

۹۶- اگر $\sqrt[6]{a^5} + \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a^3} + \sqrt[4]{a}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ (X)

$a^2 < \sqrt{a}$ (X)

$a < \frac{1}{a}$ (X)

$a^3 > a^2$ (✓)

$a^0 + a^3 = a^3(a^0 + 1)$

$\sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a} + 1) > \sqrt[4]{a}(\sqrt[4]{a^3} + 1)$

$\sqrt[4]{a} > \sqrt[4]{a^3}$

$a > 1$

۹۷- اگر $a = \frac{1}{2}\sqrt{8\sqrt{2}}$ و $b = \frac{1}{3}\sqrt[4]{9\sqrt{9}}$ باشند، حاصل $\frac{a^3}{b^3}$ کدام است؟

$\frac{4}{9}$ (۴)

$12 \times 3 = 36$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۱)

$b = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{3}$
 $b = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{27} = 3$

$a = \sqrt[2]{2} \times \sqrt[2]{2} \times \sqrt[2]{2}$
 $a = \sqrt[2]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[2]{8} = 2\sqrt[2]{2}$

۹۸ - اگر $a = \frac{\sqrt{10}-2}{3}$ و $b = \frac{4-\sqrt{10}}{3}$ باشد، حاصل $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ کدام است؟

۰/۸ (۴)

۰/۸ (۳)

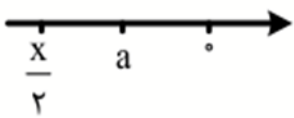
۱ (۲)

-۱ (۱) ✓

$$\frac{1}{a} = \frac{3}{\sqrt{10}-2} \times \frac{\sqrt{10}+2}{\sqrt{10}+2} = \frac{3(\sqrt{10}+2)}{\cancel{10}+4} = \frac{\sqrt{10}+2}{\cancel{2}}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{3}{4-\sqrt{10}} \times \frac{4+\sqrt{10}}{4+\sqrt{10}} = \frac{3(4+\sqrt{10})}{\cancel{16}+4\sqrt{10}} = \frac{3(4+\sqrt{10})}{4(\cancel{4}+\sqrt{10})} = \frac{3}{4}$$

۹۹ - در محور اعداد حقیقی روبه‌رو، $a = x^3 - \frac{x}{2}$ است. عبارت $x^3 + x^6$ در کدام بازه قرار دارد؟



(۰, ۱) (۲)

(۱, +∞) (۱)

(-∞, -۱) (۴)

(-۱, ۰) (۳) ✓

$$0 < a < \frac{x}{2} \rightarrow x^3 - \frac{x}{2} > \frac{x}{2} \rightarrow x^3 - x > 0 \rightarrow x(x^2 - 1) > 0$$

$$\frac{-1 \quad 0 \quad 1}{- \quad | \quad + \quad | \quad - \quad | \quad +}$$

$x < 0$

$-1 < x < 0$

$-\frac{1}{2}$

$$\begin{matrix} x^3 & + & x^6 \\ \ominus & & \oplus \\ -\frac{1}{8} & + & -\frac{1}{64} \\ \hline -1 & & < 0 \end{matrix}$$

۱۰۰- حاصل عبارت $\frac{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2} + \frac{4}{8-x}}{\sqrt[3]{x}+2}$ به صورت $\frac{a\sqrt[3]{x}+b}{cx+d}$ است. حاصل $ad+b-c$ کدام است؟

۱ (۱) ✓
 ۷ (۲)
 ۹ (۳)
 -۹ (۴)

$1x-8+0-1$
 $1 \quad -8$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4} = \frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}{x-8}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4}{x-8} - \frac{4}{x-8}$$

$$\frac{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}}{x-8}$$

۱۰۱- حاصل عبارت $\sqrt{2/5} + \sqrt{6} - \sqrt{1/5}$ کدام است؟

۱ (۱) ✓
 ۲ (۲)
 ۲ (۳)
 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (۴)

$$\sqrt{\frac{2}{5}} + \sqrt{6} - \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$\sqrt{\frac{2+2\sqrt{6}}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{6})^2}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$$

۱۰۲- مربع عدد $99\dots 9$ به صورت $1 \underbrace{00\dots 0}_n a \underbrace{99\dots 9}_m$ نوشته شده است. اگر a عدد طبیعی یک رقمی باشد، حاصل

کدام است؟ $\underbrace{m+n-a}_{(1)}$

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

$$9999999999^2 - 1^2 = \underbrace{(9999999999 + 1)}_{10000000000} \times \underbrace{(9999999999 - 1)}_{9999999998}$$

$$9999999999^2 = 9999999999 \times 10000000000$$

۱۰۳- حاصل عبارت $A = (x-6)(x^2+12)$ به ازای $x = \sqrt{\sqrt{3}+62} + 2$ کدام است؟

$\sqrt{3}-3$ (۴)

$\sqrt{3}-2$ (۳)

$\sqrt{3}-1$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

$$A = x^3 - 9x^2 + 12x - 72$$

$$= (x-2)^3 + 1$$

$$A = (x-2)^3 - 72$$

$$A = \sqrt{3} + \cancel{62} - \cancel{62} - 2$$

۱۰۴ - حاصل عبارت $P = \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x - \sqrt[3]{x^4}}$ به ازای $x = \sqrt{2} + 1$ کدام است؟

$\sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ (۴)

$-\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ (۳)

$\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}$ (۲) ✓

$\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}$ (۱)

$$P = \frac{x^1 - x^{\frac{2}{3}}}{x - x^{\frac{4}{3}}} = \frac{x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{3}} - 1)}{x^{\frac{1}{3}}(1 + x^{\frac{1}{3}})} = x^{-\frac{1}{3}}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\sqrt{2} + 1}} \times \frac{\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}}{\sqrt[3]{\sqrt{2} - 1}} = \frac{1}{1}$$

۱۰۵ - اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 3$ باشد، حاصل $A = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$ کدام است؟

$2/25$ (۴)

2 (۳)

$\sqrt{x+2}\sqrt{x-2}$ $1/25$ (۲) ✓

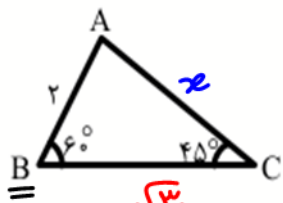
1 (۱)

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 3 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = K \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (x+2) - (x-2) = 9 \\ 9 = 2K \end{cases}$$

$2 = K$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{x-2} = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2 = \frac{9}{4} \\ x-2 = \frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

۱۰۶- در شکل مقابل، طول ضلع AC کدام است؟



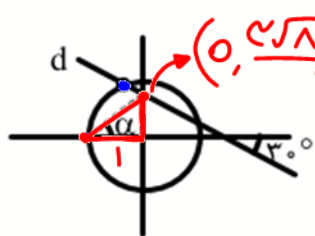
$3\sqrt{2}$ (۲)
 $\sqrt{6}$ (۴) ✓

$2\sqrt{2}$ (۱)
 $3\sqrt{3}$ (۳)

①: $\frac{\sin 70^\circ}{x} = \frac{\sin 40^\circ}{2} \rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$

②: $S = \frac{1}{2} \times 2 \times BC \times \sin 70^\circ = \frac{1}{2} \times x \times BC \times \sin 40^\circ$

۱۰۷- در شکل مقابل، خط d دایره مثلثاتی به مرکز مبدأ مختصات را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{3}$ - قطع کرده است. مقدار $\tan \alpha$



$\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3}$ (۲)
 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{9}$ (۴)

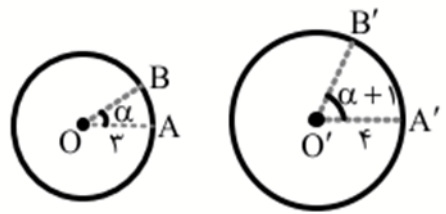
چقدر است؟

$\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{3}}{9}$ (۱) ✓
 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\frac{y}{x} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 $y - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \left(x + \frac{1}{3} \right) \xrightarrow{x=0} y - \frac{\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{9} \rightarrow y = \frac{2\sqrt{3}}{9}$

۱۰۸- در دو دایره مقابل، اگر تفاضل طول دو کمان AB و A'B' در زوایای حاده برابر ۴/۲ باشد. زاویه AOB چند درجه است؟ (اندازه زوایای داده شده، به رادیان است)

$\alpha = ?$



- $\frac{42}{\pi}$ (۲)
- $\frac{60}{\pi}$ (۴)

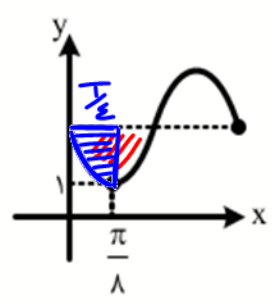
- $\frac{36}{\pi}$ (۱)
- $\frac{45}{\pi}$ (۳)

$$A'B' - AB = \frac{4}{2} \rightarrow 2(\alpha + 1) - 2\alpha = \frac{4}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ rad}$$

$$\frac{110}{\pi} = \frac{?}{\frac{1}{2}} \rightarrow ? = \frac{55}{\pi}$$

۱۰۹- قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin ax + b$ رسم شده است. حاصل $f(\frac{\pi}{2b+a})$ کدام است؟



$$\min = 1 = -|a| + b \rightarrow a + b = 1$$

$$T = \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{a'} \rightarrow a' = 4 \rightarrow a = -2$$

$$b = 3$$

$$f(-\pi) = 3$$

- ۳ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۱ (۴)

110 - اگر $\frac{\sin 14^\circ + \cos 31^\circ}{\sin 23^\circ + \cos 49^\circ} = -10/5$ باشد، حاصل $\frac{\sin 14^\circ + \cos 31^\circ}{\sin 23^\circ + \cos 49^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{23}{22} \quad (4)$$

$$\frac{23}{21} \quad (3)$$

$$\frac{22}{23} \quad (2)$$

$$\frac{21}{23} \quad (1)$$

$$\frac{2S}{-C-S}$$

$$\frac{2 \tan \xi_0}{-1 - \tan \xi_0} = \frac{\frac{21}{23}}{-\frac{21}{23}} = -\frac{21}{23}$$

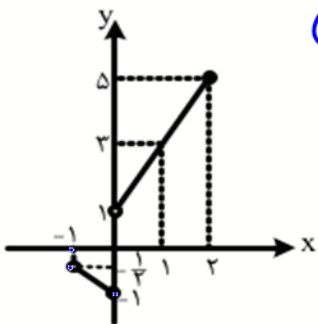
$$\frac{\sin 14^\circ + \cos 31^\circ}{\sin 23^\circ - \cos 49^\circ} = -10/5$$

$$\frac{2S}{-C+S} = -\frac{10}{5}$$

$$2C - 2S = 10$$

$$2C = 2S + 10 \rightarrow \tan \theta = \frac{11}{20}$$

111 - قسمتی از تابع متناوب f با دوره تناوب 3 رسم شده است. حاصل $f(f(f(\frac{1}{24})))$ کدام است؟ ($D_f = \mathbb{R}$)



$$f(f(\frac{1}{24})) = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1 \frac{2}{3} | \frac{1}{24}}{\frac{2}{3} | 1}$$

- 1 (1)
- 1/2 (2)
- 2 (3)
- 5 (4)

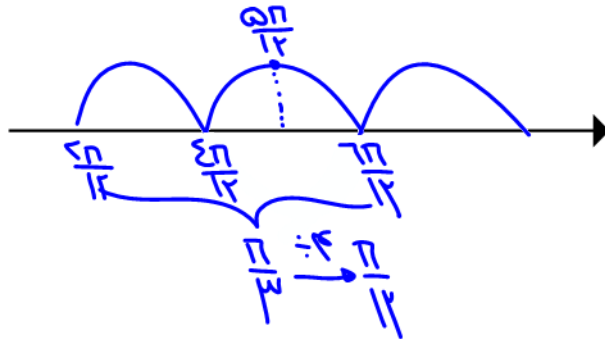
۱۱۲- اگر $x = \frac{5\pi}{12}$ طول نقطهٔ ماکزیمم تابع $y = |a \sin(6x + b)|$ باشد، کدام یک از نقاط زیر طول نقطهٔ مینیمم تابع است؟

(۴) $\frac{3\pi}{4}$

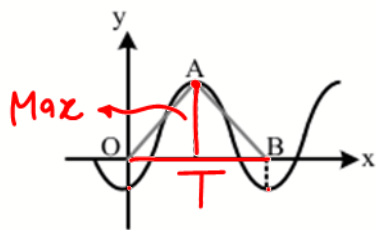
(۳) $\frac{7\pi}{12}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{4}$



۱۱۳- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(\frac{\pi}{2}x) + 1$ رسم شده است. اگر مساحت مثلث OAB برابر ۹ باشد، $f(2)$ چقدر



$f(x) = -2 \cos(\frac{\pi}{2}x) + 1 = 2$

است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) ۲

$\frac{1}{2} \times T \times Max = 9$

$\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} \times (|a| + 1) = 9$

$(|a-1|)(|a|+1) = 9$

$(-a+1)(-a+1) = 9$

$-a+1 = \pm 3 \rightarrow a = -2, 4$

۱۱۴ - اگر $\sin \alpha > \tan \alpha$ بوده و $\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = 3 \cot \alpha$ باشد، حاصل $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2$ کدام است؟

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۴)$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (۳)$$

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۲)$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

$$1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$- \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1+t}{1+\frac{1}{t}} = \frac{3}{t}$$

$$t + t^2 = 3 + \frac{3}{t}$$

$$t(1+t) = 3 \left(\frac{t+1}{t} \right)$$

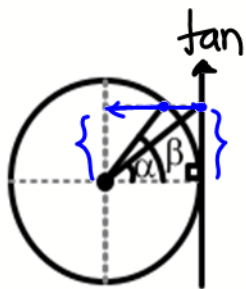
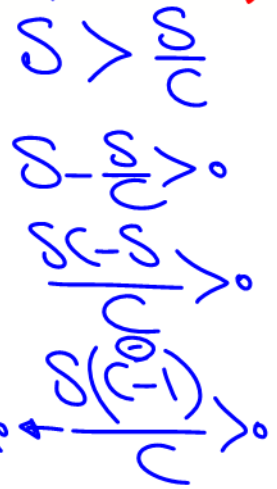
$$t^2 = 3$$

$$t = \pm \sqrt{3}$$

$$\tan x = -\sqrt{3}$$



$\tan x < 0$



$$\tan \alpha = \sin \beta \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{1}$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \sin \alpha$$

۱۱۵ - با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، حاصل $\cos \alpha \sin \beta$ کدام است؟

$$\tan \alpha \quad (۱)$$

$$\tan \beta \quad (۲)$$

$$\sin \alpha \quad (۳)$$

$$\cos \beta \quad (۴)$$