

۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x - \sqrt{3}|x - \sqrt{3}|}{x - 1}$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

۱- $\sqrt{3}$

(۴) $+\infty$

(۳) ۱

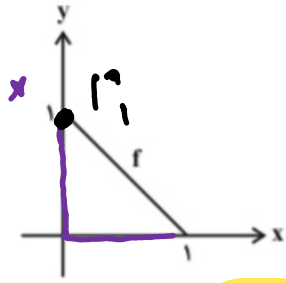
(۲) صفر

(۱) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x - \sqrt{3}}{x - 1} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{1 - 1} = -\infty$$

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است و نمودار تابع g از انقباض افقی و انبساط عمودی این نمودار، در دو ضرب ۳ به

دست می آید. طول نقطه برخورد دو نمودار کدام است؟



$$f(x) = g(x)$$

$$g(x) = 3f(x)$$

$$f(x) = -x + 1$$

$$g(x) = 3(-x + 1)$$

$$= -9x + 3$$

$$= 1 - 9x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

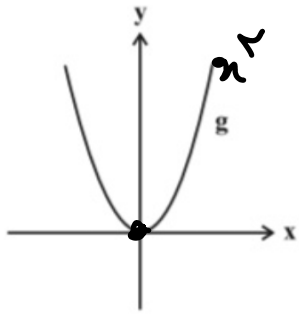
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

۳- طول نقاط نمودار تابع $f(x) = 4x^2 - x + 1$ را در ۲ ضرب می‌کنیم و سپس آن را m واحد به چپ و n واحد به پایین انتقال



می‌دهیم تا نمودار تابع g ، مطابق شکل زیر به دست آید. حاصل $\frac{n}{m}$ کدام است؟

$$\frac{10}{\frac{1}{2}} = \frac{10 \times 2}{1} = 20$$

- $\frac{15}{4}$ (۱)
- -30 (۲)
- $-\frac{15}{8}$ (۳)
- 60 (۴)

$$f(x) \xrightarrow{2} f\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{+m} f\left(\frac{x+m}{2}\right) - n = g(x)$$

$$4\left(\frac{x+m}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+m}{2}\right) + 1 - n = 4x^2$$

$$4\left(\frac{x^2}{4} + mx + m^2\right) - \frac{x}{2} - \frac{m}{2} + 1 - n = 4x^2$$

$$(m - \frac{1}{2})x + m^2 - \frac{m}{2} + 1 - n = 0$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 - n = 0$$

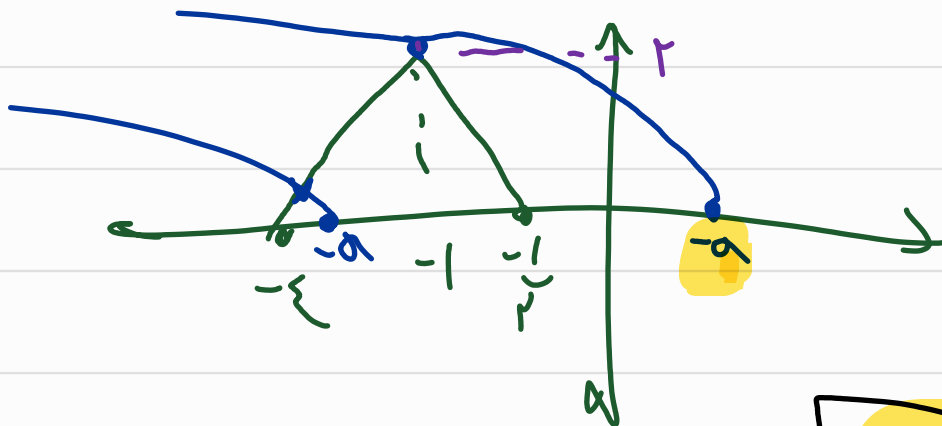
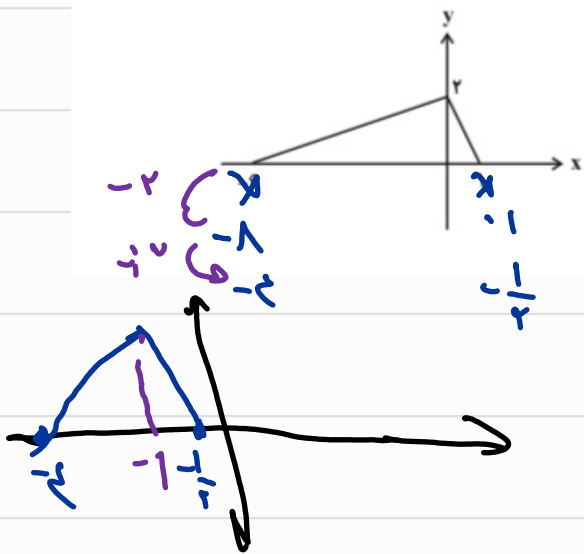
$$n = \frac{1}{4}$$

۴- نمودار تابع $y = f\left(\frac{1}{x}-1\right)$ در شکل زیر رسم شده است. به ازای چند مقدار صحیح a ، معادله $f(x) = \sqrt{-x-a}$ جواب دارد؟

$f(x)$

۳ (۱)
۴ (۲)
۷ (۳)
۸ (۴) ✓

$f(x)$



$$-a > -\frac{1}{2} \text{ و } -a \geq -\varepsilon \Rightarrow -\frac{1}{2} < a \leq \varepsilon$$

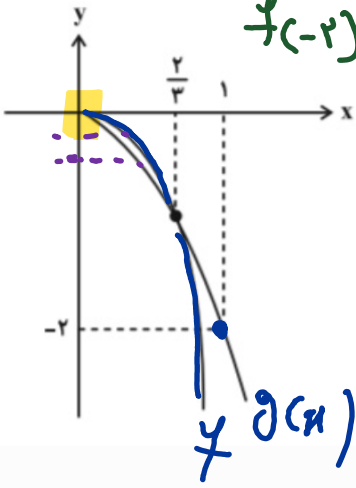
$$-a < -\frac{1}{2} \text{ و } g(-1) = \sqrt{-a} \leq 1 \rightarrow -a \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} < a < -\frac{1}{2}$$

$$\left[-\frac{1}{2}, 1\right] \rightarrow f(x) = \sqrt{-x-a}$$

$$\varepsilon - (-\varepsilon) + 1 = \text{ () }$$

۵- در شکل زیر نمودارهای دو تابع $f(x) = -\frac{1}{3}x^3$ و $g(x) = bx^2$ رسم شده است. حاصل $f(a) + g(a)$ کدام است؟



$$f(-2) + g(-2) = -\frac{1}{3}(-2)^3 + (-2)^2$$

به صفر نزدیک تر است

$$\begin{aligned} & -6 \quad (1) \\ & 6 \quad (2) \\ & -\frac{16}{27} \quad (3) \\ & \frac{16}{27} \quad (4) \end{aligned}$$

$$g(1) = b = -2$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = g\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} \quad a = -\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

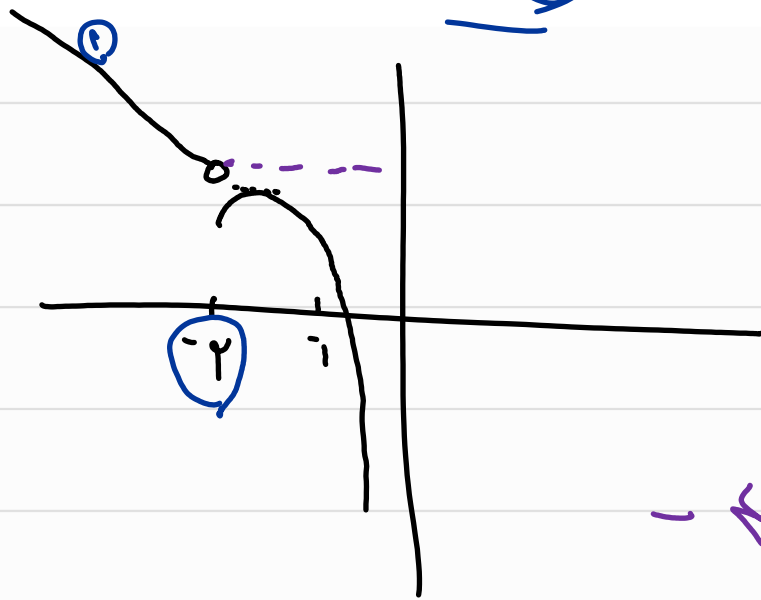
$$a = -\frac{2}{9}$$

$$a = -\frac{2}{9}$$

۶- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+1|+1 & ; x \leq -2 \\ -x^2-ax & ; x > -2 \end{cases}$ روی \mathbb{R} اکیداً نزولی است. حدود مقادیر a کدام است؟

(۲) $[4, +\infty)$
 (۴) هیچ مقدار a

(۱) $[-2, 4]$
 (۳) $(-\infty, 4]$



$x_1 = -1/2 \leq -2$
 $a \geq 7$

$-2 + 2a \leq 2 \rightarrow a \leq 2$

۷- تابع $f(x) = |x-1|(x-1) - 4x$ مفروض است. اگر به ازای هر مقدار m عضو بازه (a, b) نامساوی $f(\frac{m+a}{2}) > f(\frac{m+b}{2})$ برقرار باشد، بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

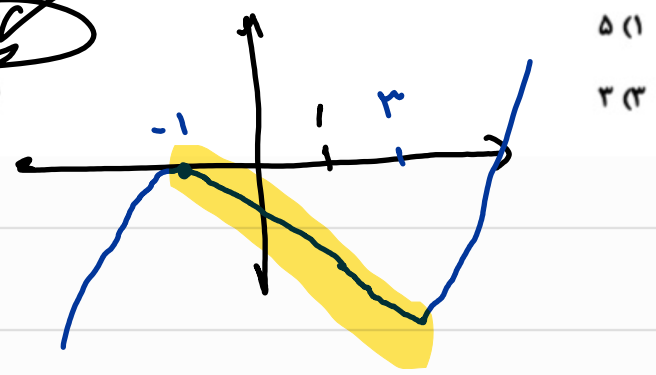
نمود

$$-(x+1)^2 \quad x < 1$$

$$x^2 - 4x + 1 \quad x \geq 1$$

$a < m < b$

$$\frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2}$$



$$-(x-1)(x-1) - 4x$$

$$-(x-1)^2 + 4x$$

$$-(x^2 - 2x + 1) + 4x \rightarrow -(x+1)^2$$

$$-1 < \frac{m+a}{2} < \frac{m+b}{2} < 1$$

$m \in (-2-a, 4-b)$
 (a, b)

$$-2-a \leq a \rightarrow a \geq -1$$

$$4-b \geq b \rightarrow b \leq 2$$

max = 4
 min = 2

$$4 - (-1) = 5$$

اگر $(x^2 + 2)p(x) = x^{20} - 22x^2 - 8$ باشد، مجموع ضرایب مثبت چندجمله‌ای $p(x)$ کدام است؟

$$(x^2)^k - 22x^2$$

$$241 \text{ (1)}$$

$$682 \text{ (2)}$$

$$512 \text{ (3)}$$

$$(x^2 + 2)p(x) = (x^2 + 2) \left(1(x^2)^9 - 2(x^2)^1 + 2(x^2)^0 + \dots \right)$$

$$0 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

$$1 + 2 + 2 + 2 + 2 =$$

$$1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \Rightarrow 241$$

۹- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^p x - \cos^q x + \frac{1}{\lambda} \cos \gamma x \cos \varphi x$ برابر T و بیشترین مقدار آن برابر M است. حاصل TM کدام است؟

$$S - C = (S - C)^2$$

$$(S + C + C)^2$$

$$(S + C + C)^2 - (S - C)^2 = 4SC$$

$$4SC = (S + C)^2 - (S - C)^2$$

$$4SC = 4SC$$

$$\frac{5\pi}{16} \text{ (T)}$$

$$\frac{7\pi}{12} \text{ (T)}$$

$$\frac{7\pi}{8}$$

$$\frac{7\pi}{4}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$T = \frac{4\pi}{\lambda}$$

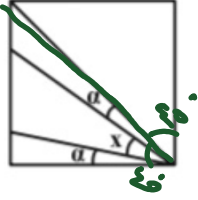
$$M = \frac{V}{\lambda}$$

$$-\cos 2\alpha \left(1 - \frac{1}{\lambda} \cos \gamma x \cos \varphi x \right)$$

$$-\cos 2\alpha \left(\frac{\sqrt{1 + \cos 2\alpha}}{\lambda} \right)$$

$$\left(-\frac{V}{\lambda} \cos \gamma x \right) - \frac{1}{\lambda} \cos \gamma x \cos \varphi x$$

۱۰- در مربع شکل مقابل، اگر $\tan \alpha = \frac{1}{5}$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟



$$\frac{7}{22} \quad (2)$$

$$\frac{5}{22} \quad (3)$$

$$\frac{5}{17} \quad (1)$$

$$\frac{7}{17} \quad (4)$$

$\tan(\alpha + \alpha) = \tan 2\alpha$ (1)

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{25}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{24}{25}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} \rightarrow \frac{\frac{2}{5} + \tan \alpha}{1 - \frac{2}{5} \tan \alpha} = 1$$

$$1 - \frac{2}{5} \tan \alpha = \frac{2}{5} + \tan \alpha$$

$$\left(1 + \frac{2}{5}\right) \tan \alpha = \frac{1 - \frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} \rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{7}{3}$$

۱۱- تعداد جوابهای معادله $2 - 3 \sin 3\pi x = 0$ در بازه $(0, \frac{5}{3})$ کدام است؟

۵ (۲)

۷ (۴)

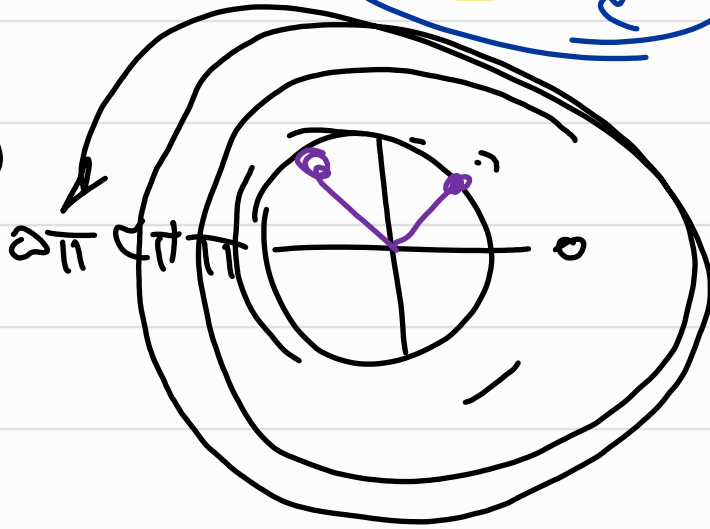
۴ (۱)

~~۶ (۳)~~

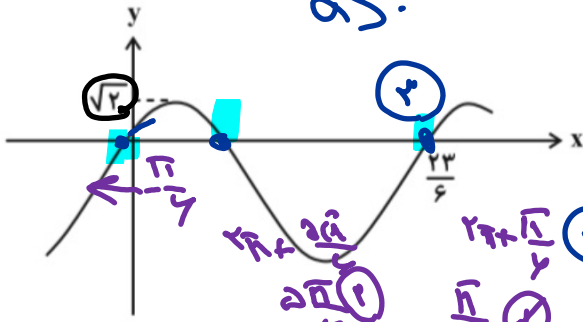
$\sin 3\pi x = \frac{2}{3}$

$0 < x < \frac{5}{3}$

$0 < 3\pi x < 5\pi$



۱۲- بخشی از نمودار تابع $f(x) = 2a \sin(b\pi x + \frac{\pi}{4}) - a$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $b > 0$ باشد، حاصل $\frac{a^2}{b}$ کدام است؟

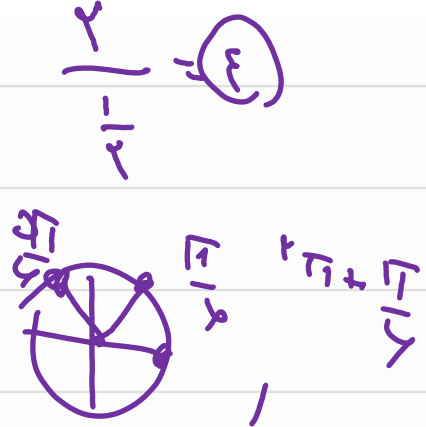


$$2a - a = \sqrt{2}$$

$$a = \sqrt{2}$$

- (۱) ۴
- (۲) $\frac{92}{7}$
- (۳) $\frac{4}{9}$
- (۴) -۹۲

$$2\sqrt{2} \sin(b\pi x + \frac{\pi}{4}) - \sqrt{2} = 0$$

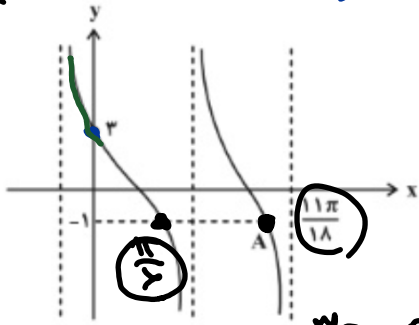


$$\frac{2b\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

۱۳- بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ در شکل زیر رسم شده است. طول نقطه A کدام است؟

tan



$$f(x) = 3 \rightarrow a \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 3 \rightarrow a \sqrt{3} = 3$$

$$a = \sqrt{3}$$

- $\frac{\pi}{2}$ ✓
- $\frac{2\pi}{3}$ (۲)
- $\frac{4\pi}{3}$ (۳)
- $\frac{5\pi}{6}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$
 $\frac{2\pi}{3}$
 $\frac{4\pi}{3}$
 $\frac{5\pi}{6}$
 $\frac{\pi}{2}$
 $\frac{2\pi}{3}$
 $\frac{4\pi}{3}$
 $\frac{5\pi}{6}$

~~$\sqrt{3}$~~ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = x + \frac{\sqrt{3}}{2}$



$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

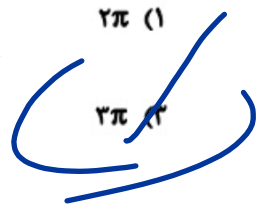
۱۴- مجموع جواب‌های معادله $\sin x = \tan 2x$ در بازه $(0, 2\pi)$ کدام است؟

$$\sin 2x = \frac{\sin 2x \cos 2x}{\cos 2x - 1}$$

$$\frac{5\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad (4)$$

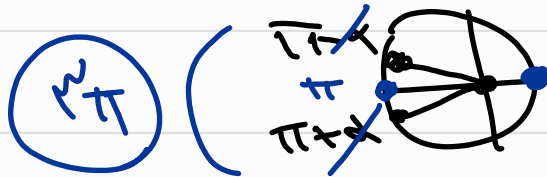
$$\frac{\sin 2x}{\cos 2x}$$



$$\sin 2x = 0$$

$$\frac{\cos 2x}{\cos 2x - 1} = 1$$

$$\cos 2x - \cos 2x - 1 = 0 \rightarrow \cos 2x = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$$



۱۵- معادله $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}$ چند جواب متمایز در بازه $(0, 2\pi)$ دارد؟

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2\sqrt{2} \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 2\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin 2\alpha$$

$$\alpha = k\pi + \alpha + \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = k\pi + \pi - \alpha - \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{4}$$

$\frac{\pi}{4}$
 $\frac{5\pi}{4}$
 $\frac{9\pi}{4}$
 $\frac{13\pi}{4}$

-۲-۲
 -۱۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{2x^5 + ax^2 + b} = -\infty$ باشد، حاصل $a-b$ کدام است؟

-1 (۲)
 -12 (۴)

$(a-1)2$ (۱)
 -10 (۳)

$f(1) = 0 \rightarrow 2 + a + b = 0 \rightarrow a + b = -2$

$f'(1) = 1 \rightarrow 10a + 2a = 1 \Rightarrow f'(1) = 10 + 2a = 1 \Rightarrow a = -\frac{9}{2}$

۱۷- فرض کنید $f(x) = \tan\left(\frac{2\pi}{x+1}\right)$ و $D_f = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ باشد. نمودار تابع f چند مجانب قائم دارد؟

$2(2)$

۱(۱)

۴(۴) صفر

۳(۳)

$$2x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi}{x+1} = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

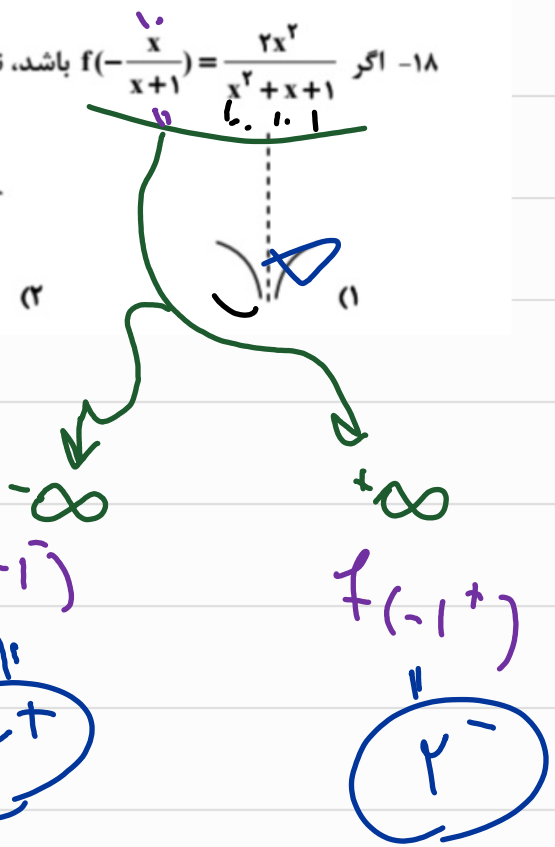
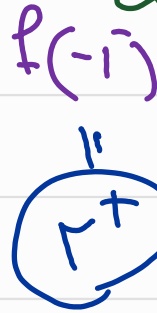
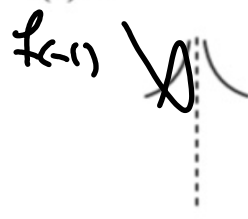
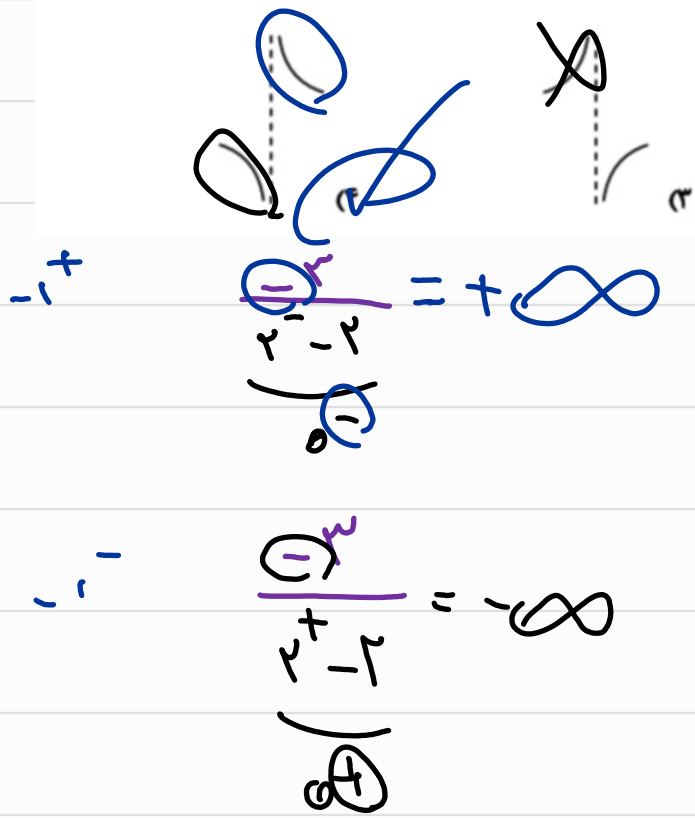
$$\frac{2}{x+1} = \frac{2k+1}{2}$$

$$2x = \frac{2}{\frac{2k+1}{2}} - 1$$

$$\frac{1}{c} < \frac{1}{2k+1} < \frac{1}{c} \rightarrow \frac{1}{c} \leq \frac{1}{2k+1} \leq 1$$

$$1 \leq 2k+1 \leq c \rightarrow 0 \leq k \leq \frac{c-1}{2}$$

اگر -18 باشد، نمودار تابع $f\left(-\frac{x}{x+1}\right) = \frac{2x^2}{x^2+x+1}$ در اطراف $x = -1$ کدام است؟



۱۹- فرض کنید $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$ و $g(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x - 1}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f - g)(x)$ کدام است؟

(۱) صفر

(۳) -۲

(۲) -۱

$$\frac{\frac{x^2}{x^2 + x + 1} - \frac{x^2}{x^2 - 2x - 1}}{1} = \frac{\frac{x^2(x^2 - 2x - 1) - x^2(x^2 + x + 1)}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)}}{1} = \frac{-2x^2 - x - 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x - 1)}$$

-۳

۲۰- اگر مساحت مثلث حاصل از وصل کردن محل تقاطع مجانب‌های نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax|x|}{x^2 - x + \frac{1}{4}}$ با مبدأ مختصات برابر ۸ باشد،



مقام $(x - \frac{1}{2})^2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

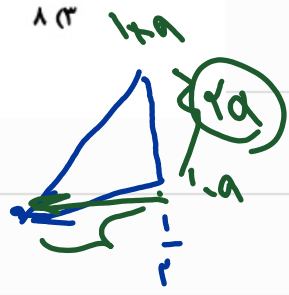
$-4(x)$
 $-16(x)$

مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

۲ (۱)

۸ (۳)

$$\begin{vmatrix} (\frac{1}{2}, 1+a) \\ (\frac{1}{2}, 1-a) \\ (0, 0) \end{vmatrix}$$



$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+a)x^2}{x^2} = 1+a$
مجاانب‌ها
افقی

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-a)x^2}{x^2} = 1-a$

$\cancel{1+a}x \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1+a}{2} = 1$
 $1+a = 2$

