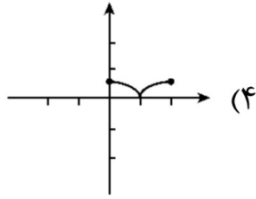
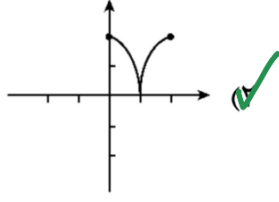
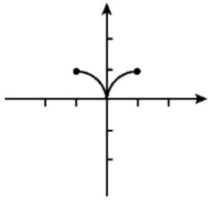


۱- اگر نمودار  $y=f(x)$  به صورت مقابل باشد، نمودار  $y=f(x-1)$  به کدام صورت است؟

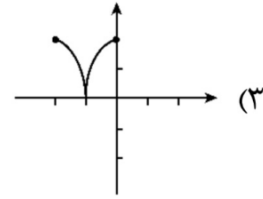
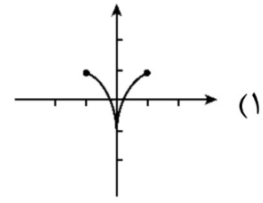


اولویت های رسم

(۱) چپ و راست

(۲) ضرایب

(۳) بالا و پایین



مروار: (رسم و انتقال توابع)

افتر:  $x$  ها تغییر می کنند.

$y=f(x-k)$  راست  $\rightarrow$

$y=f(x+k)$  چپ  $\leftarrow$

انبساط عمودی ( $k>1$ )

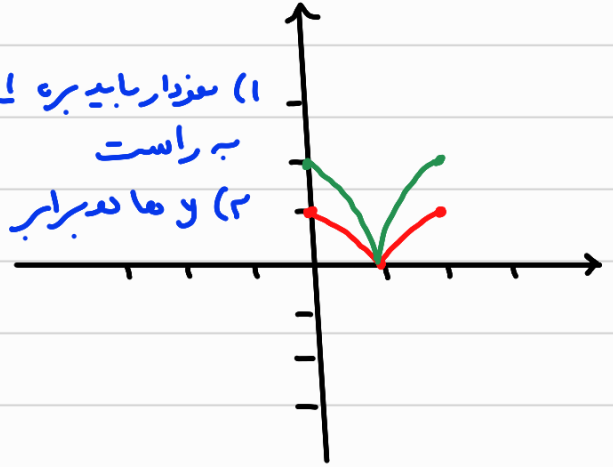
$kf(x)$   $\rightarrow$   $y$  ها  $k$  برابر می شود

$\frac{1}{k}f(x)$   $\rightarrow$   $y$  ها تقسیم بر  $k$  می شود

(۱) نمودار باید بره  $\downarrow$  واحد

به راست

(۲)  $y$  ها دگر برابر



۲- باقی مانده تقسیم  $p(x)=x^3-3x^2+3x+a$  بر  $2x-4$  برابر ۵ است. در این صورت تابع  $f(x)=(a-4)x^2+ax$  در

کدام فاصله اکیدا نزولی است؟

(۴)  $(0,1)$

(۳)  $(1,2)$

(۲)  $(2,3)$  ✓

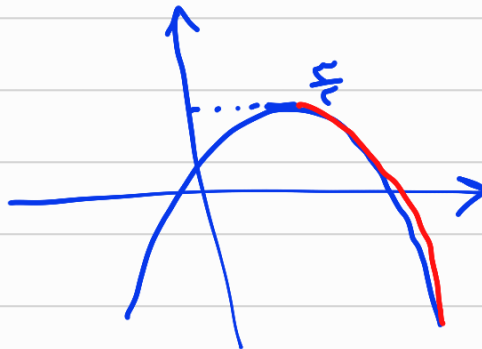
(۱)  $(-1,0)$

$$2x-4=0 \rightarrow x=2$$

$$p(2) = 1-12+6+a=0 \rightarrow a=3$$

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{3}{2}$$



$[\frac{3}{2}, +\infty)$

۳- اگر  $g(x) = (x-6)(x^2+12)$  تبدیل یافته  $f(x) = x^3$  و نقطه  $(1, -65)$  بر روی  $g$  متناظر با  $(a, b)$  بر روی  $f$  باشد،  $4a-b$  کدام است؟

(۴) -۱۵

(۳) -۳ ✓

(۲) ۳

(۱) صفر

$$g(x) = x^3 - 4x^2 + 12x - 72 = \underbrace{(x-2)^3}_{8+48} + 48$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm b^3 \pm 3a^2b + 3ab^2$$

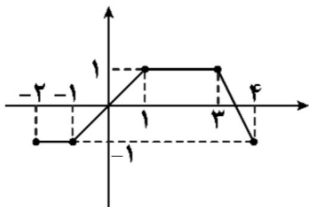
$$(1, -65) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow a=b=-1 \rightarrow 4a-b = -3$$

۲ واحد به سمت چپ

۴ واحد به سمت بالا

۴- نمودار  $y=f(x)$  رسم شده است، بازه  $[a, b]$  بزرگترین بازه‌ای است که تابع  $g(x) = f(-2x+1)$  در آن نزولی است. مساحت محدود به نمودار  $g(x)$  و محور  $x$  ها و خط  $x=a$  چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی



اولویت ما رسم:

(۱) چپ در راست

(۲) ضرایب

(۳) بالا و پایین

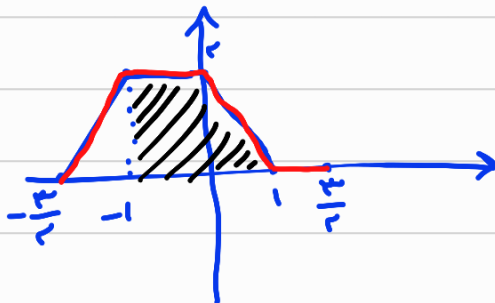
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳ ✓

(۴) ۴

۱ واحد انتقال به سمت چپ  $\leftarrow \frac{1}{2}$  طول  $x \leftarrow$  ۱ واحد به بالا



$$S = \frac{2+1}{2} \times 2 = 3$$

۵- خارج قسمت تقسیم  $P(x) = x^3 - 127$  بر  $x - 2$  را  $Q(x)$  می نامیم. باقی مانده تقسیم  $Q(x)$  بر  $x + 1$  کدام است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

۴۵ (۴)

۴۴ (۳)

۴۳ (۲) ✓

۴۲ (۱)

$$P(-1) = -128$$

$$P(x) = (x-2)Q(x) + 1$$

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow P(2) = 128 - 127 = 1$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow P(-1) = -3Q(-1) + 1$$

$$-128 = -3Q(-1) + 1 \rightarrow Q(-1) = \frac{129}{3} = 43$$

۶- دامنه تابع  $g(x) = f(-3x-2) + 1$  بازه  $(-1, 2)$  است. اگر تابع  $f$  اکیداً نزولی باشد، به ازای چند عدد صحیح  $a$  رابطه

$f(a^2) < f(a+2)$  برقرار است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲) ✓

صفر (۱)

$$-1 < x < 2 \rightarrow -4 < -3x \leq 3 \rightarrow -6 < -3x+2 \leq 5 \Rightarrow D_f = (-6, 5]$$

$$f(a^2), f(a+2)$$

$$a^2 \leq 5 \rightarrow -\sqrt{5} \leq a \leq \sqrt{5}$$

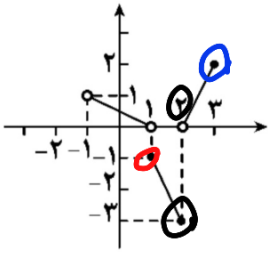
$$-6 < a+2 \leq 5 \rightarrow -8 < a \leq 3$$

$$f(a^2) < f(a+2) \rightarrow a^2 > a+2 \rightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 2 \end{cases}$$

$$\cap \begin{cases} -\sqrt{5} \leq a < -1 \\ 2 < a \leq \sqrt{5} \end{cases}$$

$$a = -2$$

۷- قسمتی از نمودار تابع متناوب  $f$  با دوره تناوب ۴ رسم شده است. حاصل  $f(f(f(f(98))))$  کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲) ۲ ✓  
(۳) -۱  
(۴) -۳

عصردانه باشد  $f(x \pm T) = f(x)$

$$(k \in \mathbb{Z}) \quad f(x) = f(x \pm 4k)$$

$$f(98) = f(98 - 96) = f(2) = -1$$

$$f(-3) = f(-3 + 4) = f(1) = 0$$

$$f(-1) = f(-1 + 4) = f(3) = 0$$

۸- طول نقطهٔ مینیمم تابع  $y = \frac{1}{4} \cos^2(3x - a) + b$  است. کدام عدد طول نقطه ماکزیمم آن خواهد بود؟

(۴)  $\frac{5\pi}{12}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$  ✓

(۲)  $\frac{\pi}{4}$

(۱) صفر

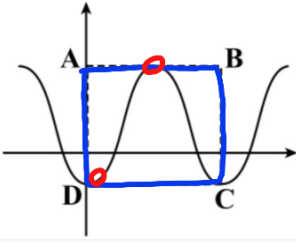
$$T = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\times 2} \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}$$

۹- قسمتی از نمودار تابع  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}(x-1)\right) + 1$  رسم شده است. مساحت مستطیل ABCD چقدر است؟

مشابه تمرین کتاب درسی



۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳) ✓

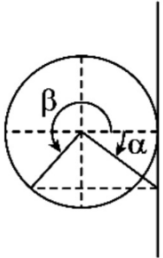
۲۰ (۴)

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \rightarrow AB = 4$$

$$S = 4 \times 4 = 16$$

$$\max - \min = 2 \times 2 = 4 \rightarrow AD = 4$$

۱۰- در دایره مثلثاتی مقابل، حاصل  $2 \sin \alpha \sin^2 \frac{\beta}{2}$  کدام است؟



$$\sin \beta = \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = \sin \beta \cos \alpha$$

$\sin(\alpha - \beta)$  (۱)

$\sin(\beta - \alpha)$  (۲) ✓

$\cos(\alpha + \beta)$  (۳)

$\cos(\alpha - \beta)$  (۴)

$$2 \sin \alpha \sin^2 \frac{\beta}{2} = \sin \alpha (2 \sin^2 \frac{\beta}{2}) = \sin \alpha (1 - \cos \beta)$$

$$= \sin \alpha - \sin \alpha \cos \beta = A$$

$$A = \sin \beta \cos \alpha - \sin \alpha \cos \beta = \sin(\beta - \alpha)$$

۱۱- تمام زوایایی که کسینوس چهار برابر آن‌ها با کسینوس سه برابر آن‌ها برابر است به کدام صورت می‌باشند؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

$$x = \frac{2k\pi}{5} \quad \checkmark$$

$$x = \frac{k\pi}{5} \quad (3)$$

$$x = \frac{k\pi}{7} \quad (2)$$

$$x = \frac{2k\pi}{5} \quad (1)$$

$$\cos \xi x = \cos^3 x$$

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xi x = 2k\pi + x \\ \xi x = 2k\pi - x \end{cases}$$

$$\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{\xi} \end{cases} \xrightarrow{U} x = \frac{2k\pi}{\xi}$$

۱۲- انتهای کمان جواب‌های معادله  $\tan x \tan \lambda x = 1$  رئوس کدام چندضلعی می‌باشند؟

۲۰ ضلعی (۴)

۱۸ ضلعی (۳)

۱۷ ضلعی  $\checkmark$

۱۶ ضلعی (۱)

$$\tan x + \tan \lambda x = 1 \rightarrow \frac{\sin x \times \sin \lambda x}{\cos x \times \cos \lambda x} = 1 \Rightarrow \sin x \sin \lambda x = \cos x \cos \lambda x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos x \cos \lambda x - \sin x \sin \lambda x = 0$$

$$\cos 9x = 0$$

$$9x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{9} + \frac{\pi}{18}$$

$$0 \leq x < 2\pi \rightarrow 0 \leq \frac{k\pi}{9} + \frac{\pi}{18} < 2\pi \rightarrow \frac{1}{9} \leq k < \frac{37}{9}$$

$$\underline{k \in \mathbb{Z}} \rightarrow k = 0, 1, \dots, 17$$

۱۳- اگر بازه  $(x-1, 3x+1)$  یک همسایگی عدد ۳ باشد، مجموعه مقادیر  $x$  شامل چند عدد صحیح است؟

مشابه تمرین کتاب درسی

۴ (۴)

۳ ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$x-1 < 3 < 3x+1 \Rightarrow \frac{4}{3} < x < 4 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = 1, 2, 3$$

۱۴- به ازای چند مقدار  $a$  در فاصله  $[0, 2\pi]$  تساوی  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{[\sin x]}{\cos x} = 2$  برقرار است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (✓)

$$\left\{ \frac{1}{2} \right\} = 0$$

$$\left\{ -\frac{1}{2} \right\} = -1$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [\sin x] = 0 \leq -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\sin x] = 0$$

$$[\sin a] = -1 \rightarrow -1 \leq \sin x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{-1}{\cos x} = 2 \rightarrow \frac{-1}{\cos a} = 2 \rightarrow \cos a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3\pi}{2} \times \\ a = \frac{5\pi}{2} \checkmark \end{cases}$$

۱۵- اگر  $k$  عددی حقیقی و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-1}{x-2} = k$  باشد،  $a-k$  کدام است؟

۴) -۲

۳)  $-\frac{3}{2}$  ✓

۲) -۱

۱)  $-\frac{1}{2}$

$$\sqrt{2+a}-1=0 \rightarrow \sqrt{2+a}=1 \rightarrow a=-1$$

$$k = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} \times \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt{x-1}+1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)x^2} = \frac{1}{2}$$

$$a-k = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

۱۶- تابع غیرصفر  $f(x) = a[x^2] + b[x^2+2]$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته است. مقدار  $\frac{f(a)}{b}$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۱

۲) ✓

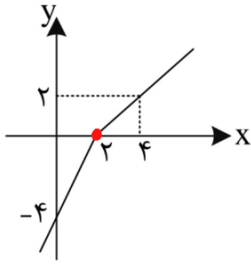
۱)  $\frac{1}{2}$

$$f(x) = (a+b)[x^2] + 2b$$

$$a+b=0 \rightarrow f(x) = 2b \rightarrow \frac{f(a)}{b} = \frac{2b}{b} = 2$$



۱۷- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. اختلاف حد چپ و حد راست تابع  $g(x) = \frac{f(x)}{|x-2|}$  در نقطه  $x=2$  چقدر است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳) ✓

۴ (۴)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-4 & x \leq 2 \\ x-2 & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{|x-2|} = 1$$

$$1 - (-2) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-4}{|x-2|} = -2$$

۱۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{2x-1}{a^{x-a}-1} = -\infty$  باشد،  $a$  چه عددی می تواند باشد؟

$\frac{2}{3}$  ✓

$\frac{1}{3}$  (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{+ عدد}{0^+} = +\infty$$

$$\frac{- عدد}{0^+} = -\infty$$

$$\frac{+ عدد}{0^-} = -\infty$$

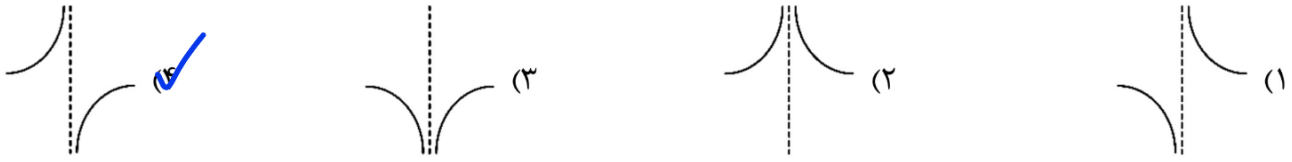
$$\frac{- عدد}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{2}{3})^+} \frac{2x-1}{(\frac{2}{3})^{x-\frac{2}{3}}-1} = \frac{\frac{1}{3}}{0^-} = -\infty$$

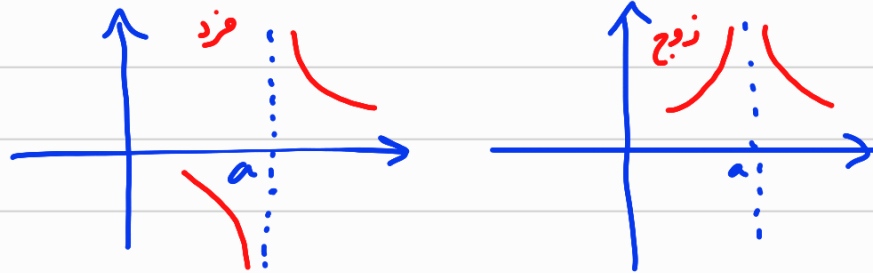
$$\frac{-1}{0^-} = +\infty$$

۱۹- اگر  $x=1$  مجانب قائم تابع  $f(x) = \frac{x-x^2}{x^2+ax+b}$  باشد، نمودار این تابع در همسایگی  $x=1$  چگونه است؟

مشابه تمرین کتاب درسی



$$\lim_{x \rightarrow a^+ \text{ یا } a^-} f(x) = \pm \infty$$



$$x^2 + ax + b = (x-1)^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$f(x) = \frac{x(1-x)}{(x-1)^2} = \frac{x}{1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

۲۰-  $x=a$  مجانب قائم تابع  $y=f(x)$  است. اگر  $f(x-1) = \frac{ax^2}{ax-2}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2+1}{x-3}$  چقدر است؟

(۴) -۲

(۳) ۲

(۱) -۱ ✓

(۱) ۱

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

$$x \rightarrow a$$

$$f(x) = \frac{a(x+1)^2}{ax+a-2} \xrightarrow{a \text{ ریشه مزدگانه کسر}} a^2 + a - 2 = 0 \rightarrow a^2 = 2 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2+1}{x-3} = \frac{a^2+1}{a-3} = \frac{2-a+1}{a-3} = \frac{3-a}{a-3} = -1$$