



۶۱- اگر اعداد صحیح، مجموعه مرجع باشد و بدانیم  $A \subseteq B$  است، در صورتی که  $A'$  مجموعه‌ای متناهی باشد،

کدام عبارت‌ها، می‌توانند مجموعه  $B'$  باشند؟

- الف) اعداد اول فرد هفت رقمی **متناهی** ✓  
 ب) اعداد مرکب که مکعب کامل هستند. **نامتناهی**  
 ج) اعداد صحیح مضرب ۵ **نامتناهی**  
 د) اعداد ۸ رقمی که شمارنده اول دارند. **متناهی** ✓

۴) الف و د ✓

۳) الف، ب و د

۲) ج و د

۱) الف، ب و ج

ACB  
 B'CA'  
 ↓  
 متناهی  
 متناهی

۶۲- متمم مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$ ، کدام است؟  $۲, ۴$

$$(1, 2, 3) \cap (\overline{2, 4} \cap \overline{1, 4}) = \emptyset$$

$$(A \cup B) \cap (A' \cap B') \quad (۲)$$

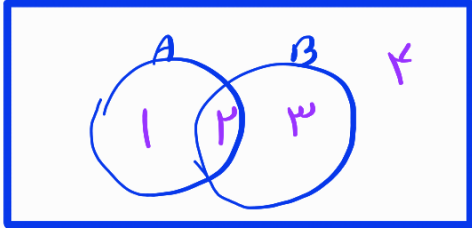
$$U \quad (۴)$$

$$(1, 2) + (2, 3) = 1, 2, 3 \quad (A \cup B) - (A \cap B) \quad (۱)$$

$$(1, 2) \cap (2, 3) = (2) \quad 1, 2, 3 - 2 = 1, 3$$

$$(A \cap B) \cup (A' \cap B') \quad (۳)$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{۲} \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1, 2 \cap 1, 3 \\ \hline (۲) \\ \hline 1, 3 \end{array}$$



$$1 - 3 = (1)$$

$$3 - 1 = (3)$$

$$\textcircled{1, 3} \xrightarrow{\text{متمم}} \underline{1, 3}$$

۶۳- در یک گروه سرود، ۳۷ نفر قطعه A و ۴۱ نفر قطعه B را می‌خوانند. در لیست اسامی افراد، معلوم شد که ۱۲ نفر باید فقط یکی از این ۲



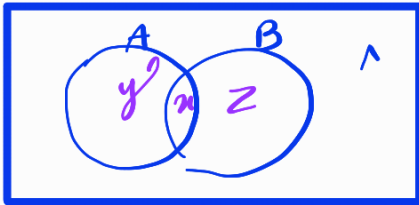
قطعه را بخوانند و ۸ نفر دیگر، حق خواندن هیچ کدام از قطعات A و B را ندارند. مجموعاً چند نفر به گروه سرود اعزام شده‌اند؟

۵۹ (۴)

۵۳ (۳) ✓

۵۴ (۲)

۵۱ (۱)



$$\begin{aligned}
 & \checkmark y + z = 12 \\
 & \begin{cases} x + y = 37 \longrightarrow y = 8 \\ x + z = 41 \longrightarrow z = 8 \end{cases} \\
 & \frac{2x + y + z = 78}{\quad \quad \quad 12} \quad 2x = 66 \quad x = 33
 \end{aligned}$$

$$2 + 33 + 8 + 8 = 51$$

۶۴- در الگوی خطی  $a_{2n+4} = 3n + 3$ ، جمله بیستم چند برابر جمله دهم است؟

$$\frac{11}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{4} \quad (۱) \quad \checkmark$$

$$2n + 4 = 10 \quad n = 3 \quad a_{10} = 3 \times 3 + 3 = 12$$

$$2n + 4 = 20 \quad n = 8 \quad a_{20} = 3 \times 8 + 3 = 27$$

$$\frac{27}{12} = \frac{9}{4}$$

۶۵- اگر در دنباله  $a_n$ ،  $a_1 = a_2 = 2$  و  $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$  باشد، آنگاه جمله ۱۰۰ام دنباله کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲) ✓

-۱ (۱)

$$\begin{aligned} n+r &= p \\ n &= 1 \\ n+r &= \xi \\ n &= 2 \end{aligned}$$

$$a_p = a_{p+1} - a_1$$

$$a_p = a_2 - a_1 = 2 - 2 = 0$$

$$a_c = 0$$

$$\checkmark a_\xi = a_p - a_r = 0 - 2 = -2$$

$$a_\delta = a_\xi - a_c = -2 - 0 = -2$$

$$a_u = a_\delta - a_\xi = 0$$

xO


$$2, 2, 0, -2, -2, 0, 2, 2, 0, -2, -2, 0$$

↑  
۱۳

$$\begin{aligned} n+r &= 100 \\ n &= 98 \end{aligned}$$

$$a_{100} = a_{99} - a_{98}$$

$$a_{100} = a_{(14 \times 7)} + \xi = a_\xi = -2$$

۶۶- در دنباله درجه دوم  $8, 14, 22, \dots$  کدام گزینه حاصل جمع جملات شانزدهم و چهارم می باشد؟ 

۳۴۰ (۴)

۳۴۲ (۳)

۳۳۲ (۲)

۳۳۰ (۱)

$$an^2 + bn + c$$

$$n=1 \quad \begin{cases} a+b+c=1 \\ \end{cases}$$

$$n=2 \quad \begin{cases} 4a+2b+c=12 \\ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{c=\xi}$$

$$\xrightarrow{c=\xi}$$

$$\begin{cases} a+b=\xi \\ 4a+2b=1-\xi \end{cases}$$

$$a=1$$

$$b=3$$

$$\underline{3b + b = 4} \xrightarrow{\times 3} 9a + 3b = 11$$

$$n=3 \quad \underline{9a + 3b + c = 22} \quad c = \xi$$

$$a_n = n^2 + 3n + 4$$

$$a_{16} = 14^2 + 3(14) + \xi = 3 \cdot 1$$

$$a_{\xi} = 14 + 12 + \xi = 32$$

$$3 \cdot 1 + 32 = 35$$

۶۷- چند دنباله با جملات حسابی وجود دارد، به طوری که جمله اول برابر با  $-۳$  و قدرنسبت آن، عددی طبیعی باشد و حداقل  $۱۰$  جمله اول از

$۱۰۰$  کوچکتر باشند؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲) ✓

۸ (۱)

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = -۳ + (n-1)d$$

$$a_1 = -۳ + 9d < ۱۰۰$$

$$9d < ۱۰۳ \quad d < \frac{۱۰۳}{9} \approx ۱۱.۴ \quad d < ۱۱.۴$$

$$d = ۱, ۲, ۳, \dots, ۱۱$$

$$d = ?$$

۶۸- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جمله سوم سه برابر جمله اول است. اگر مربع جمله دوم برابر با جمله هشتم باشد، قدرنسبت کدام است؟

-۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۱) ✓

$$\begin{aligned} a_3 &= 3a_1 \\ a_1 + 2d &= 3a_1 \\ \underline{d} &= a_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_3^2 &= a_8 \\ (a_1 + 2d)^2 &= a_1 + 7d \\ a_1^2 + 4a_1d + 4d^2 &= a_1 + 7d \\ d^2 + d^2 + 4d^2 &= d + 7d \\ 6d^2 &= 8d \\ d^2 &= \frac{4}{3}d \\ d^2 - \frac{4}{3}d &= 0 \quad d(d - \frac{4}{3}) = 0 \quad \begin{matrix} d=0 \quad \times \\ d=\frac{4}{3} \quad \checkmark \end{matrix} \end{aligned}$$



۶۹- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات سوم و هفتم برابر ۶۴ است. جمله هشتم این دنباله برابر ۲۷ است. حاصل  $a_9 - a_8$ ، برابر کدام

گزینه است؟ (جملات دنباله مثبت‌اند.)

۲۸/۵ (۴) ✓

۲۷ (۳)

۲۷/۵ (۲)

۲۸ (۱)

$$a_3 \times a_7 = 64$$

$$a_1 r^2 \times a_1 r^6 = 64$$

$$a_1^2 r^8 = 64$$

$$(a_1 r^4)^2 = 64$$

$$\frac{a_1 r^4}{a_8} = 1$$

$$a_8 = 27 \checkmark$$

$$a_8 = 1$$

$$\frac{a_8}{a_6} = r^2 = \frac{27}{1} \quad r = \frac{3}{1}$$

$$a_1 r^1 - a_1 r^8 = ?$$

$$a_1 = a_8 \times r^{-7} = 27 \times \frac{1}{3^7} = \frac{1}{3}$$

$$a_8 = a_1 \times r^7 = 1 \times \frac{3^7}{1} = 27$$

$$\frac{1}{3} - 27 = 28 \frac{1}{3}$$

$$2, 4, 8, 16+y$$

$\overset{2}{\curvearrowright}$ 
 $\overset{2}{\curvearrowright}$ 
 $\overset{2}{\curvearrowright}$ 
 $\overset{19}{\curvearrowright}$

۷۰- اگر اعداد  $x-3, x-1, x+3, 2x+y, \dots$  چهار جمله متوالی دنباله هندسی باشند، حاصل  $4x+2y$  کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۲ (۳) ✓

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)

$a, b, c$   
 $b^2 = ac$

$$(x-1)^2 = (x-3)(x+3)$$

~~$$x^2 - 2x + 1 = x^2 - 9$$~~

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$y = 1$$

$$20 + 2 = 22$$

۷۱- در ده جمله اول یک دنباله هندسی، جمع جملات ردیف زوج،  $\sqrt{2}$  برابر جمع جملات ردیف فرد است. اگر جمله نهم این دنباله ۱۶ باشد،

جمع اعداد گنگ در بین ۹ جمله اول چقدر است؟

۱۷ $\sqrt{2}$  (۴)

۱۶ $\sqrt{2}$  (۳)

۱۵ $\sqrt{2}$  (۲) ✓

۱۴ $\sqrt{2}$  (۱)

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9}{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9} = \sqrt{2} = r$$

$$a_9 = a_1 r^8 = 16 \quad a_1 (\sqrt{2})^8 = 16 \quad a_1 = 1$$

۱،  $\sqrt{2}$ ، ۲،  $2\sqrt{2}$ ، ۴،  $4\sqrt{2}$ ، ۸،  $8\sqrt{2}$ ، ۱۶

۱۵ $\sqrt{2}$

۷۲- بین دو عدد  $x^{12}$  و  $x^{18}$  چند عدد باید انتخاب کرد به طوری که دنباله حاصل، تشکیل دنباله هندسی با قدرنسبت  $\sqrt[3]{x}$  دهند؟  
 ( $x \neq 1, x > 0$ )

۱۴ (۴)

۱۵ (۳)

۱۶ (۲)

۱۷ (۱) ✓

$$r^{n+1} = \frac{b}{a}$$

$$(\sqrt[n]{x})^{n+1} = \frac{x^{18}}{x^{12}}$$

$$(\sqrt[n]{x})^{n+1} = x^6$$

$$x^{n+1} = x^{18} \quad n+1=18 \quad n=17$$

۷۳- مجموع دو عدد مثبت، ۱۰ و تفاضل واسطه هندسی از واسطه حسابی آن دو عدد، برابر ۲ است. اختلاف این دو عدد کدام است؟ 

$a-b$

$a+c=10$

۴ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲) ✓

۱ (۱)

$a, b, c$

حسابی  $b = a+c$   
هندسی  $b^2 = ac$

$b = \frac{a+c}{2}$   
 $b = \sqrt{ac}$

$\frac{a+c}{2} - \sqrt{ac} = 2$

$\frac{10}{2} - \sqrt{ac} = 2$

$\sqrt{ac} = 3$   
 $ac = 9$

$(a+c)^2 = 10^2$

$a^2 + c^2 + 2ac - 2ac = 100 - 2ac$

$(a-c)^2 = 100 - 2ac$

$(a-c)^2 = 100 - 2(9)$

$(a-c)^2 = 82$       $a-c = \sqrt{82}$

۷۴- قدرنسبت‌های دو دنباله حسابی و هندسی به ترتیب برابر ۶ و ۲ می‌باشد، اگر جملات دوم دو دنباله با هم برابر باشند و جملات چهارم دو

دنباله نیز با هم برابر باشند، آنگاه جمله ششم دنباله حسابی کدام است؟

۲۶ (۳)

۲۸ (۲) ✓

۲۳ (۱)



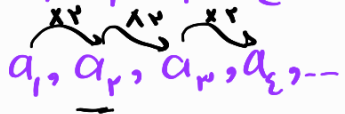
حسابی

$t_1, t_2, t_3, t_4, \dots$

$$t_2 = a_2$$

$$t_2 = t_1 + 12$$

هندسی



$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

$$t_2 = a_2$$

$$a_2 = a_1 \times r$$

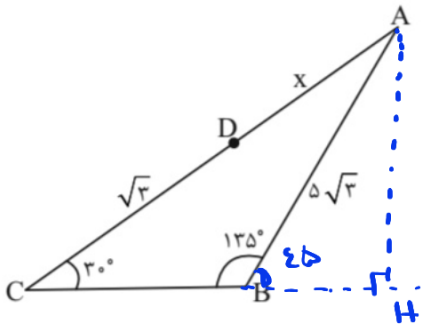
$$t_1 + 12 = a_1 \times r$$

$$t_1 + 12 = r t_1$$

$$t_1 = 4 \quad \underline{d=4}$$

$$t_6 = t_1 + 5d = 4 + 5 \times 4 = 24$$

۷۵- در شکل زیر مقدار  $x$  برابر کدام گزینه است؟



$5\sqrt{6}-1$  (۱)

$5\sqrt{2}-\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{3}(5\sqrt{2}-1)$  (۳) ✓

$5\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (۴)

$\triangle ABH$      $\sin 45^\circ = \frac{AH}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$      $AH = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

$\triangle ACH$      $\sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{2}$      $AC = 5\sqrt{6}$

$x = AC - DC = 5\sqrt{6} - \sqrt{6} = \sqrt{6}(5-1)$

۷۶- زاویه دید فردی با یک آنتن به ارتفاع  $50\sqrt{3}$ ،  $60^\circ$  درجه می‌باشد. او چند متر به عقب برگردد تا زاویه دید او با آنتن،  $45^\circ$  شود؟ (فرض کنید

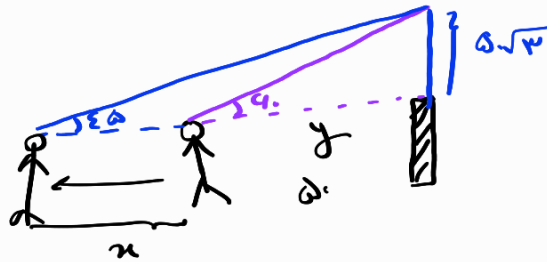
آنتن روی بنایی هم‌ارتفاع با قد شخص باشد.)

$50(\sqrt{3}-1)$  (۴) ✓

۷۵ (۳)

$50(\sqrt{2}+1)$  (۲)

$50(\sqrt{2}-1)$  (۱)



$$\tan 45^\circ = \frac{50\sqrt{3} - y}{x} = 1 \quad y = 50$$

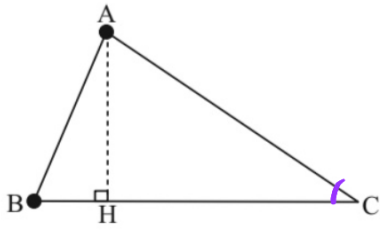
$$\tan 60^\circ = 1 = \frac{50\sqrt{3}}{50 + x}$$

$$50 + x = 50\sqrt{3}$$

$$x = 50(\sqrt{3} - 1)$$



۷۷- در شکل مقابل  $\tan \hat{C} = \frac{1}{15}$  و  $AC = 51$  است. اندازه ارتفاع  $AH$  کدام است؟



۲۱ (۱)

۲۲ (۲)

۲۳ (۳)

۲۴ (۴) ✓

$$\tan \hat{C} = \frac{AH}{CH} = \frac{1}{15}$$


$$\begin{aligned} 21 &= 15t \\ t &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AH &= 1t \\ CH &= 15t \end{aligned}$$

$$AH = 3$$

$$CH = 45$$

$$\begin{aligned} AC^2 &= AH^2 + CH^2 \\ AC^2 &= 3^2 + 45^2 \\ AC &= 15t \end{aligned}$$

۷۸- حاصل  $\frac{\sqrt{2} \sin 45^\circ - \cot 45^\circ - 2 \cos 60^\circ}{(\tan 30^\circ)^2 - \sqrt{3} \sin 60^\circ}$  کدام است؟ 

$\frac{2}{3}$  (۴)

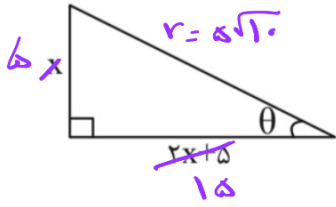
$-\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{6}{7}$  (۲) ✓

$-\frac{6}{7}$  (۱)

$$\frac{\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 1 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{-1}{\frac{1}{3} - \frac{3}{2}} = \frac{-1}{\frac{2-9}{6}} = \frac{6}{-7} = \left(\frac{6}{7}\right)$$

۷۹- اگر  $\tan \theta = \frac{1}{3}$  و  $\theta$  در مثلث مقابل باشد،  $\sin \theta + \cos \theta$  کدام است؟



$$\frac{2\sqrt{15}}{5} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{10} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{10}}{5} \quad (1) \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \quad (3)$$


$$\tan \theta = \frac{n}{m+d} = \frac{1}{3} \quad \begin{matrix} r^2 = m^2 + d^2 \\ n = 1 \end{matrix}$$

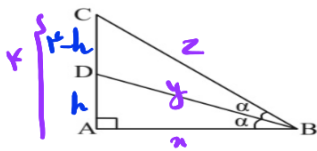
$$r^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \quad r = \sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 5}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$$

۸۰- مطابق شکل زیر، در مثلث  $ABC$ ،  $BD$  نیمساز زاویه  $B$  است. اگر  $AC = 4$  و  $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{1}{2}$  باشد،  $\tan \alpha$  کدام است؟ 



$$\sqrt{3} \quad \text{C}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{A}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{B}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{D} \quad \checkmark$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times x \times y \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \quad \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \quad z = xn$$

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times y \times z \times \sin \alpha$$

$$(xn)^2 = x^2 + z^2 \quad xn^2 = 1 + x^2 \quad xn^2 = 1 \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad z = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} x h = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times h = \frac{1}{2\sqrt{2}} h$$

$$S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} x (4-h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} (4-h) = \frac{1}{2\sqrt{2}} (4-h)$$

$$\frac{\frac{1}{2\sqrt{2}} h}{\frac{1}{2\sqrt{2}} (4-h)} = \frac{1}{2} \quad \frac{h}{4-h} = \frac{1}{2} \quad 2h = 4-h \quad h = \frac{4}{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{x} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$