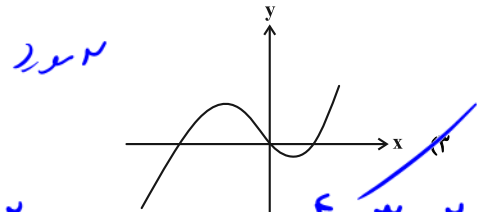
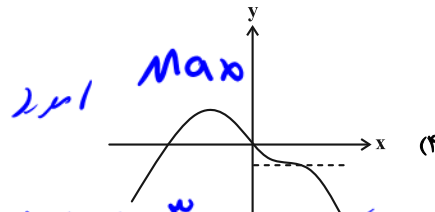
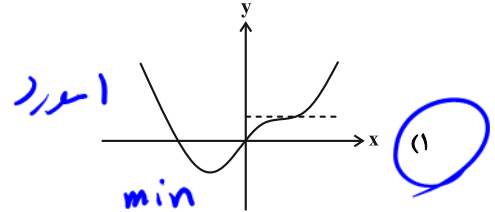
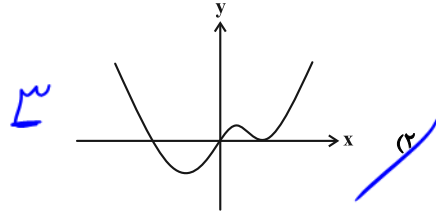
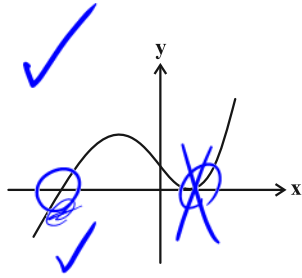




وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

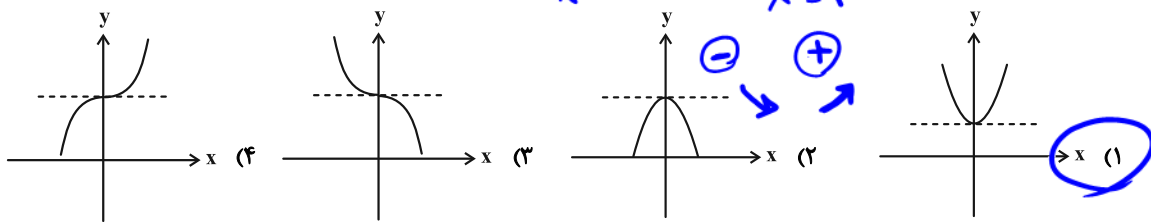
حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۳۰

۱- نمودار تابع f' در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع f ، کدام می‌تواند باشد؟



$$f'(x) = \frac{(2x)(x^m+1) - (2x^2)(x^m+1)}{(x^m+1)^2} = \frac{-x^m - 2x^{m+2} + 2x}{(x^m+1)^2}$$

۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+1}$ در همسایگی $x=0$ کدام است؟



۳- نقطه $(-1, 3)$ ماکزیمم نسبی نمودار تابع $y = 2x^2 + ax^2 + bx + 1$ است. مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟

$$m = -2 + a - b + 1 = \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{17}{27} \quad a = 2, b = -2$$

$$\frac{2}{3} (2 \cdot \frac{2}{27} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27}) = \frac{5}{9} (1 + 1)$$

۴- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{2x^2 - 4x + m}$ فاقد اکسترمم نسبی است. حدود m کدام است؟

$$y' = 6x^2 + 2a + b \quad (2)$$

$(4, +\infty)$ (3)

$(-\infty, 4)$ (2)

\mathbb{R} (1)

$$0 = 6 - 2a + b \quad 2a - b = 6$$

$$(2x-4)(2x^2-4x+m) - (2x^2-4x)(2x-4)$$

محل انجام محاسبات

$$y' = 6x^2 + 2a - 2$$

$$2(2x^2 + 2x - 1) = 2(x+1)(2x-1)$$

$$(2x^2 - 4x + m) - (2x^2 - 4x)$$

$$= \frac{(4x-4)(m)}{(2x^2 - 4x + m)^2}$$

$$m = 2$$



٥- بازه‌ای از دامنه تابع $y = \tan \pi x - kx$ را می‌توان یافت که تابع روی آن غیریکنوا است. کمترین مقدار k کدام است؟

$$y' = \pi(1 + \tan^2 \pi x) - k \quad (1) \quad \pi < k$$

$$\pi + \pi \tan^2 \pi x - k < 0 \quad (2) \quad \pi - k < 0$$

کمترین مقدار ندارد.

٦- تقعر نمودار تابع $y = \frac{(x+2)^2}{2} + \sqrt{-2x}$ در بازه $[a, b]$ رو به پایین است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

$$y' = x+2 - \frac{1}{\sqrt{-2x}} \quad (1) \quad (-\infty, 0]$$

$$y'' = 1 - \frac{1}{2(-2x)^{3/2}} \leq 0 \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2(-2x)^{3/2}} \leq 0 \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

٧- تقعر نمودار تابع $f(x) = ax^3 + (1-a^2)x^2 + 3x$ در بازه $(-\infty, \frac{1}{2})$ رو به پایین و در بازه $(\frac{1}{2}, +\infty)$ رو به بالاست. مقدار $f(a)$ کدام است؟

$$f' = 3ax^2 + 2x - 2a^2x + 3 \quad (1) \quad \frac{a^2-1}{3a}$$

$$f'' = 6ax + 2 - 2a^2 \quad (2) \quad \frac{a^2-1}{3a} = \frac{1}{2} \rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$6ax + 2(1-a^2) = 0 \quad (3) \quad \frac{22}{16}$$

٨- حدود a کدام باشد تا تابع $f(x) = (x-2)^{|x|} + ax$ در $x=3$ اکستریم نسبی داشته باشد؟ []، نماد جزء صحیح است.

$x > 3$: $(x-2)^n + ax$ $-3 \leq a \leq -2$ $n(x-2)^n + a$ $-3 \leq a \leq -1$ $n+a$

$x < 3$: $(x-2)^{-n} + ax$ $-6 \leq a \leq -4$ $-n(x-2)^{-n} + a$ $-4 \leq a \leq -2$ $2+a$

٩- تابع $f(x) = \begin{cases} ax & x < 1 \\ x-2 & x = 1 \\ x^2 + ax^2 + b & x \geq 1 \end{cases}$ روی \mathbb{R} اکیداً یکنواست. b کدام مقدار را نمی‌تواند بپذیرد؟

$$\frac{a(x-1) - ax}{(x-1)^2} = \frac{-2a}{(x-1)^2} > 0 \quad (1) \quad a < 0$$

$$n x^2 + 2ax \rightarrow 0 \quad (2) \quad -\sqrt{2}$$

$$1+a+b > -a \quad (3) \quad b > -2a-1$$

١٠- مقدار و نوع اکستریم نسبی تابع $y = \frac{x-\sqrt{x}}{x+1}$ کدام است؟

$$y' = \frac{(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}})(x+1) - (x-\sqrt{x})}{(x+1)^2} \quad (1) \quad \frac{1+\sqrt{2}}{2} \text{ (مینیم)}$$

$$y' = \frac{x+1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}x - \frac{1}{2\sqrt{x}}x - \sqrt{x}}{(x+1)^2} = \frac{\sqrt{x}(x+1)^2 - 2}{2\sqrt{x}(x+1)^2} \quad (2) \quad \frac{1-\sqrt{2}}{2} \text{ (مینیم)}$$

محل انجام محاسبات

$$\sqrt{x}(x+1)^2 = 2$$

$$5x + 1 = 5$$

$$x = \sqrt{5} - 1$$

$$\min \frac{\sqrt{5}-1-\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{5}-1+1}$$