

$(a+b)(a-b)$

۱- اگر $f(x) = (\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)$ باشد مقدار $f(\frac{\sqrt{\pi}}{12})$ کدام است؟

$f(x) = \sin 2x$

$f(\frac{\sqrt{\pi}}{12}) = \sin(\frac{\sqrt{\pi}}{6})$

180 + 30

$\frac{\sqrt{\pi}}{12}$

$\tan^2 x$

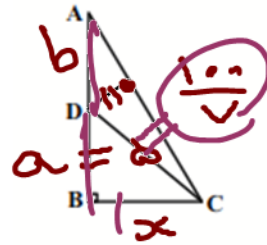
$\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \tan^2 x$

$\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos 2x$

۲- ساده شده عبارت $\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$ همواره کدام است؟

$\tan 2x$

۳- در مثل قائم الزاویه مقابل، اگر $AC = \frac{100}{\sqrt{x}}$ ، $DC = 5$ باشد و DC نیمساز زاویه C باشد اندازه ضلع BC کدام است؟



① $a^2 + x^2 = 100^2$

② $(a+b)^2 + x^2 = \frac{100^2}{x}$

- ⊗ (1)
- ⊗ (2)
- ⊗ (3)
- ⊗ (4)

③ $\frac{100}{\sqrt{x}} = \frac{b}{a}$

$\Rightarrow 100 + \frac{100(100 - x^2)}{x^2} + \frac{100x}{\sqrt{x}} - 5 = \frac{10000}{x}$

④ $100 = \frac{100x}{\sqrt{x}} - ab$

روش دوم ✓

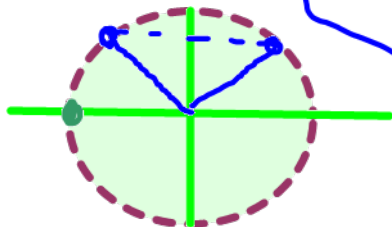
۴- ساده شده عبارت تعریف شده $\frac{\cos 2\alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin 2\alpha \cos \alpha}$ کدام است؟

$\alpha = \frac{\pi}{6} \rightarrow -1 + \frac{1}{2}$

روش اول ✓

$\tan \alpha \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$
 $\cot \alpha \rightarrow \sqrt{3}$

$\tan 2\alpha \rightarrow 0$
 $\cos 2\alpha \rightarrow -1$

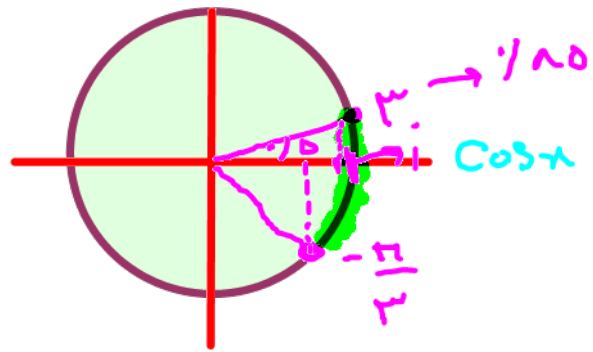


$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$y = \cos 2 \text{ (3)}$$

$$y = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right)$$



۵- اگر $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{12}$ باشد، حدود عبارت $y = \frac{1 - \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)}{1 + \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} - x \right)}$ بازه $[a, b]$ است. مقدر $a + b$ کدام است؟

Handwritten solution for the problem above:

$\frac{\pi}{2}$ (3)
 $\frac{1}{2}$ (1)
 صفر (3)

$\frac{\pi}{4}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{5\pi}{12}$
 $\frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{4}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{5\pi}{12}$
 $\frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{4}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{5\pi}{12}$
 $\frac{\pi}{6}$

$$r = \frac{\tan a - r}{1 + r \tan a}$$

$\tan a = -1$

۶- اگر $\tan b = r$ و $\tan(a-b) = r$ باشد مقدار $\tan a$ کدام است؟ ($0 < a < \pi$)

$$-1 (r) = \frac{r \tan a - \tan a}{1 - r \tan a} \quad (1)$$

$$r + r^2 = r - r^2 \rightarrow \partial \tan a = -\partial \frac{-r+1}{1-r} = \frac{-r}{-r}$$

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ)$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \sin \frac{r\theta}{r}$$

$\sin \frac{r\theta}{r} = \sin x$
 $\sin r\theta = \sin rx$

$$\cos r\theta = 1 - r \sin \frac{r\theta}{r}$$

$$\sqrt{\frac{r-\sqrt{r}}{r} + 1} = \sin \frac{r\theta}{r} \Rightarrow \frac{\sqrt{r} - \sqrt{r-\sqrt{r}}}{r}$$

۷- مقدار $\sin(50^\circ/5^\circ)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{r}-\sqrt{r}}{r} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{r}+\sqrt{r}}{r} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{r}-\sqrt{r-\sqrt{r}}}{r} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{r}-\sqrt{r+\sqrt{r}}}{r} \quad \checkmark$$

$$\cos(10^\circ) + \sin(-10^\circ) =$$

$$= \sin 0 - \sin 10$$

$$= -\sin 10 = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

۸- اگر $\alpha = 45^\circ$ و $\beta = 60^\circ$ ، حاصل $\cos(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ کدام است؟

$$-\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$-2\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2-\sqrt{2}} \quad (3)$$

(0, 1)

۹- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x^2 < x \\ x^2 - x & ; x^2 \geq x \end{cases}$ مفروض است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ کدام است؟



$$-2 \quad (4)$$

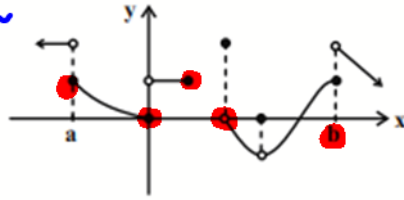
(0, 1) و $-\infty$

$$-1 \quad (3)$$

ف در $x=a$ را محدود است آثر:

۱۰- با توجه به شکل روبه‌رو، تابع f در چند نقطه از نمودار خود دارای حد نیست؟

$\lim_{x \rightarrow a^+} f = \lim_{x \rightarrow a^-} f =$ *محدود است* $-\infty / +\infty$

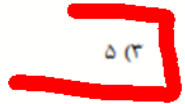


۳ (۱)

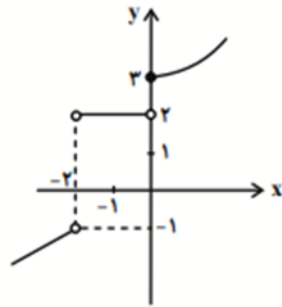
۴ (۲)

۵ (۳)

۴ بی‌شمار



۱۱- شکل مقابل نمودار تابع f را نمایش می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(-2-x)$ کدام است؟



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(-2-x)$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

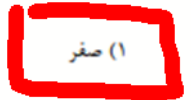
$f(-2^+)$

۱) صفر

۱ (۲)

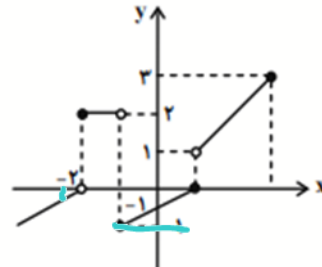
-۱ (۳)

۴ (۴)



$[f(c^-)]$

۱۲- نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(-\frac{x}{2}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

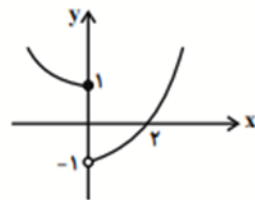


$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(-\frac{x}{2}) + \lim_{x \rightarrow (-1)^-} [f(2x)]$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

$f(f(x^-))$ ①

۱۳- نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ f)(x)$ کدام است؟



②

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

- ۱ (۱) ✓
- ۱ (۲)
- صفر (۳)
- ۲ (۴)

روش ۵:

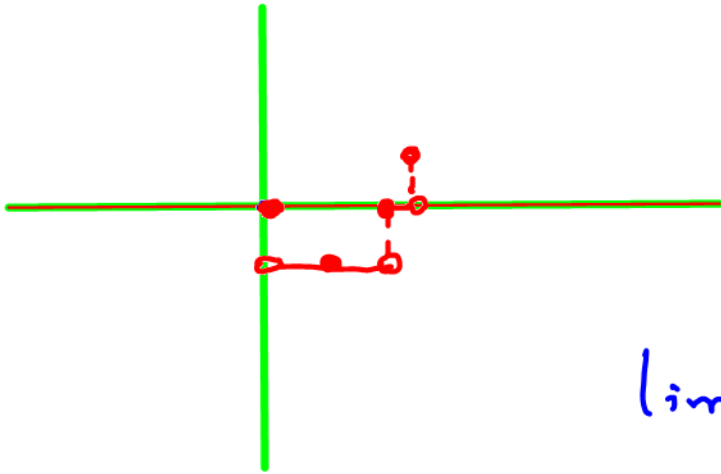
۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} [x - \sqrt{x}]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

(۲) صفر

(۴) وجود ندارد.

(۱) ۱ ✓
(۳) -۱ ✓

روش ۵:



$$\lim \left[\boxed{1^-} - \sqrt{\boxed{1^-}} \right]$$

$$a - 0 = 0^-$$

$$\lim f \left(\underbrace{-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty}}_{0^+} \right)$$

روش ۵:

۱۵- در تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & ; x > 0 \\ -\sqrt{1+x} & ; x \leq 0 \end{cases}$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - x)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۴) موجود نیست.

(۱) -۱ ✓
(۳) صفر

$$x^3 - x \rightarrow x^2 - 1 > .$$

$$\lim f(0^-)$$

روش ۵:

۱۶- اگر تابع f در نقطه $x=1$ حد داشته و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{f(x)+1} = 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

۲ (۴) ✓

۳ (۱)
۲ (۳)

$$\frac{f(1)-1}{f(1)+1} = 5$$

$$f(1) = -2$$

$$2 = -a \rightarrow a = -2$$

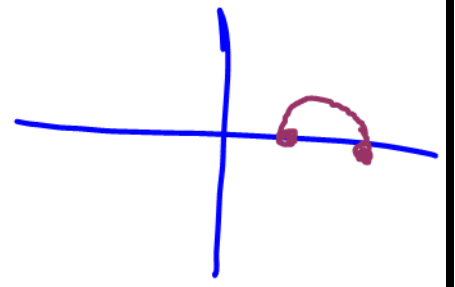
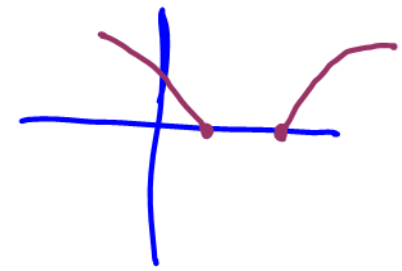
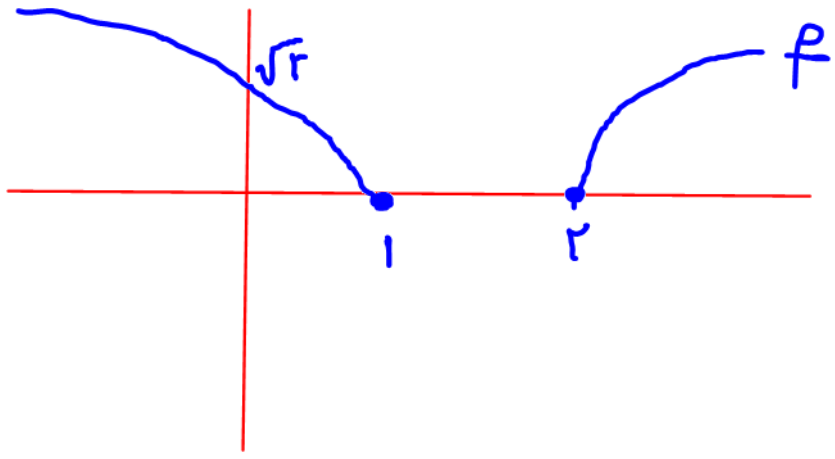
$$2 = b \quad -2 - 2 = -4$$

۱۷- اگر تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + ax + b}$ تنها در بازه $\mathbb{R} - [1, 2]$ دارای حد باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

۵ (۲)
-۱ (۴)

۱ (۱)
-۵ (۳) ✓

$$x^2 + ax + b \geq 0$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} = \lim_{x \rightarrow 0^-}$$

۱۸- چه تعداد از توابع زیر در $x=0$ دارای حد هستند؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x^2} \quad (1)$$

$$h(x) = \sqrt{x^2 - x} \quad (2)$$

(۱) صفر

$$g(x) = \sqrt{x^2 - x^2} \quad (3)$$

$$t(x) = \sqrt{x^2 - 1} \quad (4)$$

$$\sqrt{-0} = \sqrt{0^+ - 1}$$

$$\sqrt{|...| - |...|} = \sqrt{-0}$$

$$3) \sqrt{x(x^2-1)} = \begin{cases} \sqrt{0^+(0^+-1)} = - \\ \sqrt{0^-(0^+-1)} = \sqrt{+} \end{cases}$$

$$1) f(x) = \sqrt{x^2(x-1)}$$

$$\begin{cases} 0^+ : \sqrt{0^+(0^+-1)} \\ 0^- : \sqrt{0^+(0^+-1)} \end{cases}$$

if: $\sqrt{-\infty} \rightarrow \infty$

if: $\lim_{-} \neq \lim_{+} \rightarrow \infty$

۴۵

۱۹- اگر توابع f و g در نقطه $x=2$ حد داشته باشند و حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \cdot g(x) = \frac{xf(x)-1}{x+f(x)}$ کدام است؟

$\frac{xf(x)-1}{x+f(x)}$; $x > 2$
 $\frac{x-2}{x-2}$; $x < 2$

$$\frac{2f(2)-1}{2+f(2)}$$

و راست

$$= \frac{1}{-1}$$

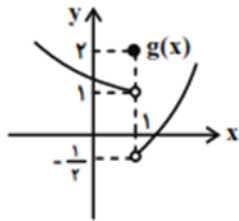
و چپ

مقادیر متعادل $\frac{1}{2}$ (۱)
 $-\frac{1}{2}$ (۲)
 $\frac{1}{2}$ (۳)
 $-\frac{1}{2}$ (۴)

$$2f(2)-1 = -2 - f(2)$$

$$3 \neq f(2) = -1$$

۲۰- هرگاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{f(x)+1} = 5$ باشد با توجه به نمودار تابع g ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{f(x)-2g(x)}}{f(x)+3}$ کدام است؟



$f(1^+) = 2$

$$\frac{\sqrt{2+1}}{-2 \times \frac{1}{2} + 3} = \frac{3}{2}$$

۰/۵ (۱)
 ۱/۵ (۲)
 -۲ (۳)
 ۲ (۴)