



۳۰ دقیقه

حسابان (۱)

حد و پیوستگی (مفهوم حد و فرایندهای حدی، حدهای یک طرفه، قضایای حد و محاسبه حد توابع کسری) صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۴۴

هدف‌گذاری قبل از شروع هر درس در دفترچه سؤال

لطفاً قبل از شروع پاسخ‌گویی به سؤال‌های درس حسابان (۱)، هدف‌گذاری چند از ۱۰ خود را بنویسید: از هر ۱۰ سؤال به چند سؤال می‌توانید پاسخ صحیح بدهید؟ هدف‌گذاری شما برای آزمون امروز چیست؟

هدف‌گذاری چند از ۱۰ برای آزمون امروز

حسابان (۱)

۱- اگر بازه $(a-1, a+3)$ یک همسایگی عدد ۳ باشد، بیش‌ترین مقدار صحیح a کدام است؟

$$a-1 < 3 < a+3$$

$$a < 4 \quad \cap \quad 0 < a < 4$$

۲- در صورتی که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 3 & ; 1 < [x] \leq 3 \\ 4ax + 3b & ; [x] < 2 \\ 4bx + a & ; [x] > 3 \end{cases}$ در تمامی نقاط دارای حد باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟ []، نماد جزء

حد راست 2^+ : $4a + 2b - 3$

حد چپ 2^- : $4a + 3b$

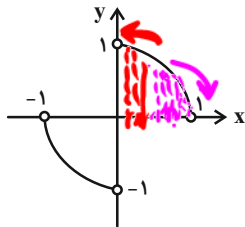
حد راست 3^+ : $12b + a$

حد چپ 3^- : $12a + 4b - 3$

$$\Rightarrow 4a + b = -3$$

$$\begin{aligned} \frac{13}{19} \quad (2) & \quad 15a - 12b = 3 \\ \frac{19}{13} \quad (4) & \quad b = -\frac{19}{11} \text{ و } a = \frac{11}{19} \end{aligned}$$

۳- نمودار تابع f به صورت زیر است. مقدار $f(\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x))$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} (f \circ f)(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^+ \quad f(0) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^+$$

(۲) وجود ندارد - یک

(۳) وجود ندارد - صفر

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + a & ; x > 1 \\ 2a - 4x & ; x < 1 \end{cases}$ مفروض است. به ازای کدام مقدار a رابطه $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(-x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(-x) = 5$ برقرار است؟

$$2 + a - 2a + 4 = 5 \Rightarrow 1 = a$$

۵- اگر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 2ax + 2a}$ در \mathbb{R} دارای حد باشد؛ برای a چند مقدار عدد صحیح وجود دارد؟

$$\Delta < 0$$

$$\Delta = 0$$

$$\Delta \leq 0$$

$$\begin{aligned} 2 \quad (2) & \quad 4a^2 - 4a \leq 0 \\ 4 \quad (4) & \quad 4a(a-1) \leq 0 \end{aligned}$$

محل انجام حسابات

~~$\Delta < 0$~~

$$[0, 1]$$

$$\frac{0 \quad 1}{+|-|+}$$



۶- اگر $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = 3$ و $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = 1$ باشد، آن گاه مقدار $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x))$ کدام است؟

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 1$ (۲) ۳ (۱)
 صفر (۴) ۱ (۳)

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\sin x - 1] = -1$ (۱) ۱ (۲)
 وجود ندارد. (۴) صفر (۳)

$\sqrt{b} - \epsilon = 0$
 $b = 16$
 $\frac{x}{\sqrt{ax+16} - 4} \times \frac{\sqrt{ax+16} + 4}{\sqrt{ax+16} + 4} = \frac{x(\sqrt{ax+16} + 4)}{ax - 16}$ (۲) (۴)

۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{ax+b}-4} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

$\frac{x}{\sqrt{ax+b}-4} = \frac{1}{4}$ (۳)

۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2+x}}{\sqrt[3]{x^2}-9\sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt[3]{x(x+1)}}{\sqrt[3]{x}(\sqrt[3]{x}-9)} = \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x}-9}$ (۳)

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin^2 x)^n - 1^n}{1 - \sin^2 x} = \frac{(\sin^2 x - 1)(\sin^{2n} x + \sin^{2(n-1)} x + \dots + \sin^2 x + 1)}{1 - \sin^2 x}$ (۳)

محل انجام محاسبات

$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$