

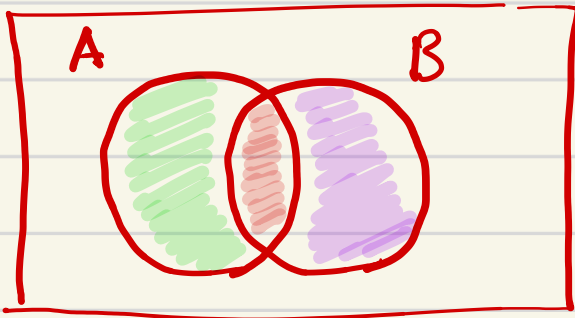
۹۶- اگر $n(A \cup B) = 33$ باشد و $n(A - B)$ و $n(A \cap B)$ و $n(B - A)$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ باشند، مجموعه A چند عضو دارد؟

۱۹ (۴) ✓

۱۷ (۳)

۱۱ (۲)

۸ (۱)



$$n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) = n(A \cup B)$$

$$x + x + 3 + x + 6 = 33 \rightarrow 3x + 9 = 33 \rightarrow 3x = 24$$

$$x = 8$$

$$n(A) = x + x + 3 = 2x + 3 = 2 \times 8 + 3 = \underline{19}$$

۹۷- ۴۰ نفر وارد یک باشگاه ورزشی شده‌اند که دارای ۲ دستگاه A و B است. اگر تعداد افرادی که از هیچ دستگاهی استفاده نکرده‌اند، ۱۰ واحد کمتر از کسانی که از دستگاه A استفاده نکرده‌اند و ۱۸ واحد کمتر از کسانی که از دستگاه B استفاده نکرده‌اند، باشد، حداکثر چند نفر از هر دو دستگاه استفاده کرده‌اند؟

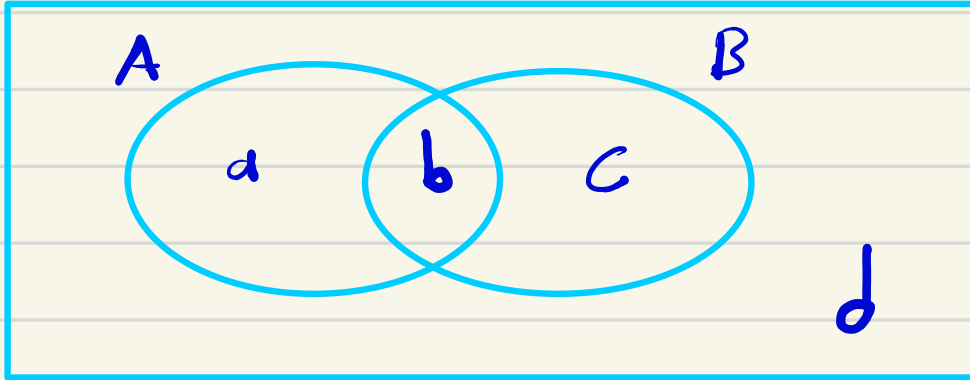
مشابه تمرین کتاب درسی

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)



$$d + 10 = c + d \rightarrow \boxed{c = 10}$$

$$d + 18 = a + d \rightarrow \boxed{a = 18}$$

$$a + b + c + d = 40 \xrightarrow{\substack{a = 18 \\ c = 10}} \boxed{b + d = 12}$$

$$b = 12 - d$$

$$\rightarrow \boxed{b = 12 - 0 = \underline{12}}$$

max

۹۸ - ۵۳۱ سکه را بین ۹ نفر طوری تقسیم کرده‌ایم که تعداد سهم‌ها تشکیل دنباله حسابی دهند. اگر افراد به ترتیب تعداد

سهم در یک صف قرار گیرند، نفر نهم ۱۱۱ سکه دارد. نفر هفتم چند سکه دارد؟

۸۸ (۴)

۸۷ (۳)

۸۶ (۲)

۸۵ (۱) ✓

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 531 \quad a_9 = 111$$

$$\rightarrow \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{9}{2} (a_1 + 111) = 531$$

$$a_1 + 111 = \frac{531}{\cancel{9}} \times \frac{2}{\cancel{2}} = 59 \times 2 = 118 \rightarrow a_1 = 7$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 111 \rightarrow 7 + 8d = 111 \rightarrow 8d = 104$$
$$d = 13$$

$$a_7 = a_1 + 6d = 7 + 6 \times 13$$
$$= 7 + 78 = \underline{85}$$

۹۹- یک الگوی خطی و b_n یک دنباله حسابی است. اگر b_1 یک واحد بیشتر از a_1 و b_4 دو واحد کمتر از a_4 باشد، $b_2 - a_2$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$۱ \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

(۱) صفر ✓

$$\textcircled{1} \quad b_1 = a_1 + 1$$

$$\textcircled{2} \quad b_4 = a_4 - 2$$

$$\underline{a_n : d}$$

$$b_4 - b_1 = (a_4 - 2) - (a_1 + 1) = (a_4 - a_1) - 3$$

$$3d' = 3d - 3 \Rightarrow \boxed{d' - d = -1} *$$

$$b_2 - a_2 = (b_1 + d') - (a_1 + d)$$

$$= (b_1 - a_1) + (d' - d)$$

$$= 1 + (-1) = 0$$

۱۰۰- دنباله a, b, c یک دنباله حسابی و دنباله $b-a, b, a+b$ یک دنباله هندسی است. مجموع جملات دنباله

حسابی برابر ۶ است. حاصل ضرب جملات دنباله هندسی کدام است؟

۲۴ (۴)

۸ (۳) ✓

۶ (۲)

۱ (۱) صفر

$$\begin{cases} a+b+c=6 \quad (*) \\ \frac{a+c}{2}=b \rightarrow a+c=2b \end{cases} \Rightarrow 2b+b=6 \Rightarrow \boxed{b=2}$$

$$b_n: b-a, b, a+b \quad \xrightarrow{b=2} \quad 2-a, 2, 2+a$$

$$(2)^2 = (2-a)(2+a) \rightarrow 4 = 4 - a^2 \rightarrow a^2 = 0 \\ a=0$$

$$b_n: 2, 2, 2 \quad d=1$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

۱۰۱- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم مربع جمله دوم بوده و جمله هفتم ۶ واحد بیشتر از جمله سوم است. جمله نهم

چند واحد بیشتر از جمله پنجم است؟

$$6\sqrt[4]{27} \quad (4)$$

$$6\sqrt[4]{3} \quad (3)$$

$$6\sqrt{3} \quad (2) \checkmark$$

$$6 \quad (1)$$

$$t_5 = t_2^2 \rightarrow t_1 \cdot q^4 = (t_1 \cdot q)^2$$

$$\rightarrow t_1 q^4 = t_1^2 q^2 \rightarrow \boxed{q^2 = t_1}$$

$$t_7 = t_3 + 6$$

$$t_1 q^6 = t_1 q^2 + 6 \rightarrow q^6 = q^2 + 6$$

$$q^4 = x \rightarrow x^2 = x + 6 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-2 \end{cases} \quad \text{○○○}$$

$$\rightarrow q^4 = 3, \quad t_1 = \underline{\sqrt{3}}$$

$$t_7 - t_5 = t_1 q^6 - t_1 q^4 = t_1 q^4 (q^2 - 1)$$

$$= \sqrt{3} \times 3 (3-1) = 6\sqrt{3}$$



۱۰۲- جملات اول، ششم و چهار برابر جمله نهم در یک دنباله حسابی با جملات مثبت به ترتیب جملات متوالی یک دنباله

هندسی هستند. جمله دوم دنباله حسابی چند برابر جمله اول است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۲ (۲) ✓

۱/۵ (۱)

$$a_1, a_6, t(a_1)$$

$$(a_6)^2 = a_1 \times t(a_1)$$

$$(a_1 + 5d)^2 = t a_1 (a_1 + 5d)$$

$$\rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 25d^2 = t a_1^2 + 32a_1d$$

$$\rightarrow 25d^2 - 22a_1d - 3a_1^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \div a_1^2 & \rightarrow 25\left(\frac{d}{a_1}\right)^2 - 22\left(\frac{d}{a_1}\right) - 3 = 0 & \frac{d}{a_1} = x \end{aligned}$$

$$25x^2 - 22x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases} \text{ ریشه}$$

$$x = 1 \rightarrow \frac{d}{a_1} = 1 \rightarrow \boxed{d = a_1}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{2d}{d} = 2$$



۱۰۳ - چند جمله‌ای $P(x) = ax^2 + x^3 + bx + b$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{ax+b}{bx+a}$ کدام است؟

-۱ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

$$P(x) = (x^2 - 1)Q(x) + R$$

$$ax^2 + x^3 + bx + b = (x^2 - 1)Q(x)$$

$$(x^2 - 1) = (x - 1)(x + 1)$$

$$x = 1 \rightarrow a + 1 + b + b = (1 - 1)Q(1) = 0$$

$$a + 2b + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x = -1 \rightarrow a - 1 - b + b = 0 \quad a - 1 = 0$$

$$a = 1$$

$$1 + 2b + 1 = 0 \quad \boxed{b = -1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}}{-(\cancel{x-1})} = -1$$



۱۰۴ - اگر مجموع حد چپ و راست تابع $f(x) = \frac{ax - [x]}{[x] + [-x]}$ در $x = -2$ برابر ۷ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+ax}}{x}$ کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4) \quad \checkmark$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ax - [x]}{[x] + [-x]} = \frac{-2a + 2}{-1} = 2a - 2$$

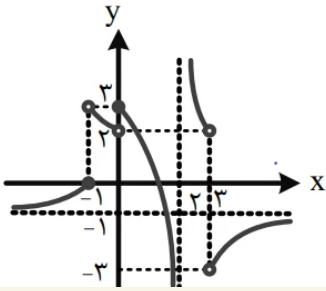
$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{ax - [x]}{[x] + [-x]} = \frac{-2a + 3}{-1} = 2a - 3$$

$$2a - 2 + 2a - 3 = 7 \implies 4a - 5 = 7 \implies 4a = 12 \implies a = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1+3x}}{x} \stackrel{\%}{=} \frac{-\frac{3}{2\sqrt{1+3x}}}{1} \stackrel{H.p}{=} \frac{-3}{2\sqrt{1+3x}} \xrightarrow{x=0} \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$a = 3$

۱۰۵- نمودار تابع f رسم شده است. اگر $g(x) = f \circ f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow a^-} [f \circ g(x)] = 2$ باشد، a کدام است؟ [] علامت جزء صحیح



است.

(۱) -۱

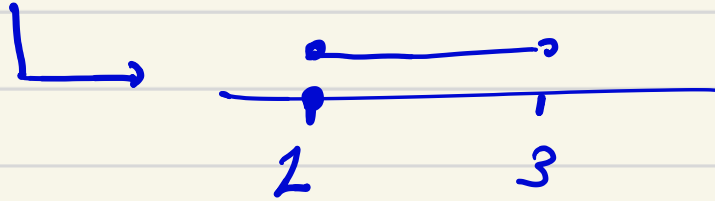
(۲) ۰

(۳) ۲

(۴) ۳

$$f \circ g(x) = f \circ f \circ f(x)$$

$$[\text{]} = 2$$



$$f \circ f \circ f(x) = 3 \rightarrow f \circ f(x) = -1^+$$

$$\rightarrow f(x) = -\infty \rightarrow x \rightarrow 2^-$$

۱۰۶ - اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan^2 x}{a \cos 2x} = 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + 3x|x|}{x^2 - 1}$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$\frac{1 - \tan^2 x}{a \cos 2x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{a (\cos^2 x - \sin^2 x)} = \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{a (\cos^2 x - \sin^2 x)}$$

$$= \frac{1}{a \cos^2 x} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{a \cos^2 x} = 1$$

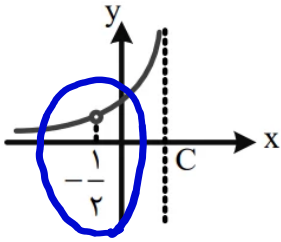
$$= \frac{1}{a x \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{\frac{a}{2}} = 1$$

$a = 2$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 3x|x|}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x^2}{x^2 - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1$$

۱۰۸ - قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2bx - 2a}{4ax^2 + bx + 1}$ رسم شده است. کدام است C؟



- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{2}{3}$

$x = -\frac{1}{2}$ هم ریشه صورت است و هم ریشه مخرج

$$x = -\frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} 2b(-\frac{1}{2}) - 2a = 0 \rightarrow -b - 2a = 0 \\ 4a(-\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2}b + 1 = 0 \end{cases}$$

$b = -2a$

$$\rightarrow a - \frac{b}{2} + 1 = 0 \quad (*)$$

$$\rightarrow a + a + 1 = 0 \rightarrow 2a + 1 = 0$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$b = +1$$

$$4ax^2 + bx + 1$$

$$\rightarrow -2x^2 + x + 1$$

مخرج

$$-2x^2 + x + 1 = 0$$

C ریشه مخرج است

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C = 1$$

ف(خ) = $\begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} & x > 1 \\ \sqrt{x}-1 & \text{اگر } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(\frac{2}{1+x}\right)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(\frac{2}{1+x}\right) = f\left(\frac{2}{1+1^-}\right) = f\left(\frac{2}{2^-}\right) = f(1^+)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \stackrel{\frac{0}{0}}{=} \underset{\text{H.o.p}}{=} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{1}{3} = 3$$

۱۱۰ تابع $f(x) = \frac{x^2 + mx + n}{[3x+1]}$ در تمام نقاط بازه $(0,1)$ حد دارد. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx+1}{(n+1)x}$ کدام است؟

-۱ (۴)

$-\frac{9}{7}$ (۳)

$-\frac{9}{11}$ (۲) ✓

$-\frac{9}{2}$ (۱)

نو! $F(x)$

صورتها $x = \frac{1}{3}$ و $x = \frac{2}{3}$
صورتها! استند.

• $x < 1$

$$3x+1 \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{9} + \frac{m}{3} + n = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{4}{9} + \frac{2}{3}m + n = 0 \rightarrow \frac{3}{9} + \frac{1}{3}m = 0$$

$$m = -1$$

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{3} + n = 0 \quad n = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx+1}{(n+1)x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx}{(n+1)x} = \frac{m}{n+1}$$

$$= \frac{-1}{\frac{2}{9} + 1} = \frac{-1}{\frac{11}{9}} = -\frac{9}{11}$$

۱۱۱ - اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - a}{\sqrt[3]{2x+b} - 1} = 3$ باشد، حاصل ab کدام است؟

-4 (۴)

-3 (۳)

4 (۲)

3 (۱)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - a}{\sqrt[3]{2x+b} - 1} = \frac{a-a}{\sqrt[3]{2+b} - 1} = \frac{0}{0}$$

$x=1$ در بیان منجر هم باشد

$$\sqrt[3]{2+b} - 1 = 0 \rightarrow \boxed{b = -1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - a}{\sqrt[3]{2x-1} - 1} \stackrel{H\ddot{o}f}{=} \frac{\frac{a}{2\sqrt{x}}}{\frac{2}{3\sqrt[3]{(2x-1)^2}}} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{a}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3a}{4} = 3 \Rightarrow \boxed{a = 4}$$

$$ab = 4 \times -1 = -4$$

۱۱۲ - حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[\sin x]}{2x - \pi} - \frac{[\pi - 2x]}{\cos x}$ کدام است؟

$-\infty$ (۴)

$+\infty$ (۳)

-1 (۲)

صفر (۱)

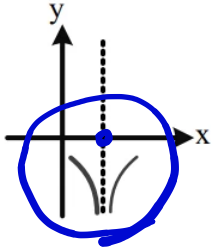
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[\sin x]}{2x - \pi} = \frac{[\sin \frac{\pi}{2}^+]}{2x - \pi} = \frac{0}{0^+} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{[\pi - 2x]}{\cos x} = \frac{[0^-]}{\cos \frac{\pi}{2}^+} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$0 - (+\infty) = -\infty$$

۱۱۳ - بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{ax+1}{4x^2+ax+1}$ رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{f(x-\frac{3}{4})}$ کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) $+\infty$

(۴) $-\infty$

$$4x^2 + ax + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow a^2 - 4(4)(1) = a^2 - 16$$

$$\Delta = 0 \rightarrow a^2 = 16 \rightarrow a = \pm 4$$

$$a = +4$$

$$f(x) = \frac{-4x+1}{4x^2-4x+1} = \frac{-4x+1}{(2x-1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{-4+1}{(2-1)^2} = \frac{-3}{1} = -3 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x - \frac{3}{4}) = f(\frac{1}{4}^+) = \frac{-4(\frac{1}{4})^+ + 1}{(\frac{1}{2} - 1)^2} = \frac{-1+1}{\text{مثبت}} = \frac{0}{\text{مثبت}} = 0^- \quad (**)$$

$$\frac{(*)}{(**)} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

۱۱۴ - اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(m^2 - 1)x^2 + (m - 1)x + 3}{n|x + 1|} = 2$ باشد، مقدار n چقدر است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$m^2 - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} m = +1 & \text{غلط} \\ m = -1 & \checkmark \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x + 3}{n|x + 1|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{n(-x)} = \frac{2}{n} = 2$$

$$n = 1$$

۱۱۵ - اگر $b \neq 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{9x^2 - 3x}}{bx - 1} = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{bx + \left| \frac{3}{2}x - 2 \right|}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{2} \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |3x|}{bx - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - 3x}{bx - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-3)x}{bx} = \frac{a-3}{b} = 2 \Rightarrow \underline{\underline{a-3=2b}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{bx + \left| \frac{3}{2}x - 2 \right|} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{bx + \frac{3}{2}x}$$

$$= \frac{a}{b + \frac{3}{2}} = \frac{2b + 3}{b + \frac{3}{2}} = \frac{2(b + \frac{3}{2})}{b + \frac{3}{2}} = \underline{\underline{2}}$$