightarrow \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{6}{x+3}$$

$$\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{\text{مخرج مشترک}}, \quad x^2 + 5x + 4 + 2x^2 + 8x + 4 = 4x^2 + 18x + 12$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$



۹- معادله  $x + \sqrt{x-1} = \sqrt{1-x^2}$  چند ریشه حقیقی دارد؟

۲ (۲)

۳ (۱)

۴) ریشه حقیقی، ندارد.

۱ (۳)

$$\begin{aligned}
 x-1 > 0 &\rightarrow x > 1 \\
 1-x^2 > 0 &\rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \\
 \left. \begin{array}{l} x > 1 \\ -1 < x < 1 \end{array} \right\} &x = 1 \rightarrow 1 \neq 0
 \end{aligned}$$

۱۰- تعداد جوابهای معادله  $2 = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2-x+3}} + \frac{\sqrt{2x^2-x+3}}{x+1}$  ، کدام است؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

$$\frac{x^2+2x+1}{\sqrt{2x^2-x+3}} + \frac{\sqrt{2x^2-x+3}}{x^2+2x+1} + 2 = 4 \rightarrow A + \frac{1}{A} = 2 \rightarrow A^2 - 2A + 1 = 0 \rightarrow A = 1$$

$$\frac{x^2+2x+1}{\sqrt{2x^2-x+3}} = 1 \rightarrow 2x^2-x+3 = x^2+2x+1$$

$$\rightarrow x^2-3x+2=0 \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

۱۱- معادله  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 + a} = 0$ ، حتماً جواب دارد. مجموع مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

۵ (۲)

۳ (۱)

-۵ (۴)

-۳ (۳)

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$x^2 + a = 0 \begin{cases} x=1 \rightarrow 1 + a = 0 \rightarrow a = -1 \\ x=2 \rightarrow 4 + a = 0 \rightarrow a = -4 \end{cases}$$

۱۲- اگر  $x = 1$ ، یکی از ریشه‌های معادله  $\sqrt{2x+a} = \sqrt{x} + 2$  باشد، آنگاه ریشه دیگر آن کدام است؟

۷ (۲)

۹ (۱)

۳ (۴)

۵ (۳)

$$x=1 \rightarrow \sqrt{2+a} = 3 \rightarrow 2+a=9 \rightarrow \underline{a=7}$$

$$\sqrt{2x+7} = \sqrt{x} + 2 \rightarrow 2x+7 = x+4 + 4\sqrt{x} \rightarrow 4\sqrt{x} = x+3, 14x = x^2 + 4x + 9$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=9 \end{cases}$$

۱۳- تعداد جواب‌های حقیقی معادله  $x^2 - 4x + \sqrt{x+1} + 5 = 0$ ، کدام است؟

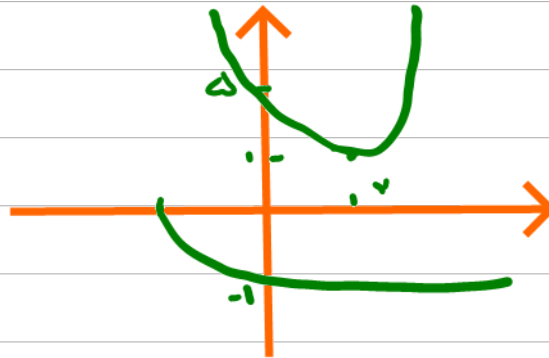
(۲) دو جواب مختلف‌العلامه

(۱) دو جواب هم‌علامت

(۴) جواب ندارد.

(۳) یک جواب

$$x^2 - 4x + 5 = -\sqrt{x+1}$$



۱۴- پمپ A به تنهایی استخری خالی را در ۲ ساعت و پمپ B به تنهایی همان استخر را در ۱۲ ساعت پر می‌کنند. اگر استخر خالی باشد و

ابتدا برای نیم ساعت، پمپ A به تنهایی و سپس برای دو ساعت، پمپ B به تنهایی کار کنند، باقیمانده حجم استخر اگر دو پمپ همزمان

کار کنند، در چند دقیقه به طور کامل پر خواهد شد؟

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۷۵ (۴)


۶۰ (۳)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12}$$

$$1 - \frac{5}{12} = \frac{y}{12}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{12} = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{12}{y}$$

$$\frac{\frac{12}{y}}{12} \Bigg| 1 \rightarrow x = 1 \text{ h} = \underline{60 \text{ min}}$$

۱۵- حاصل عبارت  $A = |\sqrt{3} - \sqrt{12} + 1| + \sqrt{13 - 4\sqrt{3}}$  کدام است؟ 

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$1 - \sqrt{3} \quad (۱)$$

$$۳\sqrt{3} - ۲ \quad (۴)$$

$$۳\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$|\sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3}| = -\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} = \underline{\underline{\sqrt{3} - 1}}$$

$$\sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} = |2\sqrt{3} - 1| = \underline{\underline{2\sqrt{3} - 1}}$$

$$\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} - 1 = \underline{\underline{3\sqrt{3} - 2}}$$

۱۶- کدام رابطه داده شده برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$ ، الزاماً برقرار نمی باشد؟

$$\sqrt{|a+b|} \leq |a| + |b| \quad (۲)$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} \leq |a| + |b| \quad (۱)$$

$$|a+b| + |a-b| \leq |a| + |b| \quad (۴)$$

$$||a| - |b|| \leq |a - b| \quad (۳)$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = +3 \end{cases} \rightarrow \text{تست} \quad ۲ + ۳ < ۴ \rightarrow ۵ < ۴ \quad \times$$



۱۷- اگر  $x^2 - 3x + 2 < 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$  همواره کدام است؟

$$-x \quad (2)$$

$$3x - 1 \quad (1)$$

$$2x - 1 \quad (4)$$

$$x + 3 \quad (3)$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 4\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right) = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\frac{|x-2|}{-x+2} + \frac{|2x+1|}{2x+1} = x+3$$

$$x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$\begin{array}{c} 1 \qquad 2 \\ | \quad | \\ + \quad - \\ | \quad | \\ 2 \qquad 1 \end{array}$$

$$\underline{1 < x < 2}$$

۱۸- برد تابع  $f(x) = |x| - |x-1|$ ، شامل چند عدد صحیح نامنفی است؟

۱ (۲)


۱) صفر

۴) بی شمار

۲ (۳)

$$f(x) = \begin{cases} +1 & x > 1 \\ 2x+1 & 0 < x < 1 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$



۱۹- تعداد جواب‌های حقیقی معادله  $|x-1| + x^2 - 1 = 0$ ، کدام است؟ 

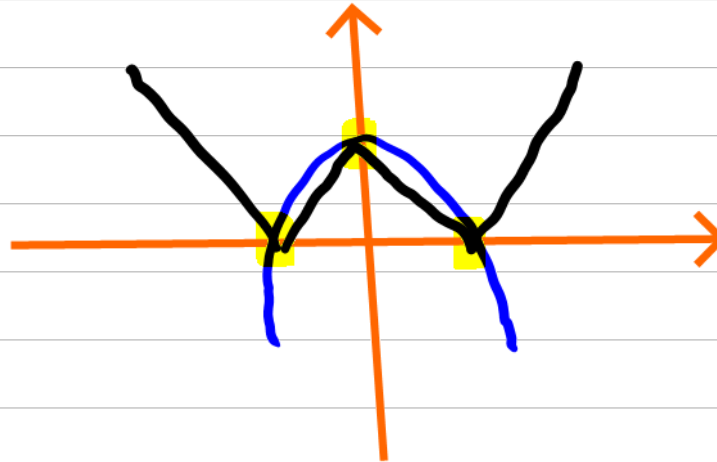
۱ (۲)


(۱) صفر

۳ (۴)

(۳) ۲

$$\underline{|x-1|} = \underline{1-x^2}$$



۲۰- حاصل ضرب جوابهای معادله  $\frac{x}{|x|} + |x-1| = 5$  ، کدام است؟ 

-۱۲ (۲)

-۴ (۱)

-۴۰ (۴)

-۲۵ (۳)

$$x > 1 \rightarrow x-1 = 4 \rightarrow x = 5$$

$$\bullet \underline{0 < x < 1} \rightarrow -x+1 = 4 \rightarrow x = -3$$

$$x < 0 \rightarrow -x+1 = 4 \rightarrow x = -3$$