

۱- اندازه محیط و اندازه مساحت مستطیلی ۱۸ است، اختلاف طول و عرض این مستطیل کدام است؟

۹√۵ (۴)

۶ (۳)

۳√۵ (۲)

۳ (۱) ✓

$$2(x + y) = 18 \Rightarrow x + y = 9 \Rightarrow y = 9 - x$$

$$x \cdot y = 18 \rightarrow x(9 - x) = 18 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x - 6)(x - 3) = 0$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 6$$

$$x = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$6 - 3 = 3$$

۲- به ازای چند مقدار k معادله $\frac{x+1}{x-4} = \frac{x^2 - kx - 5}{x^2 - 3x - 4}$ جواب ندارد؟

$$(\cancel{x-4})(x+1)$$

(۴) معادله همواره جواب دارد.

۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$\cancel{x} + 2x + 1 = \cancel{x} - kx - 5$$

$$2x + kx = -6$$

$$(k+2)x = -6 \Rightarrow x = \frac{-6}{k+2}$$

$$k = -2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-6}{k+2} = 4 \Rightarrow k+2 = -1 \Rightarrow k = -3 \\ \frac{-6}{k+2} = -1 \Rightarrow k+2 = 6 \Rightarrow k = 4 \end{array} \right.$$

۳- معادله درجه دوم $x(2x-3) = 6a$ به ازای یک مقدار a ، دارای ریشه‌های برابر است، مقدار a کدام است؟

ریشه مضاعف $\leftarrow \Delta = 0$

$$\frac{3}{8} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{16} \quad (3) \checkmark$$

$$-\frac{9}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$2x^2 - 3x - 4a = 0 \quad \Delta = 0 \rightarrow 9 + 48a = 0 \Rightarrow a = \frac{-9}{48} = \frac{-3}{16}$$

۴- اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & , x \geq a \\ 2x + a + 2 & , x \leq a \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3) \checkmark$$

$$1 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$a^2 + 4a = \overbrace{2a + a + 2}^{3a} \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \quad \begin{cases} a = 1 \Rightarrow 1 + 4 = 5 \\ a = -2 \Rightarrow 1 + 4 = 5 \end{cases}$$

۵- به ازای کدام مقدار m رابطه زیر تابع است؟

$$f = \{(m^2 - 4, 9), (m^2 - 4, m^2), (m + 2, 5), (1, 7)\}$$

-۴ (۴)

-۳ (۳) ✓

۳ (۲)

۴ (۱)

$$9 = m^2 \Rightarrow m = \pm 3$$

$$m = 3 \Rightarrow f = \{(5, 9), (5, 9), (5, 5), (1, 7)\} \quad \times$$

$$m = -3 \Rightarrow f = \{(5, 9), (5, 9), (-1, 5), (1, 7)\} \quad \checkmark$$

۶- اگر در تابع خطی $f(x) = ax + b$ داشته باشیم، $f(1) = 3$ و $f(-1) = -1$ ، مقدار $a \times b$ کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$f(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$$

$$f(-1) = -1 \Rightarrow -a + b = -1$$

$$\begin{array}{r} 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2 \end{array}$$

$$a \cdot b = 2 \times 1 = 2$$

۷- اگر خط $y = -4$ مماس بر رأس سهمی $f(x) = 3(x-2)^2 + m$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد تابع با محور x ها کدام است؟

ریشه ها
۸ (۴)

۱۲ (۳)

$(2, m)$
↓
-۴

۶ (۲)

۴ (✓)



$$3(x-2)^2 - 4 = 3(x^2 - 4x + 4) - 4 = 3x^2 - 12x + 8$$

$$S = \frac{12}{3} = 4$$

۸- اگر $f = \{(2, 3), (4, 7), (5, 6), (6, 0)\}$ و $g = \{(2, 4), (4, 2), (5, 0), (7, 1)\}$ باشند، تابع $\frac{f^{-1}}{g}$ کدام است؟

$\{(2, \frac{1}{4}), (4, 3)\}$ (✓)

$\{(4, \frac{5}{4}), (5, 0)\}$ (۳)

$\{(4, 3), (5, 0)\}$ (۲)

$\{(2, \frac{3}{4}), (4, \frac{7}{4})\}$ (۱)

$$(2, \frac{4}{3}), (4, \frac{4}{2})$$

$$(2, \frac{1}{4}), (4, 3)$$

۹- در کدام گزینه روش جمع‌آوری داده‌ها استفاده از دادگان‌ها، است؟

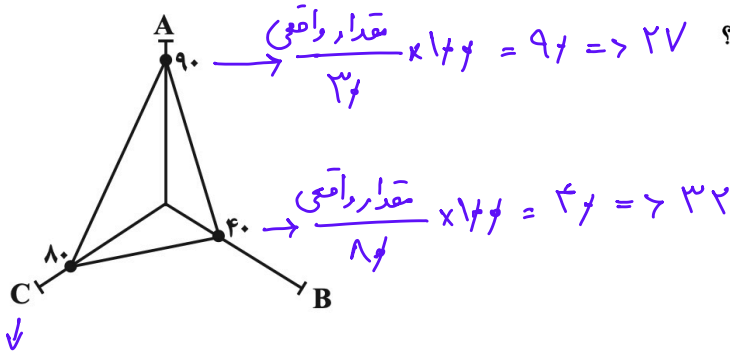
(۱) تعداد مشتریان یک فروشگاه که از کیفیت همه محصولات رضایت دارند.

(۲) تعداد نوزادان متولد شده در تهران در یک ماه گذشته

(۳) میزان مطالعه دانش‌آموزان یک کلاس در هفته

(۴) رضایت مردم از یک سریال نمایش خانگی

۱۰- در نمودار راداری زیر، اگر بیشینه مقدار متغیر A برابر ۳۰، بیشینه مقدار متغیر B برابر ۸۰ و بیشینه مقدار متغیر C برابر ۵۰ باشد



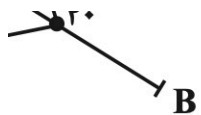
- (۱) ۳۶
- (۲) ۳۲
- (۳) ۳۵
- (۴) ۳۳

۱۱- گزاره $p \Rightarrow q$ با کدام گزاره، همواره هم‌ارز نیست؟

$$\frac{\text{مقدار واقعی}}{۵۰} \times ۱۰۰ = ۸۰ \Rightarrow ۴۰$$

$$\frac{۴۰ + ۳۲ + ۲۷}{۳} = \frac{۹۹}{۳} = ۳۳$$

۱۱- گزاره $p \Rightarrow q$ با کدام گزاره، همواره هم‌ارز نیست؟



$\sim(p \wedge \sim q)$ (۴)

$\sim q \Rightarrow \sim p$ (۳)

$\sim(p \wedge q)$ (۲✓)

$\sim p \vee q$ (۱)

| P | q | $p \Rightarrow q$ | $\sim p \vee q$ | $\sim(p \wedge q)$ | $\sim q \Rightarrow \sim p$ | $\sim(p \wedge \sim q)$ |
|---|---|-------------------|-----------------|--------------------|-----------------------------|-------------------------|
| د | د | > | > | ن | | |
| د | ن | ن | د | | | |
| ن | د | > | > | | | |
| ن | ن | > | > | | | |

۱۲- اگر درآمد ماهانه اعضای یک جامعه آماری کوچک به صورت ۲, ۳, ۳, ۵, ۶, ۱۱, ۱۲, ۱۸ (برحسب میلیون تومان) باشد، خط فقر به روش نصف

میانه (M) چه ارتباطی با خط فقر به روش نصف میانگین (N) دارد؟

$N > M$ (۴)

$N = M$ (۳)

$M^2 > N^2$ (۲)

$M = 3N$ (۱)

$M = 2,75$
 $N = 5,5$

$$\text{میانگین} = \frac{40}{8} = \frac{15}{2} = 7,5 \rightarrow N = \frac{7,5}{2} = 3,75$$

$N > M$

۱۳- ۴ نفر در یک مسابقه دو به چند طریق ممکن است به خط پایان برسند؟ (هیچ دو نفری همزمان نمی‌رسند).

۲۴ (۴ ✓)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

۱۴- در یک خانواده سه فرزندی، اگر A پشامد حداقل یک دختر و B پشامد حداقل ۲ پسر باشد، پشامد A-B چند زیرمجموعه دارد؟

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۶ (۴ ✓)

۱۴ (۳)

$$A = \{ (د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (د, پ, پ), (پ, د, د), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ) \}$$

$$B = \{ (د, د, د), (د, د, پ), (د, پ, د), (د, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ) \}$$

$$A - B = \{ (پ, د, د), (پ, د, پ), (پ, پ, د), (پ, پ, پ) \}$$

$$4 = 16$$

۱۵- از بین ۵ بازیگر، ۳ خواننده و ۲ کارگردان ۵ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آن که تعداد بازیگران از تعداد خواننده‌ها بیشتر و

تعداد خواننده‌ها از تعداد کارگردان‌ها بیشتر باشد، چه قدر است؟

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{\cancel{10} \times 9 \times \cancel{8} \times \cancel{7} \times \cancel{6}}{\cancel{5} \times \cancel{4} \times 3 \times 2} \times \frac{7}{25} \quad (۲) \quad \frac{7}{30} \quad (۱)$$

$$= \boxed{252} \quad \frac{5}{21} \quad (۴) \quad \frac{5}{28} \quad \checkmark$$

بازیگر ۳، خواننده ۲، کارگردان ۵ → $\binom{5}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{2}{0} = 10 \times 3 = 30$

بازیگر ۴، خواننده ۱، کارگردان ۵ → $\binom{5}{4} \times \binom{3}{1} = 5 \times 3 = 15$

⇒ $30 + 15 = 45$

$$\frac{45}{252} = \frac{5}{28}$$

۱۶- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

الف) مطمئن‌ترین نمودار برای متغیر کمی، نمودار جعبه‌ای است.

ب) برای توصیف داده‌های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

پ) پس از تحلیل داده‌ها باید بتوانیم با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا کنیم.

ت) می‌توانیم نتایج به دست آمده را از جامعه‌ای به جامعه دیگر تعمیم دهیم.

چهار (۴)

سه (۳) ✓

دو (۲)

یک (۱)

۱۷- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، جملات چهارم، پنجم و هفتم که مجموع آن‌ها برابر ۴۴ است؛ به ترتیب جملات سوم، پنجم و هفدهم

یک دنباله حسابی هستند. جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲) ✓

$\frac{1}{3}$ (۱)

$$ar^3 = t + 2d$$

$$ar^5 = t + 4d$$

$$ar^7 = t + 6d$$

$$\Rightarrow \frac{ar^5 - ar^3}{ar^7 - ar^5} = \frac{12d}{2d} = 6$$

$$\frac{r \cancel{r} (r^2 - 1)}{\cancel{r} (r - 1)} = 6 \rightarrow (r+1)(r-1)$$

$$\Rightarrow r^2 + r - 6 = 0$$

$$(r+3)(r-2) = 0$$

$$r = -3 \quad \boxed{r = 2}$$

$$1a + 14a + 44a = 44$$

$$18a = 44 \Rightarrow a = \frac{11}{9}$$

۱۸- دو دنباله $a_n = 2n - 1$ و $b_n = 3n + 2$ چند جمله مشترک کوچکتر از ۲۱۱ دارند؟

۳۷ (۴)

۳۶ (۳)

۳۵ (۲) ✓

۳۴ (۱)

$$a_n : 1, 3, \textcircled{5}, 7, 9, \textcircled{11}, 13, 15, \textcircled{17}, \dots$$

$$b_n : \textcircled{5}, 8, \textcircled{11}, 14, \textcircled{17}, 20, \dots$$

$$\begin{matrix} +4 & +4 \\ \curvearrowright & \curvearrowright \\ 5, 11, 17, \dots \end{matrix}$$

$$\begin{array}{r} 104 \overline{) 35} \\ 9 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$4n - 1 < 211 \Rightarrow 4n < 212 \Rightarrow n < \frac{212}{4} = 53, \dots$$

۱۹- حاصل $(9)^{0/24} \times (27)^{0/12} \times (\sqrt[3]{3})^{-3} \times (81)^{0/4}$ کدام است؟

$$\frac{1}{9} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$3 \quad (۱)$$

$$3^{1/24} \times 3^{1/12} \times 3^{-1} \times 3^{0/4} = 3^0 = 1$$

۲۰- نمودار تابع نمایی $y = \frac{9^{2x+1}}{(\sqrt{3})^{6x+4}}$ شبیه کدام نمودار زیر است؟

$$\frac{3^{4x+2}}{3^{3x+2}} = 3^x$$

