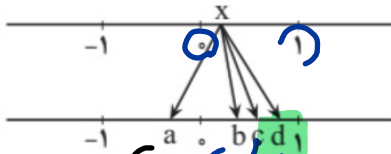


ریاضی

۱۱۱- در شکل زیر عدد x به ریشه‌های دوم، سوم و پنجم خود وصل شده است. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



$a + b = 0$ (۱)

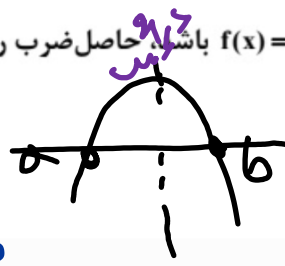
$b = \sqrt{x}$ (۲)

$c = \sqrt[3]{x}$ (۳)

$\sqrt[3]{d} > \sqrt[4]{d}$ (۴)

Handwritten blue annotations: \sqrt{x} , $\sqrt[3]{x}$, $\sqrt[4]{x}$, and $\sqrt[5]{x}$ with arrows pointing to the corresponding points on the number line.

۱۱۲- اگر $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ باشد حاصل ضرب ریشه‌های معادله $f(x^2 - 2x) = f(2x - 4)$ چقدر است؟ \star



16	(1)
-16	(2)
8	(3)
-8	(4)

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

① $a=b$ $x^2 - 2ax = 2ax - 4$ $\Rightarrow x^2 - 4ax + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$
 $\Rightarrow x=2$

② $\frac{a+b}{2} = 2$

$x^2 - 2ax + 4 = 4$

$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$

۱۱۳- مجموعه جواب کدام یک از نامعادلات زیر با جواب نامعادله مقابل برابر است؟

$$\frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}} > 0$$

$$x \geq 0$$

$$1 < x < 5$$

$$1 < x < 5$$

$$x^2 - \sqrt{x} > 0$$

همیشه برقراره

~~$|x-2| > 1$ (۱)~~

~~$|x-2| > 2$ (۲)~~

$|x-2| < 1$ (۳)

$|x-2| < 2$ (۴)

استفاده از گزینه ۱

۲

جوابش

$$-2 < x < 2$$

$$|x-2| < 2$$

114 - مجموع ریشه‌های معادله $\sqrt{\frac{x+3}{y+6x}} + \sqrt{\frac{y+6x}{x+3}} = \frac{5}{2}$ کدام است؟

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}$$

-1/25 (1)

1/25 (2)

-1/75 (3)

1/75 (4)

$x = -\frac{5}{2}$

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2}$$

$$t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$t = 2 \rightarrow$ اولی
 $\frac{x+3}{y+6x} = 4$

$t = \frac{1}{2} \rightarrow$ دومی
 $\frac{x+3}{y+6x} = \frac{1}{4}$

$x + \frac{1}{x} = x + \frac{1}{x}$
 $x = -\frac{1}{2}$

۱۱۵- اگر $A = \frac{1}{\log_2 5}$ و $B = \log_2 \sqrt{150}$ باشد، مقدار $\frac{2}{B} - \frac{1}{A}$ کدام است؟ ($\log_2 = \cdot / 2$)

* نکته
 $\log_b^a = A$

$\log_a^b = \frac{1}{A}$

$\frac{1}{A} = \log_2 \sqrt{150}$

$\frac{2}{B} = 2 \left(\frac{1}{B} \right) = \log_2 150$

~~$\log_2 \sqrt{150} = \frac{1}{2} \log_2 150$~~

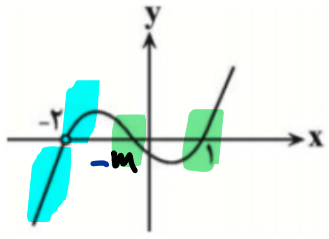
$\log_2 150 - \log_2 10 = \log_2 \frac{150}{10} = \log_2 15$

$\log_2 \frac{150}{10} = \log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5 = 1 + 2 = 3$

$\frac{\log_2 15}{\log_2 10} = \frac{3}{2}$

$\log_2 15 - \log_2 10 = 3 - 2 = 1$

۱۱۶- اگر نمودار $f(x) = \frac{x^2 + ax^2 + bx^2 + cx - 2}{x+d}$ به صورت مقابل باشد حاصل $a+b+c+d$ چقدر است؟



$(x^2 + \epsilon x + \epsilon)$
 $(x+1)$
 $(x+2)$ $(x+m)$ $(x-1)$

 $x+2$

- ۵۷ ✓
- ۱ (۳)
- ۵ (۳)
- ۱ (۴)

$-\epsilon m = -\epsilon$
 $\rightarrow m=1$

$(x^2 - 1)(x^2 + \epsilon x + \epsilon)$
 $x^4 + \epsilon x^3 + \epsilon x^2 - x^2 - \epsilon x - \epsilon$
 $a \quad b \quad c$

$\frac{(x+1)^2}{x+2} = x+1 + \frac{-1}{x+2}$
 $\lim_{x \rightarrow -2} = -\infty$

117 تابع $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 8}{x^2 + 6x + 8}$ مفروض است. اگر $(f+g)(x) = \frac{2}{x+2}$ و $h(x) = \frac{x+1}{x-2}$ مجموع اعدادی که در بزرگ‌ترین دامنه تابع h قرار ندارند کدام است؟

$$f+g - f = g$$

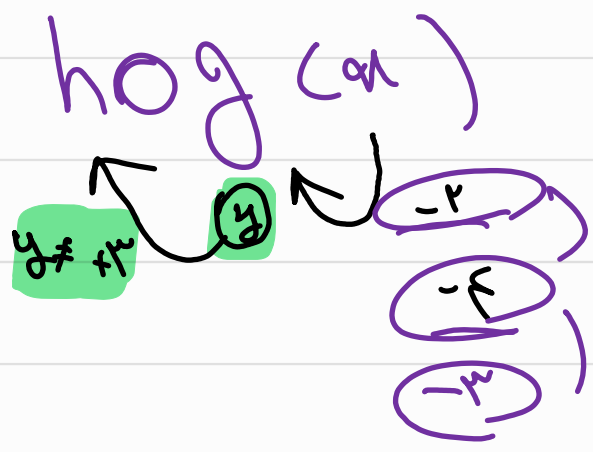
$$\frac{2}{x+2} - \frac{x^2 + 4x + 8}{x^2 + 6x + 8} = \frac{x^2 + 4x + 8}{(x+2)(x+4)}$$

$$\frac{-x(x+2)}{(x+2)(x+4)} = \frac{-x}{x+4}$$

$$= \frac{-x}{x+4} \quad g(x)$$

$$\begin{matrix} x \neq -2 \\ x \neq -4 \end{matrix}$$

$$x+4 = 2x+1$$



$$\frac{-x}{x+4} = 2$$

$$-x = 2x + 8$$

$$-12 = 3x \rightarrow x = -4$$

- hog
- 8 (1)
 - 10 (2)
 - 7 (3)
 - 9 (4)

۱۱۸ - نمودار تابع $f(x) = 2x + 3$ ۳ واحد در جهت x های مثبت انتقال داده و سپس آن را در راستای محور عرض ها ۴ برابر منقبض می کنیم. نمودار حاصل را چند واحد در راستای محور طول ها به سمت چپ انتقال دهیم تا نمودار بدست آمده و $f(x)$ همدیگر را در نقطه ای بر منقطع کنند؟

- $\frac{11}{2}$ (۱) ✓
- $\frac{11}{2}$ (۲)
- $\frac{9}{2}$ (۳)
- $\frac{11}{2}$ (۴)

$$\frac{2(x+3)}{x-3} \rightarrow (2x-3) \times \frac{1}{x} \rightarrow \frac{2x-3}{x} = 2a+3$$

$$\frac{2(x+a)-3}{x} = 0$$

$2 \cdot 4 = 8$
 $8 - 3 = 5$
 $x = 1$

$$\frac{2x + 2a - 3}{x} = 0 \rightarrow 2a - 1 = 2 \cdot 0$$

$$a = \frac{1}{2}$$

اگر $-119 < \sin x + \cos x < -\frac{7}{13}$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام است؟

$2, 1, 2, 13$

$\frac{7}{13}$
 $-\frac{7}{13}$
 $-\frac{2}{13}$
 $-\frac{2}{13}$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$\cos < 0 \rightarrow \frac{-12}{13}$$

$$\sin > 0 \rightarrow \frac{5}{13}$$



بیبی

$$1 + \sin \alpha \cos \alpha = \frac{49}{149} - \frac{40}{149}$$

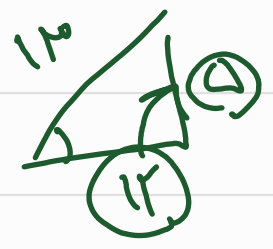
$$\cos \alpha = \frac{-40}{149 \sin \alpha}$$

$$\sin \alpha + \frac{-40}{149 \sin \alpha} + \frac{1}{13} = 0$$

$$149 \sin^2 \alpha + 91 \sin \alpha - 40 = 0$$

$$(13 \sin \alpha + 12)(13 \sin \alpha - 2)$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{13}$$



۱۲۰- حاصل $\sqrt{\tan 15^\circ} + \sqrt{\cot 15^\circ}$ کدام است؟

- $\sqrt{5}$ (۱)
- $\sqrt{6}$ (۲) ✓
- $\sqrt{7}$ (۳)
- $2\sqrt{2}$ (۴)

$$\tan 15^\circ + \cot 15^\circ = 2$$

~~$\sin 15^\circ$~~

۶ = ۲

$? = +\sqrt{6}$

۱۲۱- از مجموعه جواب‌های معادله $\cos(x + \frac{\pi}{4}) - \cos(x - \frac{\pi}{4}) = 0$ فقط سه عضو آن در بازه $[\frac{m\pi}{24}, \frac{(m+1)\pi}{24}]$ قرار دارد. محدوده قابل قبول برای

m کدام است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{24}, \frac{7\pi}{24})$ ✓
- (۲) $(\frac{7\pi}{24}, \frac{9\pi}{24})$
- (۳) $(\frac{25\pi}{24}, \frac{49\pi}{24})$
- (۴) $(\frac{25\pi}{24}, \frac{73\pi}{24})$

$$\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos(x - \frac{\pi}{4})$$

~~$$x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + x - \frac{\pi}{4}$$~~

$$x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - x + \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \Rightarrow x = k\pi$$

~~$\frac{\pi}{24}$~~ , ~~$\frac{7\pi}{24}$~~ , $\frac{49\pi}{24}$, ~~$\frac{73\pi}{24}$~~

✓

موجود باشد، $2a+b$ کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - ax^2 + b}{x^2 - 1}$ اگر $\frac{0}{0}$

$f(1)$
 $f'(1)$ ✓
 Δ ✓
 Δ/Δ (4)

$1 - a + b = 0 \rightarrow a - b = 1$

$x^2 - ax^2 + b = (x-1)(x-m)$

$\hookrightarrow x^2 - ax^2 + b = x^2 - 2ax$

$\rightarrow (x-1)(x-m)$

$\hookrightarrow m - 2a = 0$

$a = \frac{2}{5}$, $b = \frac{1}{5}$

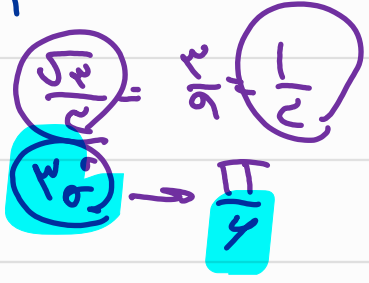
$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} = \Delta$

۱۲۳- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1}, & x \neq a \\ \tan^2 b, & x = a \end{cases}$ روی \mathbb{R} پیوسته است. مقدار b کدام می تواند باشد؟

$\lim_{x \rightarrow 1^+} = \lim_{x \rightarrow 1^-} = \lim_{\alpha \rightarrow 1}$

$\frac{\sqrt{x-1}}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

$\tan^2 b = \frac{1}{3}$



باشد، مقدار m کدام است؟ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 + mx)^2 - (x^2 + x)^2}{2x^2 - x^2 + 1} = 2$

~~$x^2 + m^2 x^2$~~ $+ 2mx^2$ ~~$- x^2 - x^2$~~ $- 2x^2$ $- x^2 + 1$

- 1 (1)
- 2 (2)
- 2 (3) ✓
- 4 (4)

~~$x^2 (2m - 2)$~~ $= 2 \Rightarrow 2m - 2 = 4$
 ~~$2x^2$~~ $2m = 6$
 $m = 3$

۱۲۵- اگر تابع یک به یک روی \mathbb{R} پیوسته باشد و داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 2}{\Delta x - x^2} = 4$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^{-1}(x) - 5}{x^2 - 4}$ کدام است؟

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^{-1}(x) - 5}{x^2 - 4}$



$f(5) = 2$

$f^{-1}(2) = 5$

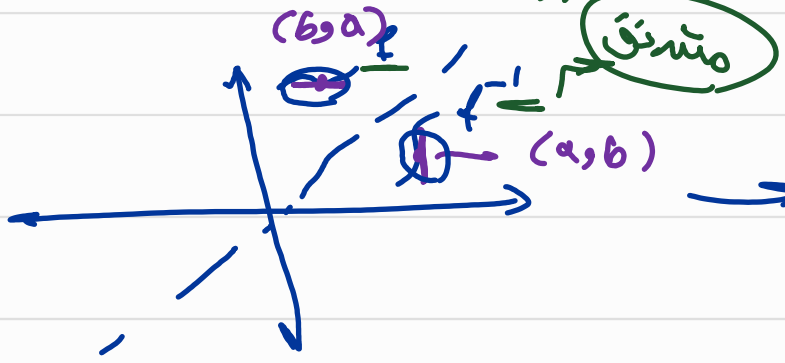
$\frac{f'(5)}{2 - 4} = 4$

$f'(5) = -20$

- ۲۰ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۱/۲۰ (۳)
- ۱/۸۰ (۴)

① $f(x) = -20x + 102$

②



$\frac{(f^{-1})'(a)}{2a} \Rightarrow \frac{-1/20}{2} = -1/40$

$f(2) = -2$ $x=0$

۱۲۶- اگر $f(x) = ax^2 + bx + 3$ و تابع $g(x) = \begin{cases} f(x+2) - 2 & x \geq 1 \\ f(x) + 2x & x < 1 \end{cases}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $f(x)$

$f(x) = \frac{a}{x} x^2 - \frac{11}{4}x + 3$

$f'(x) = \frac{d}{dx} x^2 - \frac{11}{4} \rightarrow \left(-\frac{11}{4}\right)$

$y = -\frac{1}{4}x - 2 \rightarrow x=0 \rightarrow y = -2$

$a(x+2) + b(x+2) + 3$
 $2a(x+2) + b$

$(2a+2)x + b$
 $2a+2$

در $x=2$ کدام است؟
 ۱ (۱)
 -۲ (۲)
 -۱ (۳)
 ۲ (۴)

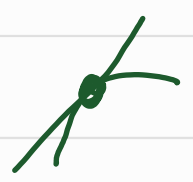
$14a + 5b = 1$

$14a + 5b + 1 = 2a + b + 3$

~~$14a + b = 2$~~

$12a + b = 2$

$a = 0$
 $a = \frac{2}{12}$, $b = -\frac{11}{4}$



۱۲۷- اگر $f(x) = 2^x$ و $g(x) = \log_2(x^2 + 1)$ ، حاصل $(f \circ g)'(\frac{1}{e})$ چند است؟

$$(f \circ g)'(\frac{1}{e})$$

$$f(g(x)) = 2^{\log_2(x^2 + 1)} = (x^2 + 1)^{\log_2 2} = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\begin{matrix} 1 & (1) \\ \sqrt{2} & (2) \\ 2 & (4) \\ \sqrt{2} & (2) \\ 2 & (4) \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} \times 2x \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + 1}} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

مینیمم نسبی است.

ماکزیمم نسبی و

نقطه بحرانی

دارای $f(x) = \frac{x^2(x-6)}{x-1}$

تابع با ضابطه

۱، ۱، ۲ (۱)

صفر، ۱، ۲ (۲)

صفر، ۱ (۳)

۱، ۱، ۲ (۴)

و $x=2$ صفر

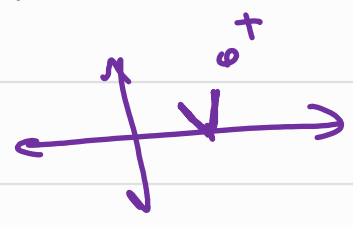
$$x^2 - \ln x + 4x^2$$

$$\left(\frac{x^2 - 4x^2}{x-1} \right)' = \frac{(x^2 - 4x^2)(x-1) - (1)(x^2 - 4x^2)}{(x-1)^2} = 0$$

$$x^2 - 4x^2 - \ln x + 4x^2 = 0$$

~~$x^2(x^2 - 4x^2 + 4) = 0$~~
 ~~$4x^2 - 4x^2 + 4 = 0$~~

X

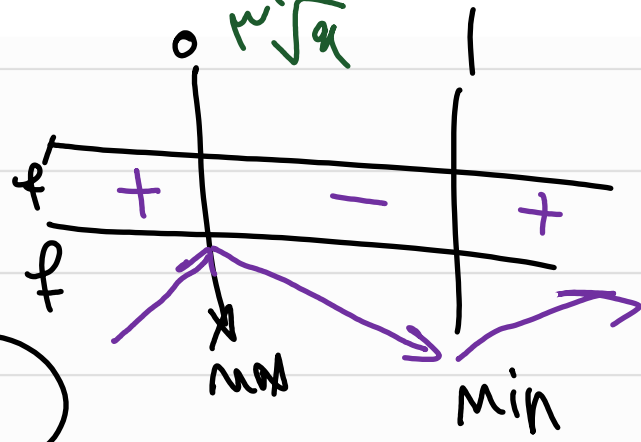


۱۲۹- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt[3]{x^5} - k\sqrt[3]{x^2}$ در آن نزولی است، بازه $(0, a)$ می‌باشد. مقدار مینیمم نسبی تابع کدام است؟

$$f'(x) = \frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2} - \frac{2k}{3} \sqrt[3]{x}$$

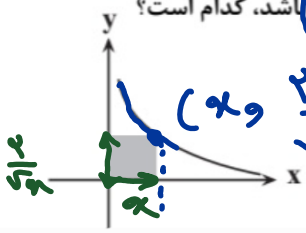
- (۱) ۱
- (۲) $-1/5$ ✓
- (۳) $-2/3$
- (۴) $-2/5$

$$= \frac{5a - 2k}{3 \sqrt[3]{a}}$$



$$\frac{5a - 2k}{3 \sqrt[3]{a}} = 0 \implies 5a - 2k = 0 \implies a = \frac{2k}{5}$$

۱۲- کمترین محیط مستطیلی که دو ضلع آن روی محورهای مختصات و یک رأس آن روی منحنی $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$ باشد، کدام است؟



$$P = 2x + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

$$P' = 2 - \frac{1}{x^{3/2}}$$

$$2 + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$x = 1$$

- $f(1)$
- Δx
- $f(1 + \Delta x)$
- $f(1 - \Delta x)$

$\frac{2a-2}{r} + 1 = 20$ کدام است؟
 حاصل $a_{n+1} = \frac{r + ra_n}{r}$ داریم: a_n دنباله a_n برای a_n داریم: a_n

- ۱۲/۲۵ (۱)
- ۱۲/۷۵ (۲)
- ۱۸/۲۵ (۳)
- ۱۸/۷۵ (۴) ✓

$a_{n+1} = r + ra_n$

$r \cdot d$

$r \cdot \epsilon d + d$
 $r \cdot \frac{r}{r} + \frac{r}{r}$
 $r + r$

$(a_{n+1} - a_n) = \frac{r}{r} = d$

چهارم = ۰

۱۳۲- برای ۵ داده آماری، اختلاف داده‌ها از میانگین برابر ۱-، ۴، ۵، ۶- و ۹: $\bar{x} - x_i$ است. واریانس داده‌ها کدام است؟

۱۸/۷۵ (۴)

$\sqrt{16/4}$ (۱)

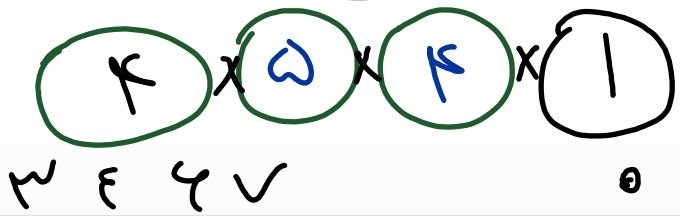
$\sqrt{8/1}$ (۲)

$16/4$ (۳)

$8/1$ (۴)

$$\frac{4 + 24 + 20 + 4 + 1}{5} = 14,4$$

۱۳۳- با اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۷ چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰ و بخش پذیر بر ۵ می توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)



- ۲۴ (۱)
- ۶۴ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۱۰۰ (۴)

۱۳۴- در پرتاب دو تاس سالم، احتمال این که حاصل ضرب دو عدد ظاهر شده کوچکتر از ۱۷ باشد، کدام است؟

- $\frac{7}{18}$ (۱)
- $\frac{1}{2}$ (۲)
- $\frac{11}{18}$ (۳)
- $\frac{13}{18}$ (۴)



$$\frac{24 - 10}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

مستقیم

نزول آرز ۱۷

۳ و ۶ ✓	۳ و ۵ ✓	۵ و ۵ ✓	۶ و ۶ ✓
۶ و ۳ ✓	۴ و ۴ ✓	۵ و ۴ ✓	۴ و ۴ ✓
	۵ و ۳ ✓	۶ و ۳ ✓	
	۶ و ۲ ✓	۷ و ۲ ✓	

$$\frac{P(B|A)}{P(A)}$$

۱۳۵- برای دو پدیده مستقل A و B داریم: $P(A|B) = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{5}$ حاصل $\frac{P(B|A)}{P(A \cup B)}$ کدام است؟

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

- $\frac{1}{11}$ (۱)
- $\frac{2}{11}$ (۲) ✓
- $\frac{3}{11}$ (۳)
- $\frac{4}{13}$ (۴)
- $\frac{1}{13}$ (۵)

$$\frac{P(B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{1}{\frac{2}{5} + \frac{1}{5} - \frac{2}{10}} = \frac{1}{\frac{2}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{2}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

۱۳۶- با حروف کلمه HORSESHOE تمام کلمات چهار حرفی ممکن را می‌سازیم. احتمال این که در این کلمه دو جفت حرف تکراری مختلف وجود داشته باشد، چند برابر احتمال آن است که این کلمه حرف تکراری نداشته باشد؟

- H H -
- S S -
- O O -
- E E -
- K

$$\frac{2 \times 2}{4!} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$\binom{4}{2} \times \frac{4!}{2!2!}$$

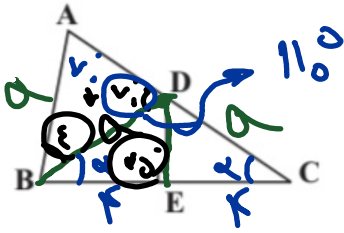
$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2! \times 2!} = \frac{24}{4} = 6$$

- ۲ (۱)
- ۵
- ۳
- ۱۰
- ۵
- ۶
- ۲
- ۷

$$\frac{nCS}{\binom{4}{2} \times 4!} = \frac{4 \times 3}{2 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{3}{10}$$

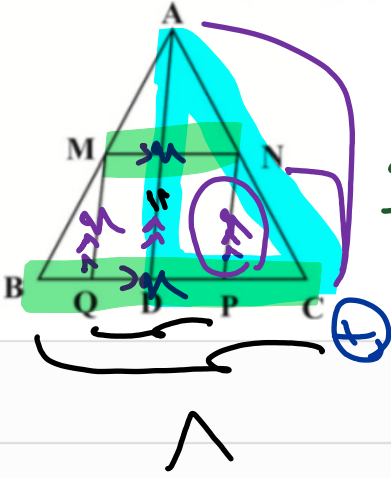
۱۳۷- در شکل مقابل اگر $AB=CD=a$ و $BE=EC=40^\circ$ و $\angle A=70^\circ$ باشند، در این صورت زاویه B چند درجه است؟



- در شکل مقابل اگر $AB=CD=a$ و $BE=EC=40^\circ$ و $\angle A=70^\circ$ باشند، در این صورت زاویه B چند درجه است؟
- ۷۵° (۱)
 - ۷۳° (۲)
 - ۸۰° (۳)
 - ۶۵° (۴)

$20 + 110 = 130$
 $130 - 40 = 90$

۱۳۸- در مثلث شکل زیر اگر $AD=12$ و $BC=8$ و چهارضلعی $MNPQ$ لوزی است، طول ضلع لوزی کدام است؟ ($AD \parallel NP$)



$$\frac{9}{12} = \frac{AN}{AC}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{9}{12} + \frac{9}{12} = \frac{AC}{AC} \quad (1)$$

$$2 \times \frac{9}{12} = \frac{AC}{AC}$$

$$\frac{18}{12} = \frac{AC}{AC}$$

$$9 = \frac{AC}{1} = AC$$

$\Delta (1)$
 $\frac{9}{12} (2)$
 $\frac{9}{12}$
 $\frac{3}{4} (4)$

۱۳۹- شعاع کوچکترین دایره‌ای که بر هر دو دایره $x^2+y^2-6x-7=0$ و $x^2+y^2-4x+3=0$ مماس می‌شود، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(2, 0)$$

$$R = 1$$

$$(3, 0)$$

$$R = 2$$

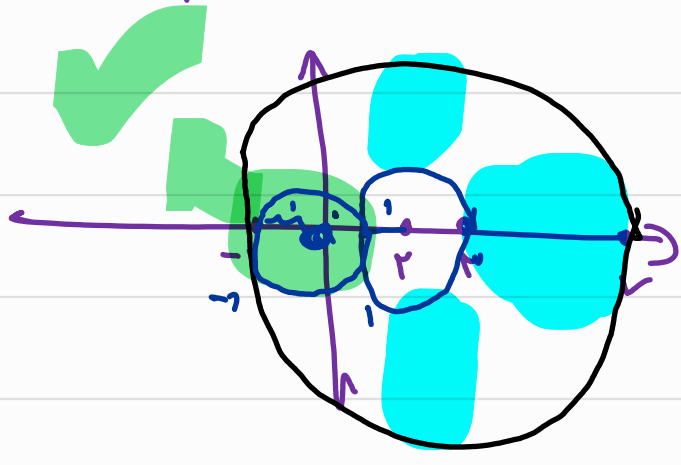
- ۱ (✓)
 ۱/۲ (۲)
 ۳/۲ (۳)
 ۲ (۴)

$$x^2 = 4x^2 + y^2 - C$$

$$R_1 = 9 + 0 + \sqrt{\quad} \rightarrow R = \sqrt{14} = 5$$

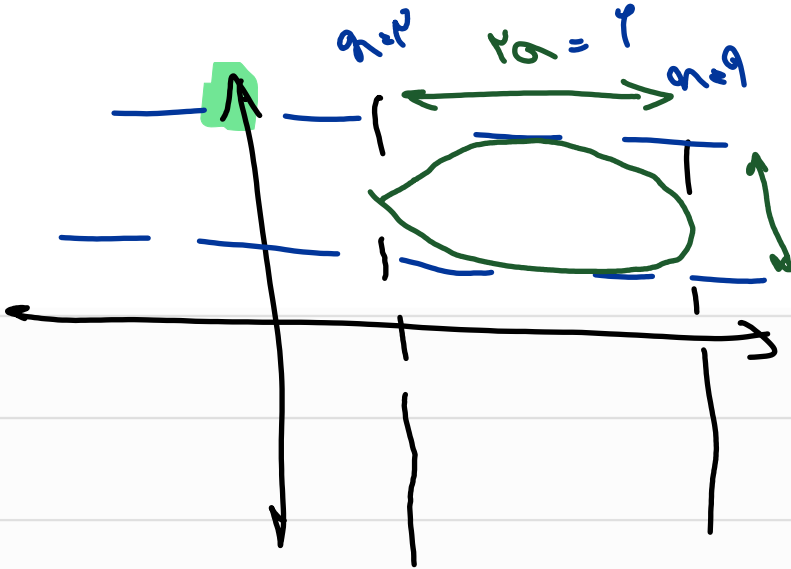
$$R_2 = 4 + 0 - 3 = 1$$

$$R = 1$$



۱۴۰- یک بیضی که محور کانونی آن موازی یکی از محورهای مختصات است، بر خطوط $x=3$ و $x=9$ و $y=1$ و $y=3$ مماس

می باشد. خروج از مرکز این بیضی چقدر است؟



$$y = 3$$

$$y = 1$$

$$y = 1$$

$$\frac{\sqrt{17}}{3} = \frac{c}{a} = \frac{c}{3}$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$$c = \sqrt{17}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$9 = 1 + c^2 \rightarrow c^2 = 8 \rightarrow c = \sqrt{8}$$

۲ (۴)

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)