

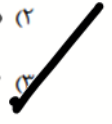
۱۳۱- نمودار تابع f به شکل زیر است. حاصل کدام حد درست نیست؟

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ (۱)

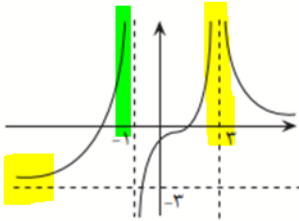
$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +3$ (۳)

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$ (۴)



(مشابه امتحان هماهنگ کشوری ری ۱۳۰۱)



۱۳۲- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 4x^5}{x^2 - x}$ برابر کدام گزینه است؟

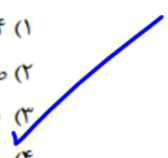
(۱) -۴

(۲) صفر

(۳) $+\infty$

(۴) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^5}{x^2} = -4x^3 = -4(-\infty)^3 = +\infty$$



(مشابه امتحان نهایی قرار ۱۳۰۲)

۱۳۳- اگر $x(x^2 - 3x^2 + ax + b)$ بر $(x+1)$ بخش پذیر باشد و باقی مانده تقسیم آن بر $(x-2)$ برابر ۶ شود، دو تایی (a, b) کدام است؟
 (مشابه امتحان هماهنگ کشوری ری ۱۳۰۰- مسابان)

$$x=2$$

$$x(1-3x+a+b) = 6$$

$$2a+b=7$$

$$\begin{cases} 2a+b=7 \\ a-b=-4 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{1.5cm}}$$

$$3a=3 \rightarrow a=1, b=5$$

$$x=-1$$

$$-1(-1-3-a+b) = 0$$

$$1+3+a-b=0$$

$$a-b=-4$$

- (1, 3) (۱)
- (3, 1) (۲)
- (1, 5) (۳) ✓
- (5, 2) (۴)

(مشابه امتحان تالیی فرورد ۱۳۰۲)

۱۳۴- مقدار کدام یک از حدهای زیر وجود ندارد؟ ([]: نماد جزء صحیح است.)

الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ (دیرینگر)

ب) $0 = \frac{0}{3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x]-2}{x}$ (صفر بر صفر)

پ) $0 = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]-2}{[x]-2}$

۴ الف و پ

✗ (۳)

✗ (۲)

الف (۱)

۱۳۵- اگر $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{v - bx}{(-x - 2)^3} = +\infty$ باشد، حدود b کدام است؟

- $b < \frac{v}{3}$ (۲) $b > -\frac{v}{3}$ (۱)
 $b > \frac{v}{3}$ (۴) $b < -\frac{v}{3}$ (۳)

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{v - bx}{(-x - 2)^3} = +\infty$$

$$\frac{-2}{+|\ominus} \quad \frac{v + 2b}{0^-} = +\infty \rightarrow v + 2b < 0 \rightarrow b < -\frac{v}{2}$$

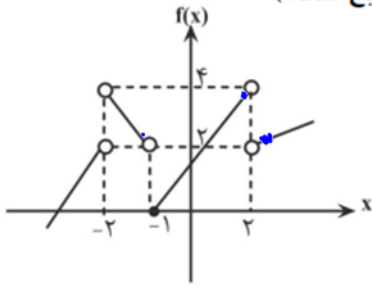
۱۳۶- اگر $f\left(\frac{4-x}{3}\right) = 2x + \sqrt{4x+25}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟

$f(2)$

- $\frac{-2+25}{-1}$
 ۱ (۱)
 -۱ (۲)
 ۲ (۳)
 -۲ (۴)

$$\frac{4-x}{3} = 2 \rightarrow 4-x = 6 \rightarrow x = -2$$

۱۳۷- با توجه به نمودار رسم شده، حاصل عبارت خواسته شده کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



$$\left[\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x+1) \right] - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(2-x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} [-f(x)]$$

$\underbrace{\quad}_{f(2)}$
 $\underbrace{\quad}_{-2}$

- 4 (1)
- 3 (2)
- 1 (3)
- 2 (4)

$$\{-2 - 2 = -4\}$$

۱۳۸- اگر $f(x) = m[\delta x - 3] - 2[x^2 + 1]$ ، آن گاه مقدار m کدام باشد تا تابع f در نقطه $x=2$ دارای حد باشد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- 1 (1)
- 1 (2)
- 2 (3)
- 2 (4)

۱۳۹- حاصل حد مقابل کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt{\frac{x}{2}} - \frac{1}{2}}{4x^2 + 10x - 3}$

H

$$\frac{\frac{1}{2}}{3\sqrt{\frac{x}{2}}}$$

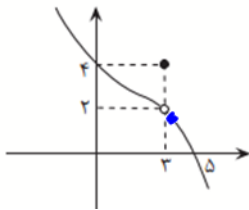
$$\frac{1}{2} \quad 17x + 10$$

$$\frac{1/4}{2/2} = \frac{1/2}{2} = \frac{1}{4}$$

$x = 1/2$

(۱) $\frac{21}{8}$
 (۲) $\frac{1}{21}$ ✓
 (۳) $\frac{1}{13}$
 (۴) $\frac{13}{13}$

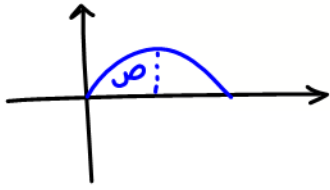
۱۴۰- شکل رو به رو بخشی از نمودار تابع $y = f(x)$ است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4 - [x]}{f(x) - 2}$ برابر کدام است؟ ([: نماد جزء صحیح است.)



$$\frac{4 - 3}{2 - 2} = \frac{1}{0} = -\infty$$

(۱) صفر
 (۲) $+\infty$
 (۳) $-\infty$ ✓
 (۴) $\frac{1}{2}$

۱۴۱- اختلاف حد چپ و راست تابع $f(x) = \left[\sin^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) \right] x^2 - \left[\frac{1}{\cos(\pi x)} \right] x$ در $x=2$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



$$x \rightarrow 2^+$$

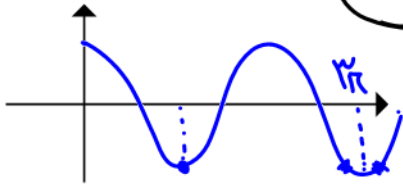
$$\left[2^+ \right] \times 9 - \left[\frac{1}{(-1)^+} \right] \times 2$$

۱۲ (۱)

۹ (۲) ✓

۶ (۳)

۱۵ (۴)



$$x \rightarrow 2^-$$

$$\frac{\left[2^- \right] \times 9 - \left[\frac{1}{(-1)^-} \right] \times 2}{9}$$



۱۴۲- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x^2 - x}{x+2} + ax + b \right) = -2$ باشد، آن گاه $a+b$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + ax^2 + 2ax}{x+2} = -2 - b$$

۱ (۱) ✓

۳ (۲)

-۱ (۳)

-۳ (۴)

$$a = -2$$

$$\rightarrow \frac{-ax}{x} = -a = -2 - b$$

$$b = 3$$

۱۴۳- اگر $f(x) = 3x + \sqrt{9x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

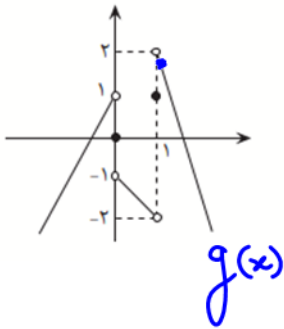
- $-\frac{1}{6}$ (۲) ✓
 $-\frac{1}{4}$ (۳)
 صفر (۴)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3x + \sqrt{9x^2 + x} \right)$$

$$= \sqrt{9|x + \frac{1}{18}|}$$

$$\cancel{3x} - \cancel{3x} - \frac{1}{6}$$

۱۴۴- اگر $f(x) = \frac{x - [x]}{x^2}$ و نمودار $g(x)$ به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(g(x) - 2) \times g(f(x))$ کدام است؟ ([: نماد جزء

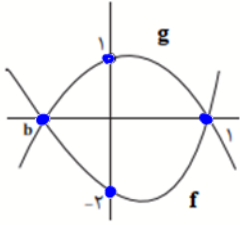


$$\frac{(g(x)+1)(g(x)-2)}{g(f(x))}$$

$$\frac{0^-}{-1} = +\infty$$

- صحیح است.
 $+\infty$ (۱)
 $-\infty$ (۲) ✓
 صفر (۳)
 -1 (۴)

۱۴۵ f و g دو سهمی هستند، به طوریکه: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1} = 2$ آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x^2-1} = 2 \Rightarrow \frac{-\frac{3}{b}(x-1)(x-b)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

$$= \frac{-\frac{3}{b}(1-b)}{2} = 2$$

- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $-\frac{1}{3}$ (۳)
- $-\frac{2}{3}$ (۴)

$$f = -\frac{1}{b}(x-1)(x-b)$$

$$g = \frac{1}{b}(x-1)(x-b)$$

$$f-g = -\frac{2}{b}(x-1)(x-b) = (x-1)(x+3)$$

$$\frac{-\frac{3}{b} + \frac{3}{b}}{2} = 2 \rightarrow b = -3$$

۱۴۶ در تابع $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 4x + 9}}{ax + b}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{xf(x)}$ کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{x \left(\frac{2x+x}{ax} \right)} = \frac{ax}{\frac{3}{a}x} = \frac{a^2}{3} = \frac{1}{3}$$

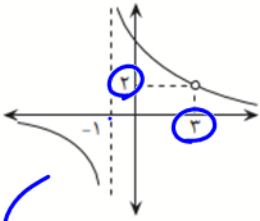
$$\frac{-x}{\sqrt{x^2 + |2x|}} = \frac{1}{a} = a$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1$$

- $-\frac{1}{3}$ (۱)
- $\frac{1}{3}$ (۲)
- $-\frac{1}{9}$ (۳)
- $\frac{1}{9}$ (۴)

۱۴۷- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(x+d)^2(x-2)}$ به صورت مقابل باشد، حاصل $a+b-c+d$ چقدر است؟



$$\frac{1-19+24+1}{(x-3)(x+1)^2} = \frac{1x^2-19x-24}{(x+1)^2(x-3)}$$

۱۵ (۱)

۱۶ (۲)

۱۷ (۳) ✓

۱۸ (۴)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a}{x+1} = \frac{a}{\varepsilon} = 2 \rightarrow a = 1$$

$$\frac{a}{x+1}$$

۱۴۸- اگر حد تابع $f(x) = \left[\frac{2x^2 + kx + 1}{x^2 + 2x + 5} \right]$ در $-\infty$ برابر ۱ باشد، حدود k کدام است؟ ([] : نماد جزء صحیح است.)

$x \rightarrow -\infty$

$k \leq 4$ (۱)

$k \leq 5$ (۲)

$k \geq 4$ (۳) ✓

$k \geq 5$ (۴)

$$\frac{2x^2 + kx + 1}{x^2 + 2x + 5} < 2 \rightarrow 2x^2 + kx + 1 < 2x^2 + 4x + 10$$

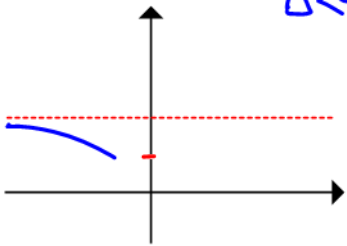
$$kx < 9x + 9$$

$$(k-9)x < 9$$

①

$$k-9 \geq 0$$

$$k \geq 9$$



۱۴۹- اگر داشته باشیم $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$ ، آن گاه تابع $g(x) = f(x^2 - 2x^2 + x)$ در چند نقطه حد ندارد؟

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$x(x-1)^2$$

$$\begin{array}{c} 0 \quad 1 \\ - \quad + \quad + \end{array}$$

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- صفر (۳)
- ۱ (۴) ✓

۱۵۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{\sqrt{1 + \sin 2x}}{\tan x - \cot x}$ کدام است؟

$$1 + \sin 2x = (\sin x + \cos x)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{|\sin x + \cos x|}{\tan x - \cot x} = - \frac{\cos x - \sin x}{1 + \tan^2 x + 1 + \cot^2 x}$$

$$= - \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)
- $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) ✓
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $\frac{1}{4}$ (۴)