

۶۱- اگر قرینه نقطه $A(a+1, b-4)$ نسبت به نقطه $M(-1, 3)$ ، نقطه $B(2b-1, 2a-1)$ باشد، آنگاه $\frac{ab}{4}$ کدام است؟

$$\frac{A+B}{2} = M$$

$$A+B = 2M$$



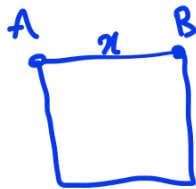
- (۱) -۱۳
- (۲) ۴۰
- (۳) -۱۰ ✓
- (۴) ۲۵

$$(2b-1+a+1, 2a-1+b-4) = (-2, 4)$$

$$\begin{cases} a+2b = -2 \\ b+2a-5 = 4 \end{cases} \Rightarrow b = -5, a = 1$$

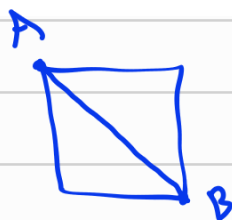
$$\frac{ab}{4} = \frac{1 \times (-5)}{4} = -1.25$$

۶۲- اگر $A(3, 0)$ و $B(-1, 5)$ دو رأس از مربعی باشند، مجموع مقادیر ممکن برای مساحت مربع کدام است؟



$$x = \sqrt{(3-(-1))^2 + (0-5)^2} = \sqrt{41}$$

$$S = x^2 = 41$$



$$S = \frac{AB^2}{2} = \frac{41}{2} = 20.5$$

- (۱) ۴۱
- (۲) ۶۱/۵ ✓
- (۳) ۸۲
- (۴) ۱۲۳

۶۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} + \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2}$ کدام است؟

$$\alpha^2 - 3\alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 - 1 = 3\alpha \quad (1)$$

$$\beta^2 - 3\beta - 1 = 0 \rightarrow \beta^2 - 1 = 3\beta \quad (2)$$

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2} + \frac{3\beta}{\beta^2} \rightarrow \frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} = \frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{3 \cdot 3}{-1} = -9 \quad (3)$$

$$\frac{3\alpha}{\alpha^2} + \frac{3\beta}{\beta^2} \rightarrow \frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} = \frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{3 \cdot 3}{-1} = -9 \quad (4)$$

۶۴- مجموع جواب‌های معادله $\frac{4}{x^2 - 2x - 3} - \frac{2}{x^2 - 4x + 3} = 3$ کدام است؟

$$f(x) = (x-3)(x-1)(x+1)$$

$$4(x-1) - 2(x+1) = 3(x-3)(x-1)(x+1)$$

$$4x - 4 - 2x - 2 = 3x^3 - 9x^2 - 3x + 9$$

$$3x^3 - 9x^2 - 7x + 5 = 0 \rightarrow 3x^2(x-3) - 5(x-3) = 0$$

$$(x-3)(3x^2 - 5) = 0$$

$$x = 3$$

ذوق

$$x = \pm \sqrt{\frac{5}{3}}$$

$$+ \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3} = 0$$

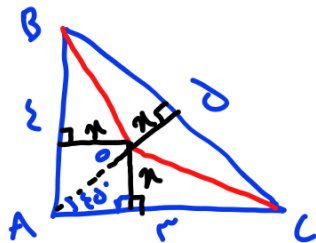
$$\sqrt{\frac{5}{3}} \quad (1)$$

$$-\sqrt{\frac{5}{3}} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{3} \quad (3)$$

صفر (4) ✓

۶۵- مثلث ABC با طول اضلاع $a=5$ ، $b=3$ و $c=4$ مفروض است. فاصله نقطه برخورد دو نیمساز زاویه‌های C و B تا رأس A کدام است؟



فیش مغزیت

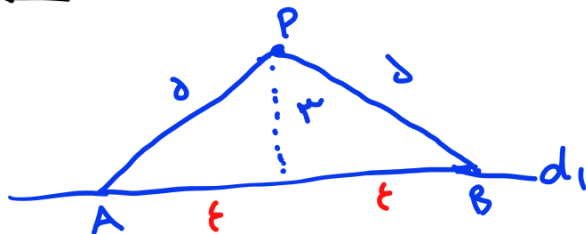
- ۱ (۱)
- $\sqrt{2}$ ✓
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)
- ۲ (۴)

$$S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC}$$

$$4 = \frac{2x + 3x + 4x}{2} \rightarrow x = 1$$



۶۶- نقطه P به فاصله ۳ سانتی‌متر از خط d_1 قرار دارد. اگر فاصله دو نقطه از خط d_1 تا نقطه P، ۵ سانتی‌متر باشد، اندازه محیط و مساحت حاصل از



دو نقطه مذکور و نقطه P (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

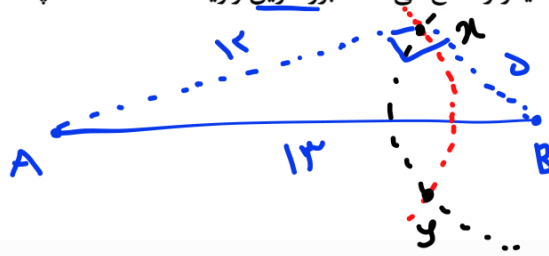
- ۱۲، ۱۸ ✓
- ۲۴، ۱۸ (۲)
- ~~۶، ۱۲ (۳)~~
- ~~۱۸، ۲۴ (۴)~~

$$P_{PAB} = 3 + 3 + x = 18$$

$$S = \frac{3 \times 18}{2} = 12$$

۶۷- نقاط A و B را به فاصله ۱۳ سانتی متر در نظر بگیرید. به مرکز A و به شعاع ۱۲ سانتی متر یک دایره و به مرکز B و به شعاع ۵ سانتی متر دایره

دیگری رسم می کنیم، دو دایره در دو نقطه X و Y همدیگر را قطع می کنند، بزرگترین زاویه مثلث AXB چند درجه است؟



(۱) ۴۵

(۲) ۹۰ ✓

(۳) ۶۰

(۴) ۱۲۰

۶۸- مساحت شکل حاصل از مکان هندسی تمامی نقاطی از صفحه که دارای فاصله‌ای یکسان از مبدأ مختصات بوده و فاصله نقاط از مبدأ مختصات بیش

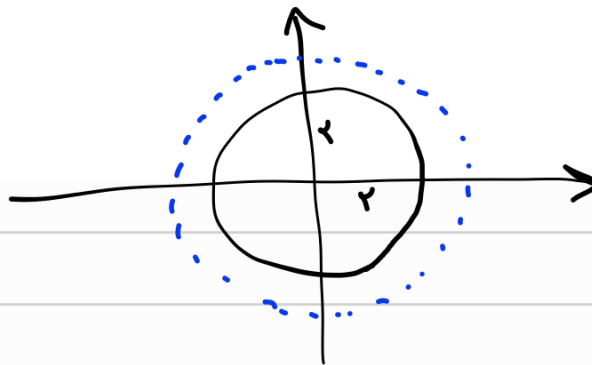
از ۲ سانتی متر باشد، کدام گزینه نمی تواند باشد؟

(۱) 8π سانتی متر مربع

(۲) 6π سانتی متر مربع

(۳) 5π سانتی متر مربع

(۴) 4π سانتی متر مربع ✓



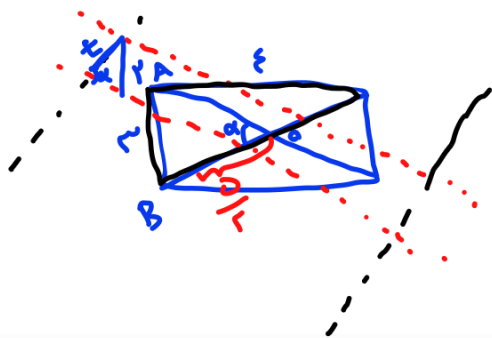
$$r > 2$$

$$r^2 > 4$$

$$50 \pi r^2 > 4\pi$$

۶۹- در مستطیلی به اضلاع ۳ و ۴، از برخورد مکان هندسی نقاطی که از خط

شامل قطر دیگر به فاصله ۳ باشند، یک چهارضلعی تشکیل می شود مساحت این چهارضلعی کدام است؟



$$S = \frac{25 \times 4}{12} = \frac{12}{5} \quad (2)$$

(1) $\frac{6}{25}$
 (2) $\frac{12}{5}$
 (3) $\frac{25}{3}$
 (4) $\frac{25}{6}$

$$S_{\text{مستطیل}} = 3 \times 4 = 12$$

$$S_{\text{مربع}} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{d}{2} \times \frac{d}{2} \times \sin \alpha = 6$$

$$\sin \alpha = \frac{24}{d}$$

$$\frac{r}{t} = \frac{24}{d} \rightarrow t = \frac{rd}{12}$$

۷۰- اگر $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\frac{3b^2 - a^2}{a^2 + b^2}$ کدام است؟

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = x$$

$$a = 2x \xrightarrow{x=1} a=2$$

$$b = 3x \xrightarrow{x=1} b=3$$

$$\frac{3 \times 9 - 4}{9 + 9} = \frac{23}{18}$$

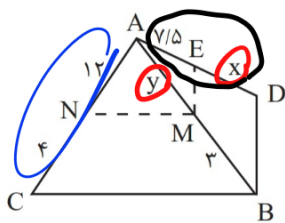
(1) $\frac{13}{22}$

(2) $\frac{31}{5}$

(3) $\frac{22}{13}$ ✓

(4) $\frac{5}{31}$

۷۱- اگر در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $ME \parallel BD$ باشد، $x+y$ کدام است؟ ($AM = y$ ، $ED = x$)



$$\frac{12}{4} = \frac{y}{3} \rightarrow y = 9$$

$$\frac{9}{3} = \frac{1,5}{x} \rightarrow x = 2,5$$

$$x + y = 11,5$$

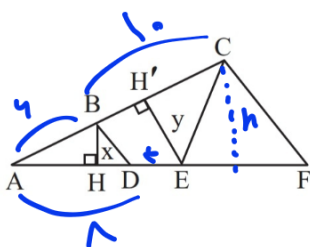
(۱) ۱۲/۵

(۲) ۱۰/۵

(۳) ۱۲

(۴) ۱۱/۵ ✓

۷۲- در شکل مقابل $AD = 8$ و $DE = 4$ و $AB = 6$ و $BC = 10$ می‌باشد. اگر $BD \parallel CF$ باشد، اندازه $\frac{S_{\triangle CEF}}{y}$ کدام است؟



$$\triangle AHE \sim \triangle ABH$$

$$(\overline{BH} = x, \overline{H'E} = y)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \quad \vdots \quad \frac{4}{10} = \frac{h}{4+EF}$$

(۱) $\frac{52}{9}$

(۲) $\frac{112}{9}$

(۳) $\frac{56}{9}$ ✓

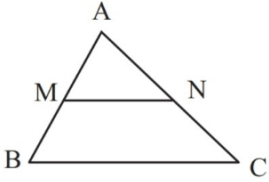
(۴) $\frac{28}{9}$

$$\rightarrow EF = \frac{28}{3}$$

$$\rightarrow h = \frac{1}{3}x$$

$$\frac{S_{\triangle CFE}}{y} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times x \times \frac{28}{3}}{y} = \frac{54}{9}$$

۷۳- کدام یک از قضیه‌های زیر دو شرطی نیست؟



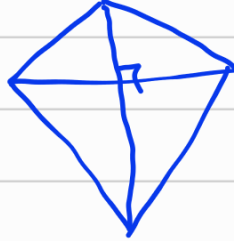
(۱) در شکل رو به رو اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ آنگاه $MN \parallel BC$ (قضیه تالس) ✓

(۲) در مثلث ABC اگر $\hat{A} = 90^\circ$ آنگاه $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (قضیه فیثاغورث) ✓

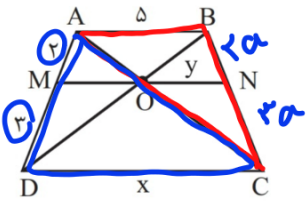


(۳) اگر در یک چهارضلعی اضلاع روبه‌رو موازی باشند، آنگاه زوایای مقابل با هم برابرند. ✓

(۴) در یک چهارضلعی اگر قطرها برابر و بر هم عمود باشند، آنگاه چهارضلعی مربع است. ✗



۷۴- در ذوزنقه ABCD از نقطه O محل برخورد دو قطر، پاره‌خط MN موازی قاعده‌ها رسم شده است. مقدار $x + y$ کدام است؟ ($ON = y$)



$$\frac{2a}{\delta} = \frac{y}{\delta} \rightarrow y = 2$$

$$\frac{2a}{\delta} = \frac{2}{x} \rightarrow x = \frac{\delta}{2} = 1, \text{ پس}$$

(۱) ۱۰/۵

(۲) ۱۱/۵

(۳) ۱۲

(۴) ۱۳

۷۵- در ذوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۸ و ۱۰ و ارتفاع ۳ واحد، امتداد دو ساق در نقطه P متقاطع هستند، فاصله P از قاعده بزرگتر کدام است؟



۱۲ (۱)

۱۵ (۲) ✓

۸ (۳)

۱۸ (۴)

$$\frac{h}{h+3} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$5h = 4h + 12 \rightarrow h = 12 + 3 = 15$$

۷۶- در مثلث ABC داریم $AB=18$ و $\hat{A}=70^\circ$ و $\hat{B}=50^\circ$ و در مثلث MNP داریم $\hat{M}=70^\circ$ و $\hat{N}=60^\circ$ ، اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چقدر است؟

$$\triangle ABC \rightarrow A+B+C = 180 \rightarrow \hat{C} = 40$$

$$\triangle MNP \rightarrow \hat{P} = 50$$

$$x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{AB^2}{MP} = \frac{3}{2} \rightarrow MP = 12$$

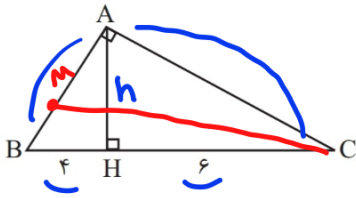
۱۲ (۱) ✓

۱۶ (۲)

۲۴ (۳)

۲۷ (۴)

۷۷- در بزرگترین مثلث قائم‌الزاویه شکل زیر، اندازه بزرگترین میانه کدام است؟



$$h^2 = \epsilon \times \phi \rightarrow h = 2\sqrt{6}$$

$$AB^2 = \epsilon \times \phi \rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$AC^2 = \phi \times \epsilon \rightarrow AC = 2\sqrt{8}$$

$$MC^2 = (2\sqrt{10})^2 + \sqrt{10}^2 = 40 + 10 = 50$$

$$MC = \sqrt{50}$$

$$\sqrt{50} \quad (1)$$

$$\sqrt{65} \quad (2)$$

$$\sqrt{70} \quad (3) \checkmark$$

$$\sqrt{75} \quad (4)$$

۷۸- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{1+x^2}$ با دامنه کدام تابع مساوی است؟

$$x > 1$$

$$x > 1 \quad y = \frac{x\sqrt{x-1}}{1-x-1} \quad (1)$$

$$x > 1 - \{x^2\} \quad y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2} \quad (2)$$

$$x > 1 \quad y = \frac{(x-1)\sqrt{x-1}}{x \neq 0} \quad (3) \checkmark$$

$$y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+x^2} \quad (4)$$

۷۹- اگر دامنه تعریف تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2-ax+3a}$ برابر با $\mathbb{R} - \{3\}$ باشد، حدود تغییرات a کدام است؟

$$(x-3)(x^2+3x+9) + (-a)(x-3) \quad a < 1 \quad (1)$$

$$(x-3)(x^2+3x+9-a) = 0$$

$x=3$ ریشه نداشتن باشد

$\Delta < 0$

$$\Delta < 0 \rightarrow 9 - 4(9-a) < 0$$

$$9a < 27 \rightarrow a < \frac{27}{3}$$

$$a < \frac{27}{3} \quad (2)$$

$$a > 1 \quad (3)$$

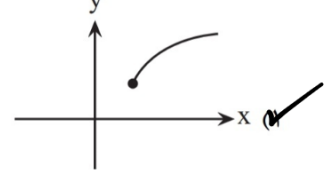
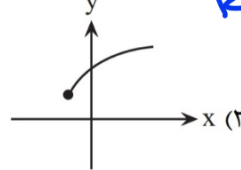
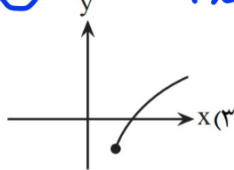
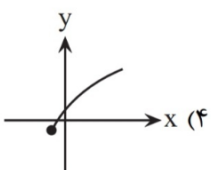
$$a > \frac{27}{3} \quad (4)$$

۸۰- اگر دو تابع $g(x) = 3x-1$ و $f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2-1}{3x+1} & x \neq -\frac{1}{3} \\ k+x & x = -\frac{1}{3} \end{cases}$ با هم مساوی باشند، نمودار تابع با ضابطه $y = \sqrt{x+k} - k$ کدام است؟

$$y = \sqrt{x - \frac{5}{3}} + \frac{5}{3}$$

$$\frac{(3x-1)(3x+1)}{3x+1}$$

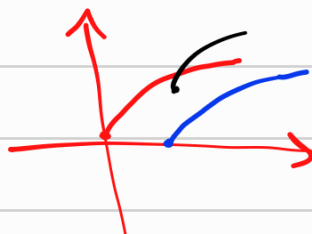
$$k = -\frac{1}{3}$$



اولویت ما را رسم:

پس در است

ضرایب
بابا دیپاین



$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = g\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$k = -\frac{5}{3}$$