

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات (تا پایان فعالیت صفحه ۷۸): صفحه‌های ۶۲ تا ۷۹

متعامد باشند، مجموع درایه‌های هاشور خورده در مربع لاتین

3	1	4	2
1		x	

1			
		1	

۳۱- اگر دو مربع لاتین



کدام است؟

$|A| = 4!$
 $|S| = 4^4$
 $|A| = 256 - 24$

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۲- به چند طریق می‌توان ۴ جایزه متمایز را بین ۴ نفر تقسیم کرد به قسمی که به حداقل یک نفر هیچ جایزه‌ای نرسد؟

۲۴۲ (۴)

۲۶۲ (۳)

۲۵۲ (۲)

۲۳۲ (۱)

۳۳- می‌خواهیم برای کار ۶ کارگر با ۶ ماشین ریسندگی در ۶ روز هفته به گونه‌ای برنامه‌ریزی کنیم که هر کارگر در هر روز با یک

ماشین ریسندگی و در طول هفته با هر دستگاه دقیقاً یکبار کار کرده باشد. به چند طریق می‌توان چنین برنامه‌ای نوشت؟

۶ (۲)

۴

۳

۲

۱ (۱)

۴ امکان‌پذیر نیست.

۶! (۳)

۳۴- تعداد مسیرهای به طول ۴ بین دو رأس a و b در گراف کامل K_n با تعداد راه‌های انجام کدام کار برابر است؟



۱) توزیع ۶ خودکار یکسان بین ۳ نفر به طوری که به هر نفر حداقل یکی برسد.

$6 \times 5 \times 4 = 120$

۲) توزیع ۶ خودکار مختلف بین ۳ نفر به طوری که به هر نفر حداقل یکی برسد.

$x_1 + x_2 + x_3 = 6 \rightarrow \binom{6-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$

۳) توزیع ۳ خودکار مختلف بین ۶ نفر به طوری که به هر نفر حداکثر یکی برسد.

$3^6 - (2^6 \times 3 - 3) = 324 - 189 = 135$

۳۵- چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ وجود دارد که حاصل ضرب اعضای آن بر ۶ بخش‌پذیر نباشد؟

۱۹۲ (۳)

۹۶ (۴)

۸۸ (۳)

۱۵۶ (۲)

۱۵۲ (۱)

A → اعای که مضرب ۲ نیستند

$|A| = 2^5$

B → ۳ نیستند

$|B| = 2^7$

محل انجام محاسبات

$6 \times 5 \times 4 = 120$

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 2^5 + 2^7 - 2^3 = 32 + 128 - 8 = 152$

مجموع B می‌رسیم. $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ \text{shaded} & 3 & 1 & 2 \\ \text{shaded} & \text{shaded} & 4 & 3 \end{bmatrix}$

A به مربع لاتین $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

روی مربع لاتین $\begin{cases} a+1 \rightarrow 2 \\ 2a \rightarrow 3 \\ a \rightarrow 4 \\ a-1 \rightarrow 1 \end{cases}$ با اعمال جایگشت

خانه‌های رنگی B کدام است؟

۸ (۲)

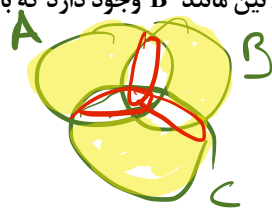
۶ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳) ✓

۳۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & \\ 1 & 3 & \\ & & 1 \end{bmatrix}$ دو مربع لاتین باشند، چند مربع لاتین مانند B وجود دارد که با مربع لاتین A متعامد باشد؟

$|A| = L \left[\frac{120}{11} \right] = 10$
 $|B| = L \left[\frac{120}{3} \right] = 40$
 $|C| = L \left[\frac{120}{2} \right] = 60$



۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳) ✓

۳۸- چه تعداد از اعضای مجموعه $\{1, 2, \dots, 120\}$ تنها بر یکی از اعداد ۲، ۳، ۱۱ بخش پذیرند؟

۶۲ (۴)

۵۸ (۳)

۵۷ (۲) ✓

۶۳ (۱)

۳۹- چند تابع پوشا و صعودی از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 7\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ وجود دارد؟

۱۲ (۴)

۲۷ (۳)

۱۵ (۲)

۲۵ (۱)

۴۰- مربع‌های لاتین A و B به صورت زیر مفروضند. با انجام کدام یک از اعمال زیر بر روی B، مربع جدیدی از B حاصل می‌شود

که با مربع A متعامد است؟

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

$B' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

$B'' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

(۱) اعمال جایگشت « $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 3$ » ✗

(۲) اعمال جایگشت « $2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3$ » ✗

(۳) ابتدا تعویض جای ستون‌های دوم و سوم با هم و سپس تعویض جای سطر اول و دوم ✗

(۴) انجام جایگشت « $1 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1$ » و سپس تعویض درایه‌های سطر اول و دوم با هم ✓

$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

محل انجام محاسبات

$= |A \cup B \cup C| - |A \cap C| - |A \cap B| - |B \cap C| + 2|A \cap B \cap C|$
 $(|A| + |B| + |C| - |A \cap C| - |A \cap B| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$
 $|A \cap B \cap C| + |A| + |B| + |C| - 2(|A \cap C| + |A \cap B| + |B \cap C|) + 3|A \cap B \cap C|$