

ریاضی (۱)

۳۰ دقیقه

معادله‌ها و نامعادله‌ها / تابع  
فصل ۱۴ از ابتدای سهمی تا پایان فصل ۵  
صفحه‌های ۷۸ تا ۱۱۷

$y = -1$   
 $\frac{1}{2}(a-1)x^2 - \sqrt{3}x + a < 0 \rightarrow a < 1$

۱- نمودار سهمی  $y = \frac{1}{2}(a-1)x^2 - \sqrt{3}x + a$  در نقطه B که بالاترین نقطه سهمی است، بر خط  $y = -1$  مماس است. طول نقطه B کدام است؟

$\Delta = 3 - 4 \times \frac{1}{2}(a-1) \times a = 3 - 2a(a-1) = -2a^2 + 2a + 3$

$y = -1$  مماس است. طول نقطه B کدام است؟

$a^2 - a - 2 = 0 \rightarrow a = 2$

$a^2 = 2 \rightarrow a = \sqrt{2}$

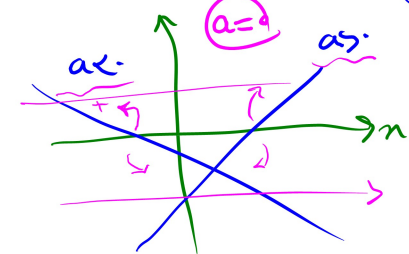
$a = -2$

$-2\sqrt{3}$  (۳)

$\frac{-\Delta}{2(a-1)} = \frac{-(-2a^2 + 2a + 3)}{a-1} = \frac{2a^2 - 2a - 3}{a-1} = -1 \rightarrow \frac{-\sqrt{3}}{2}$  (۲)

طول رأس =  $-\frac{2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$

۲- اگر نمودار  $y = ax - b$  همواره پایین محور x ها باشد، جدول تعیین علامت عبارت  $y = ax^2 + bx + c$  به کدام صورت خواهد بود؟



x	α	β
y	-	+

$a < -b < 0 \rightarrow a = 0$

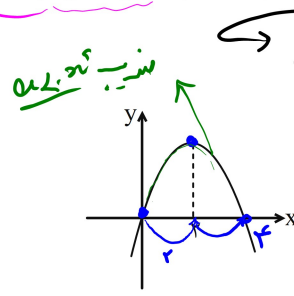
x	α	β
y	+	-

x	α	β
y	+	-

$b > 0$

x	α	β
y	-	+

۳- اگر نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به شکل زیر باشد، عبارت  $y = ax^2 - 2bx + c$  به ازای چند مقدار صحیح منفی برای x، مثبت است؟

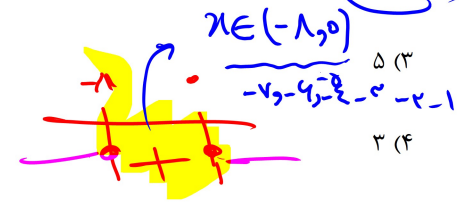


$y = ax^2 - 2bx + c$

$y = a(x - \alpha)(x - \beta) = a(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)$

$\Rightarrow y = ax^2 - (\alpha + \beta)ax + \alpha\beta a = ax^2 - 2bx + c$

$b = -\alpha a, c = \alpha\beta a$



$y = a(x + 1) \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

۴- مجموعه جواب نامعادله  $|2x - 3| + |x| < 2x$  را به صورت  $|x - \alpha| < \beta$  بیان کرده‌ایم، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

$-b < x - a < b \rightarrow -b + a < x < b + a$

$1 < x < 3$

۵- اگر دامنه و برد تابع  $h = \{(2x^2 - 6, x^2), (4x, x + 6)\}$  به ترتیب  $(a, b)$  و  $\{c\}$  باشد و  $g = \{(f, c - 1), (d, a + c), (e, b + c)\}$  یک تابع

$x^2 = 2 + 4 \rightarrow x^2 - x - 4 = (x - 2)(x + 2) = 0$

$h = \{(2, 4), (-2, 4)\}$

$D = \{-2, 2\}$

$R = \{4\}$

$f = 3$

$d = -2 + 4 = 2$

$e = 2 + 4 = 6$

$12$  (۳)

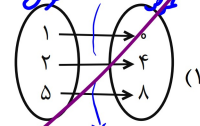
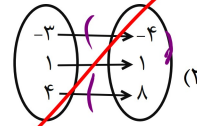
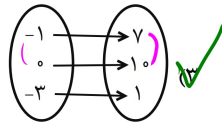
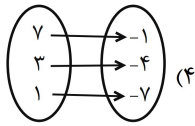
۱۰ (۲)

۸ (۱)

اگر  $x = 3$  باشد دامنه فقط بصورت  $\{1, 2\}$  در می آید!

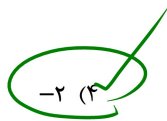
$$c = \frac{a+b}{c} = \frac{9}{-1+3} = 3$$

۶- کدام یک از موارد زیر نشان دهنده یک تابع خطی است؟



۷- اگر تابع  $f(x) = 3a - (b^2 - 1)x$  تابعی ثابت و  $g(x) = (2a + 3)x$  تابعی همانی باشد، حاصل  $g(|b|) + g(f(a+b))$  کدام است؟

$$g(1) + g(f(-1 \times b)) = g(1) + g(-3) = 1 + (-2) = -1$$



$$g(x) = x \Rightarrow (2a+3)x = x \Rightarrow 2a+3=1 \Rightarrow 2a=-2 \Rightarrow a=-1$$

$$f(x) = 3a - (b^2-1)x = -3 - (b^2-1)x$$

$$f(-1 \times b) = -3 - (b^2-1)(-b) = -3 + b(b^2-1) = -3 + b^3 - b$$

$$g(b^2-1) = b^2-1 = 0 \Rightarrow b^2=1 \Rightarrow b=\pm 1$$

۸- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax^3 - 2b, & x \leq -\frac{1}{2} \\ 2|ax| + b, & x > -\frac{1}{2} \end{cases}$  مفروض است، اگر نمودار این تابع، محور عرضها را در نقطه‌ای به عرض -۱ قطع کند و  $(x=0, y=-1)$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8}a - \frac{2b}{8} = 1 \Rightarrow -\frac{1}{8}a - \frac{b}{4} = 1 \Rightarrow a + 2b = -8$$

۹-  $f(-\frac{1}{2}) = 1$  باشد، مقدار  $a-b$  کدام است؟

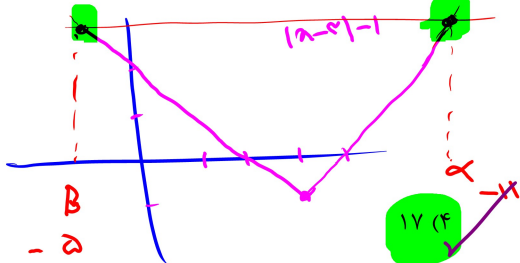
۷ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۹- نمودار تابع  $y = |x|$  را ۳ واحد به سمت راست و ۱ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم. نمودار حاصل در بازه‌ای بالای تابع ثابت  $y=7$



$$y \rightarrow y-1$$

$$x \rightarrow x-3$$

$$y = |x-3| - 1$$

قرار نمی‌گیرد. این بازه شامل چند عدد صحیح است؟

$$|x-3| - 1 = 7 \Rightarrow |x-3| = 8 \Rightarrow x-3 = 8 \Rightarrow x = 11$$

$$|x-3| - 1 = 7 \Rightarrow |x-3| = 8 \Rightarrow x-3 = -8 \Rightarrow x = -5$$

۱۰- مساحت ناحیه محدود بین نمودار  $y = x + |x|$  و خطوط  $y=3$  و  $x=-3$  کدام است؟

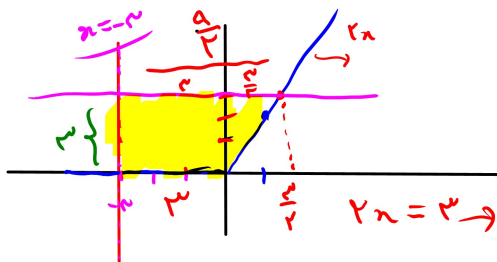
$$y = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

$$x+x = 2x$$

$$x-x = 0$$

$$\frac{45}{4}$$

۴۵ (۱)



$$\frac{45}{8}$$

۴۵ (۳)

$$S = \frac{1}{2} \times (3 + 1.5) \times 3 = \frac{15}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{45}{4}$$

آزمون (آشنا) - پاسخ دادن به این سوالات امباری است و در تراز کل شما تأثیر دارد.

$$1 = a(x-1)^2 + 9 = 14a + 9 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$y = a(x+1)^2 + 9$$

۱- فرض کنید رأس سهمی  $A(-1, 9)$  و گذرا بر نقطه  $(3, 1)$  باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

$$y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 9$$

(۱, ۵) (۴)

(۲, ۵) (۳)

(۵, -۹) (۲)

(۵, -۷) (۱)

$$x=5 \rightarrow y = -\frac{1}{4}(5+1)^2 + 9 = -9$$

۱۲- اگر  $A$  مجموعه جواب نامعادله  $\frac{x+1}{3} > 2x-1$  و  $B$  مجموعه جواب نامعادله  $-1 \leq \frac{-2x+1}{3} < 4$  باشد، حاصل  $A \cap B$  کدام بازه است؟

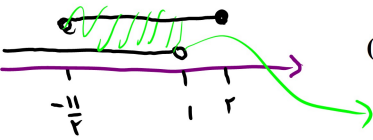
$$x^2 \rightarrow -5 \leq -2x+1 < 13 \rightarrow -1 \leq -2x < 11 \rightarrow -\frac{11}{2} < x < -\frac{1}{2}$$

(۱, ۲] (۴)

$(-\infty, 2]$  (۳)

$(-\frac{11}{2}, 2]$  (۲)

$(-\frac{11}{2}, 1)$  (۱)



x	-2	1
P	-	+

رشته‌های رشته‌ها

۱۳- با توجه به جدول تعیین علامت عبارت  $P = 2x^3 - ax^2 + bx + c$ ، حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

$$0 = -4 + c$$

$$P = 2(x+2)(x-1)^2 = 2(x^2 - 2x + 4)(x-1) = 2(x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + 4x - 4) = 2(x^3 - 3x^2 + 6x - 4)$$

(۲) (۲)

$$P = 2(x^3 - 3x^2 + 6x - 4)$$

(۱) (۱)

$$0 - 4 + c = -2 \Rightarrow c = 2$$

(۲) (۴)

$$P = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 4$$

(۱) (۳)

$$\left| \frac{1-x^2+x^3}{x-1} \right| < 2$$

$$\left| \frac{-x^2+x^3}{x-1} \right| < 2$$

$$\frac{1-x^2+x^3}{x-1} < 2 \Rightarrow 1-x^2+x^3 < 2(x-1) \Rightarrow 1-x^2+x^3 < 2x-2 \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x + 3 < 0$$

۱۴- مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{1}{x-1} - 3 \right| < 2$  بازه  $(a, b)$  است. مقدار  $b-a$  کدام است؟

$$\frac{1-x^2+x^3}{x-1} < 2 \Rightarrow 1-x^2+x^3 < 2(x-1) \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x + 3 < 0$$

(۲) (۳)

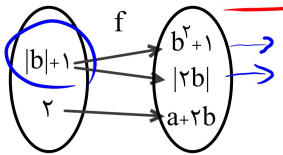
$$\left( \frac{4}{5}, 2 \right)$$

$$(a, b) \Rightarrow b-a = 2 - \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$$

$$9x^2 + 14 - 2cx < x^3 - 11x + 4 \Rightarrow x^3 - 9x^2 + 2cx - 18 < 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

۱۵- اگر نمودار زیر، مربوط به تابع  $f$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام می‌تواند باشد؟



$$b^2+1 = |2b| \Rightarrow b^2 - |2b| + 1 = 0$$

$$\Rightarrow |b|^2 - 2|b| + 1 = 0 \Rightarrow (|b|-1)^2 = 0 \Rightarrow |b|-1 = 0 \Rightarrow |b|=1$$

(۱) ۲ یا ۳

$$\rightarrow |b|=1 \Rightarrow \boxed{|b|=1}$$

(۲) ۱ یا ۳

$$\left\{ \begin{array}{l} b=1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a+1=1 \rightarrow a=0 \Rightarrow a+b=1 \\ b=-1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a-1=1 \rightarrow a=2 \Rightarrow a+b=3 \end{array} \right.$$

(۳) فقط ۱

$$\left\{ \begin{array}{l} b=1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a+1=1 \rightarrow a=0 \Rightarrow a+b=1 \\ b=-1 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow a-1=1 \rightarrow a=2 \Rightarrow a+b=3 \end{array} \right.$$

(۴) فقط ۳

$$\frac{-2a+2}{3} = 2$$

۱۶- اگر  $\frac{f(2)+f(4)}{f(-1)} = 2$  باشد، مجموعه برد تابع  $f = \{(2, a), (-1, 3), (4, 2-3a)\}$  برابر کدام گزینه است؟

$$\Rightarrow 4 = -2a + 2 \rightarrow -2a = 2 \rightarrow a = -1$$

$$2 - \frac{2}{-1} = 2 + 2 = 4$$

{-4, 3, 14} (2)

$R_f = \{-1, 3, 14\}$

{-2, 3, -4} (1)

{2, -1, 4} (4)

{3, -2, 8} (3)

۱۷- در تابع خطی  $f(x) = ax + 5$ ،  $a < 0$  و  $f(f(3)) = 7$  است.  $f(-3)$  کدام است؟

$$f(f(3)) = f(3a+5) = (3a+5)a+5 = 7$$

$$f(3) = 3a+5$$

$$\Rightarrow 3a^2 + 8a = 2$$

2 (4)

3 (3)

1 (2)

11 (1)

$$3a^2 + 8a - 2 = 0 \Rightarrow a^2 + 8a - 4 = 0$$

۱۸- اگر تابع  $f(x) = (a-b)x + a+b$  یک تابع همانی باشد،  $3a+2b$  کدام است؟

$$3\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$

1 (4)

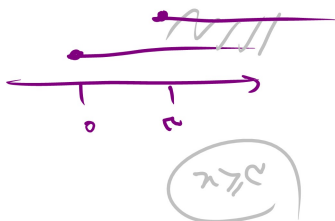
2 (3)

1 (2)

$$f(x) = -x + 8$$

$$f(-1) = 4 + 8 = 12$$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ a-b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$$

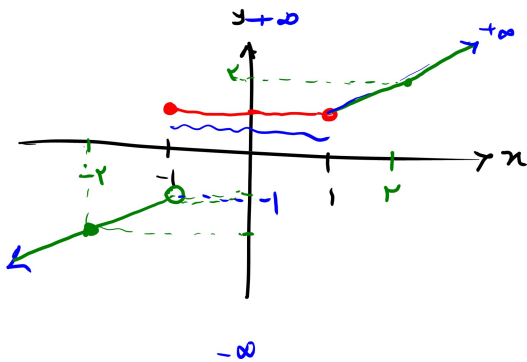


۱۹- در کدام بازه زیر، دو نمودار  $y_1 = |x-3|$  و  $y_2 = |x| - 3$  بر هم منطبق اند؟

[-3, 3] (2)

(-\infty, -3] (4)

(-\infty, 3] (3)



$\mathbb{R} - [-1, 1]$  (2)

$\mathbb{R} - (-1, 1)$  (4)

۲۰- برد تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1 \\ x, & |x| > 1 \end{cases}$  کدام است؟

$$-1 \leq x \leq 1$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

$\mathbb{R} - (-1, 1)$  (4)

$$R_f = (-\infty, -1) \cup \{1\} \cup [1, +\infty) \Rightarrow (-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} - (-1, 1)$$