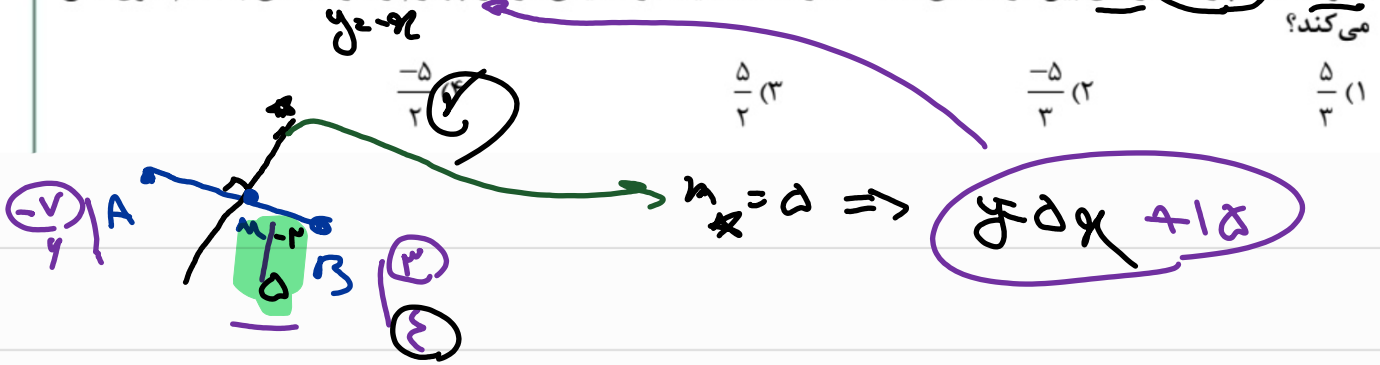


۱- عمود منصف پاره خط واصل بین دو نقطه‌ی  $A(-7, 6)$  و  $B(3, 4)$  نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟



$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-6}{3-(-7)} = \frac{-2}{10} = -\frac{1}{5}$$

$$5x + 10 = -9x \rightarrow 4x = -10 \rightarrow x = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{x}$  را در امتداد محور  $x$  ها، ۱۱ واحد در جهت منفی و سپس در امتداد محور  $y$  ها ۳ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع  $f$ ، از مبدأ مختصات کدام است؟

$$\frac{\sqrt{10}}{3} \quad (14)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{9} \quad (15)$$

$$\frac{1}{3} \quad (12)$$

$$\frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{x+11})^2 = (\sqrt{x} + 3)^2$$

$$x + 11 = x + 4\sqrt{x} + 9$$

$$x = 4\sqrt{x} + 9 \rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{9}}$$

$$\left(\frac{1}{9}, \frac{1}{3}\right)$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\left(\frac{\sqrt{10}}{9}\right)$$

اینکه از روی

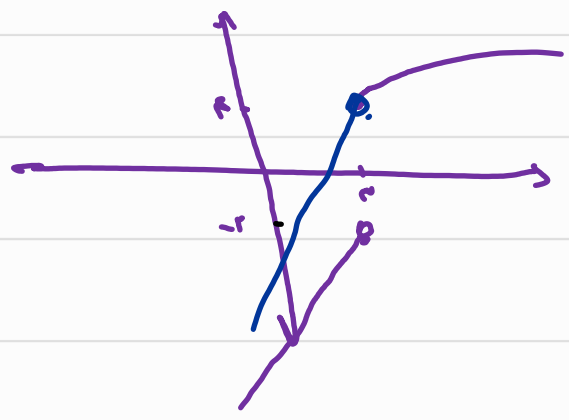
$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} + 4 & x \geq 3 \\ 6x - 2k & x < 3 \end{cases}$  تابع -3 در تمام نقاط دامنه اش در تعریف  $(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2))$  صدق می کند. حدود k کدام

~~$k \leq 9(4)$~~

~~$k \leq 9(3)$~~

~~$k \leq 7(2)$~~

است؟  
 $k \geq 7$   
 (✓)  $k \geq 7$  (✓)



$4x - 20$   
 $18 - 2 = -2$   
 $4x - 14$   
 $18 - 1 = 17$

۴- اگر معادله  $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x-1+a}{x^2-2x-3} = 1$  ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

$(a+1)(a-3)$

$$\frac{x^2 - 1 + ax - 1 + a}{(a+1)(a-3)} = 1 \rightarrow \cancel{x^2} + ax + a - 2 = \cancel{x^2} - 2a - 3$$

$$ax = -1 - a \rightarrow a = \frac{-1-a}{x}$$

$$\frac{-1-a}{x} \rightarrow \begin{matrix} \rightarrow -1 \rightarrow 2 \\ \rightarrow -1 \rightarrow 2 \end{matrix}$$

۵- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $x^2 - 4x^2 - 1 = 0$  به ترتیب برابر  $S$  و  $P$  باشند، حاصل ضرب  $P+4S$  کدام است؟

naze.ir

$9 - 4\sqrt{5}$  (۴)

$9 + 4\sqrt{5}$  (۳) ✓

$7 - 4\sqrt{3}$  (۲)

$7 + 4\sqrt{3}$  (۱)

$x^2 - 4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$

$x^2 = 2 + \sqrt{5}$   
 $\rightarrow +\sqrt{2+\sqrt{5}}$   
 $\rightarrow -\sqrt{2+\sqrt{5}}$

$y = 2 + \sqrt{5}$

~~$x = 2 + \sqrt{5}$~~

$(2 + \sqrt{5})^2 = 4 + 5 + 4\sqrt{5}$

۶- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول) برابر بزرگ‌ترین عضو دسته‌ی قبل است یعنی:

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{6, 7, 8, 9, 10\}, \{11, 12, 13, \dots, 20\}, \dots$$

### جدول و عدد آخر

در این صورت میانگین اعضای دسته‌ی یازدهم کدام است؟

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$\bar{x}_{11} = \{2841\}$$

$$\frac{2841 + 2120}{2}$$

$$\frac{2841 + 2120}{2} =$$

$$\begin{array}{r} 2841 \\ + 2120 \\ \hline 4961 \end{array}$$

اگر  $f(x) = \frac{3^{x+1} + 3^{-x+1}}{3^x - 3^{-x+2}}$  و  $f^{-1}(x) = m \log_r \frac{x-2}{x+2}$  باشد،  $m+n$  کدام است؟

۹ (۳)

۱۰ (۵) (۲)

۱۰ (۱)

۱

$$\frac{\frac{3^t + 9}{3^t} + \frac{3}{3^t}}{\frac{3^t - 9}{3^t} + 9} = \frac{3^t + 9}{3^t - 9} + \frac{3}{3^t}$$

$$= \frac{3^t + 9}{3^t - 9} + \frac{3}{3^t} = f(y) = \frac{3^t + 9}{3^t - 9}$$

$$3^t + 9 = y(3^t - 9) \rightarrow 3^t + 9 = y3^t - 9y$$

$$\begin{aligned} 9y + 9 &= y3^t - 9y \\ \frac{9y + 9}{9} &= \frac{y3^t - 9y}{9} \\ \frac{9y + 9}{9} &= \frac{y(3^t - 9)}{9} \end{aligned}$$

$$\frac{9y + 9}{9} = \frac{y(3^t - 9)}{9}$$

$\log_m$   
 $\log_m \frac{9y + 9}{9} = \log_m \frac{y(3^t - 9)}{9}$

۸- اگر مجموع جواب‌های معادله  $\log_3(11^x + 140) = 2x + 3$  را برابر  $k$  فرض کنیم، حاصل  $[k]$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است )

$$11^x + 140 = 9^{2x+3}$$

$11^x + 140 = 9^{2x+3}$   
 $11^x + 140 = 9^{2x} \cdot 9^3$   
 $11^x + 140 = 9^{2x} \cdot 729$

$$t^2 - 17t + 140 = 0$$

$t_0 = 7$   
 $t_1 = 20$

$$t_0 = 7 \rightarrow \log_9 t_0 = 1$$

$$t_1 = 20 \rightarrow \log_9 t_1 = 2$$


---


$$\log_9 140 = k$$

$1 < k < 2$



۹- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 12}$  و  $g(x) = \sqrt{18 - x^2}$ ، آن گاه دامنه‌ی تابع  $g \circ f$  شامل چند عدد صحیح است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

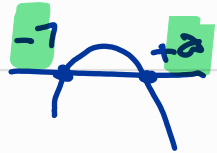
$g \circ f(x)$

$\sqrt{x^2 + x - 12}$

$$\sqrt{18 - (x^2 + x - 12)} = \sqrt{-x^2 - x + 30}$$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

$-7 \leq x \leq +5$



$D_{g \circ f} = [-7, -4] \cup [3, 5]$

-7 -4 -4

3 4 5



۱۰- باقی مانده و خارج قسمت تقسیم چند جمله‌ای  $P(x)$  بر  $(3x^2 + 12x)$  به ترتیب  $(6x-1)$  و  $Q(x)$  است. اگر  $Q(-4) = 12$  باشد،

آن‌گاه مقدار باقی مانده‌ی تقسیم عبارت  $P'(x)$  بر  $(x+2)$  کدام است؟

$-144(4)$

$-138(4)$

$150(2)$

$156(1)$

$$P(x) = (3x^2 + 12x)Q(x) + 4x - 1$$

$$P'(x) = (6x + 12)Q(x) + Q'(x)(3x^2 + 12x) + 4$$

$$P'(-4) = (-12)Q(-4) + Q'(-4)(0) + 4$$

$-144 + 4$

11- حاصل عبارت  $A = \frac{\cos^2 x \cos^2 y - \sin^2 x \sin^2 y}{\sin x \cos x \cos^2 y}$  به ازای  $x = 7/5^\circ$  صورت  $\sqrt{a - \sqrt{b}}$  است. مقدار  $2b - 2a$  کدام است؟  
 (1) صفر

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{f \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{2 \cos^2 \alpha}{1} = \frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \frac{1}{2} = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\frac{1}{2} + 1 = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{3}{2} = 2 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

۱۲- معادله  $\sin 4x(\cos 2x + \sin 2x) = \cos 4x(\cos 2x - \sin 2x)$  در بازه  $[-\pi, 0]$  دارای چند جواب است؟

۶ (۲)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \sin \alpha = \cos \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 4\alpha = \cos 4\alpha$$

$$\rightarrow \tan 4\alpha = 1$$



$$-\pi \leq \alpha \leq 0$$

$$-\pi \leq 4\alpha \leq 0$$

۶ جواب

۱۳- کدام یک از حدهای زیر، نامتناهی نیست؟

~~$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{x^2 + [-x]}$~~

~~$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{|4-x|}{x^2 - 8x + 16}$~~

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left[ \frac{-1}{x} \right]$

~~$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[\cos 2x]}{\cos x}$~~

$+ \infty \times 0 = 0$   
ضرورتی

$\frac{1}{0}$

⊕  $\frac{\sin x}{\sin(\pi-x)} \frac{\cos x}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}$  حاصل -۱۴  
 کدام است؟  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sin x}{\sin(\pi-x)} \frac{\cos x}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}$

$-\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

~~$\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۱)~~  
 $\sin x \cos x$

$\sqrt{(1+\cos x)(1-\cos x + \cos^2 x)}$

~~$\sqrt{x} \cos \frac{\pi}{2}$~~   $\times \sqrt{x}$

$= \frac{2x-1}{\sqrt{4}} = \frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{-x\sqrt{4}}{4} = -\frac{\sqrt{4}}{2}$

۱۵- تعداد نقاط ناپیوستگی تابع یا ضابطه  $f(x) = 2\left[x - \frac{2}{5}\right] + \left[x + \frac{2}{5}\right]$  در بازه  $[-2, 2]$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\left\lfloor x - \frac{2}{5} \right\rfloor + 1$$

$$x - \frac{2}{5} = k \quad k \in \mathbb{Z} \rightarrow \left(x - \frac{2}{5}\right) \in \mathbb{Z} \quad -2 \leq x \leq 2$$

$$\begin{array}{cccccc} -13 & -1 & -3 & 2 & 7 & 14 \\ \hline 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \hline / & / & / & / & / & / \end{array}$$

۶۶- تعداد مجانب‌های نمودار تابع  $f(x) = \frac{\tan x}{\sqrt{9-x^2}}$  کدام است؟

(۱) ۴

۳ (۲)  
 $\frac{\pi}{2}$   
 $\frac{3\pi}{2}$   
 $\frac{\pi}{2}$   
 $\frac{3\pi}{2}$

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

$$-3 \leq x \leq 3$$

$$D_f = (-3, 3) - \left\{ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right\}$$

۴ تا مجانب نام



۱۷- کدام یک از موارد زیر صحیح هستند؟

$$|x^3(x^2+1)|$$

الف: دامنه‌ی تابع مشتق تابع  $f(x) = |x^3 + x|$  برابر  $\mathbb{R}$  است.

ب: تابع  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 1}$  دقیقاً در دو نقطه از دامنه‌اش دارای مماس قائم است.

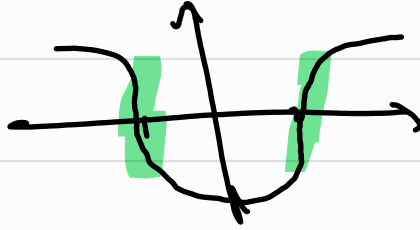
(۴) هیچ کدام

~~(۳) هر دو گزاره الف و ب~~

(۲) فقط ب

~~(۱) فقط الف~~

$$\sqrt{(x-1)(x+1)}$$



مقدار  $f'(0)$  کدام است؟  $f(x) = \frac{x^7 + 128}{x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 32x + 64}$  اگر  $-18$

$(4)$   $(3)$   $(2)$   $(1)$

~~$(n+1)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16 - \frac{128}{x}) - (x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 32x + 64)$~~

~~$x^4 - 2x^3$~~

$f(x) = x + 2 \rightarrow f'(x) = 1 \rightarrow 1$

معادله خطی که نقاط اکسترمم نسبی تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - (2a+6)x^2 + (6a+9)x + b$  را به هم وصل می کند به صورت  $2y + 3x = 4$  است. اگر طول نقطه عطف تابع  $f$  برابر  $x=2$  باشد، مقدار  $f(-1)$  کدام است؟

$$\frac{-b}{3a} \rightarrow \frac{2a+6}{3} = 2$$

$-18 (3)$   $-19 (2)$   $-20 (1)$   
 $x^3 - 4x^2 + 9x + b$

$$f(2) = 2 + 2b$$

$$2y + 3x = 4$$

$$2(2+b) + 3(2) = 4$$

$$b = -1$$



۲۰- اولین نقطه‌ی عطف تابع  $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$  با طول مثبت دارای کدام طول است؟

$$\frac{3\pi}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{\pi}{2} \text{ (۱)}$$

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - 2 \cos x \sin x - 2 \sin x \cos x$$

$$2 \sin x \cos x (1 - \cos^2 x) = -\frac{1}{x} \sin x \rightarrow -\frac{1}{x} x^2 \cos x$$

$$-2 \cos^2 x = 0 \rightarrow \cos x = 0 \quad \left| \begin{array}{l} |x| < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$