



$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)}$   $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x}$   $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x}$

آزمون الکترونیکی امرحله ۱۵ کنکورهای ریاضی

۱- اگر  $f(x)$  تابعی پیوسته و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 2}{2x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{4}$  باشد، مشتق تابع  $y = f(\frac{1}{x}) - f^2(x^2 - 3)$  به ازای  $x = 2$  چه عددی است؟

$y' = -\frac{1}{x^2} \times f'(1) - 2f(1) \times f'(1) \times (2x) = -\frac{1}{4} \times 1 - 2 \times 1 \times 1 \times 4 = -\frac{1}{4} - 8 = -8.25$

۲- اگر  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  و  $g(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2$  مقدار  $g'(f(6)) \times f'(6)$  چه عددی است؟

$g'(f(6)) = 2(\sqrt{6+1} - 1) = 2(\sqrt{7} - 1)$   
 $f'(6) = 1 + \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{6}}$   
 $g'(f(6)) \times f'(6) = 2(\sqrt{7} - 1) \times \frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{6}}$

۳- اگر  $g \circ f(x) = x + 4\sqrt{x}$  و  $g'(x) = \frac{-1}{x}$  باشد، مشتق تابع  $y = \frac{f'(x)}{f(x)}$  به ازای  $x = 4$  چه عددی است؟

$f'(x) \times g'(f(x)) = f'(x) \times \frac{-1}{f(x)} = -\frac{f'(x)}{f(x)}$   
 $\frac{f'(x)}{f(x)} = -\frac{1}{12}$

۴- کدام خط بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 - x$  مماس است؟

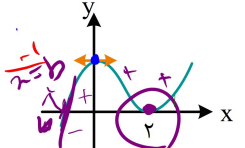
$f(x) = x^2 - x$   
 $f'(x) = 2x - 1$   
 $y = \frac{2}{9}$   $y = \frac{2}{27}$

۵- اگر  $f(x) = 2x + \sqrt{x}$  باشد، آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[1, 4]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای  $f^{-1}$  در  $x = 3$  چقدر اختلاف دارد؟

$f(4) - f(1) = 8 + 2 - 2 - 1 = 7$   
 $4 - 1 = 3$   
 $\frac{7}{3}$

۶- نمودار تابع  $f(x) = (x-a)^2 \times (x-b)$  به شکل مقابل است. مجموع مختصات نقطه عطف تابع کدام است؟

$f(x) = (x^2 - \epsilon a + \epsilon)(x - b)$   
 $= (x^3 - \epsilon a x^2 + \epsilon x - b x^2 + \epsilon b x - \epsilon b)$   
 $f'(x) = 3x^2 - 2\epsilon a x + \epsilon - 2bx + \epsilon b$   
 $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - (2\epsilon a + 2b)x + (\epsilon + \epsilon b) = 0$



۷- هرگاه بیشترین مقدار تابع  $f(x) = x + a\sqrt{2a-x}$  برابر ۱۲ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$f'(x) = 1 + a \frac{-1}{2\sqrt{2a-x}} = 0$   
 $1 = \frac{1}{2\sqrt{2a-x}}$   
 $2\sqrt{2a-x} = 1$   
 $4(2a-x) = 1$   
 $8a - 4x = 1$   
 $8a - 4(2a-x) = 1$   
 $8a - 8a + 4x = 1$   
 $4x = 1$   
 $x = \frac{1}{4}$   
 $f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{4} + a\sqrt{2a - \frac{1}{4}} = 12$

۸- تابع  $f(x) = (x+2a)^2(x-a)$  فقط در بازه  $(-2, 0)$  نزولی آید است. مقدار  $a$  کدام است؟

$f'(x) = 2(x+2a)(x-a) + (x+2a)^2 = 2(x^2 + 2ax - ax - 2a^2) + x^2 + 4ax + 4a^2$   
 $= 2(x^2 + ax - 2a^2) + x^2 + 4ax + 4a^2$   
 $= 3x^2 + 6ax - 4a^2$   
 $\Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6ax - 4a^2 = 0$   
 $x = -2a$

محل انجام محاسبات

$f(\frac{a^2 - 1a}{-2}) = \frac{a^2 - 1a}{-2} + a\sqrt{\frac{1a}{2} + \frac{a^2 - 1a}{-2}}$

$\Rightarrow \frac{a^2 - 1a}{-2} + \frac{1a^2}{2} = 12$

$\frac{-a^2 - 1a}{-2} = 12 \Rightarrow a^2 + 1a - 24 = 0$   
 $(a+4)(a-6) = 0$   
 $a = 6$

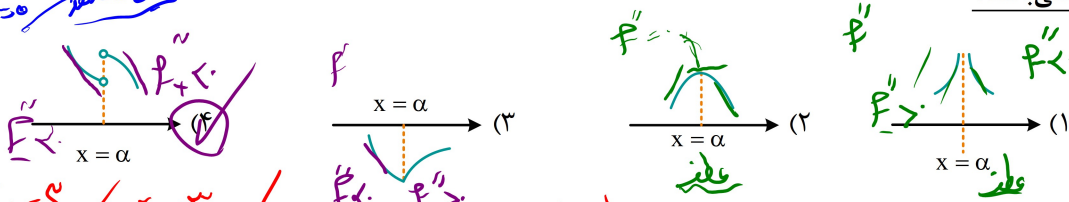
$f(x) = x^{\frac{1}{2}}(a-x) = ax^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{3}{2}}$   $\rightarrow f'(x) = \frac{a}{2}x^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$   $\rightarrow f'(x) = 0 \rightarrow \frac{a}{2} \times x^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \times x^{\frac{1}{2}}$

گروه آموزشی ساسا

۹- طول نقطه عطف تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}(a-x)$  می باشد. مقدار  $f'(2a)$  کدام است؟

$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}(a-x) + \sqrt[3]{x}(-1)$   
 $f'(2a) = \frac{1}{3}(2a)^{-\frac{2}{3}}(a-2a) - \sqrt[3]{2a}$   
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt[3]{4a^2}} \times (-a) - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{a}{3\sqrt[3]{4a^2}} - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{a}{3 \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{a^2}} - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{a}{3 \times 2^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}}} - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{a^{\frac{1}{3}}}{3 \times 2^{\frac{1}{3}}} - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{\sqrt[3]{a}}{3 \times \sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{2a}$   
 $= -\frac{\sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{2a}$

۱۰- تابعی پیوسته می باشد. در گزینه ها نمودار  $f'$  در همسایگی  $x = \alpha$  رسم شده است. در کدام گزینه،  $\alpha$  طول نقطه عطف نمی باشد؟



۱۱- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$  را نسبت به محور  $y$ ها قرینه کرده و سپس ۲ واحد به راست و ۳ واحد به پایین انتقال می دهیم تا تابع  $g(x)$  به دست آید. تعداد اعضای صحیح دامنه تابع  $y = \sqrt{1+2g(x-1)}$  کدام است؟

$f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$   
 $g(x) = \frac{2(x-1)-1}{(x-1)+3} = \frac{2x-3}{x+2}$   
 $y = \sqrt{1+2g(x-1)} = \sqrt{1+2 \times \frac{2(x-1)-1}{(x-1)+3}}$   
 $= \sqrt{1+2 \times \frac{2x-3}{x+2}}$   
 $= \sqrt{\frac{x+2+4x-6}{x+2}} = \sqrt{\frac{5x-4}{x+2}}$   
 Domain:  $\frac{5x-4}{x+2} \geq 0$   
 $x < -2$  or  $x \geq \frac{4}{5}$   
 Integer solutions:  $x = -3, -4, -5, \dots$  and  $x = 1, 2, 3, \dots$   
 Total count: 10

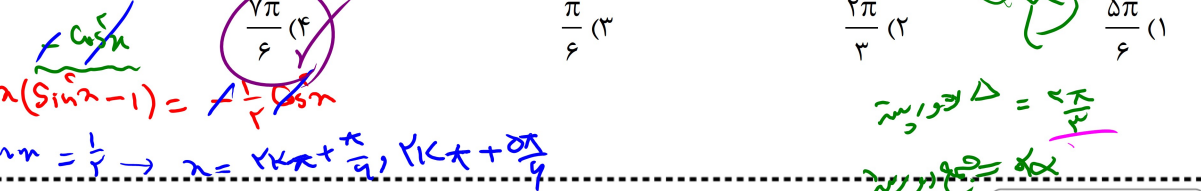
۱۲- اگر  $f(x) = 2x - \sqrt{2-x}$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) < f^{-1}(2x-1)$  کدام است؟

$f(x) = 2x - \sqrt{2-x}$   
 $f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) < f^{-1}(2x-1)$   
 $\frac{x}{2} < 2x-1$   
 $x < 4x-2$   
 $2 < 3x$   
 $x > \frac{2}{3}$

۱۳- باقی مانده تقسیم چند جمله ای  $f(x)$  بر  $x^2 - 5x + 6$  و  $x^2 - 2x + 2$  به ترتیب برابر  $2x+1$  و  $2-3x$  است. باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $F(x) = 5$  و  $F(x) = 7$  کدام است؟

$f(x) = (x^2 - 5x + 6)Q_1(x) + (2x + 1)$   
 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)Q_2(x) + (2 - 3x)$   
 $F(x) = 5$   
 $F(x) = 7$

۱۴- قسمتی از نمودار تابع  $y = 2b + a \cos(bx)$  به صورت مقابل است. دوره تناوب این تابع چند برابر  $a$  است؟



۱۵- اگر  $\alpha - \frac{\pi}{3}$  و  $\alpha + \frac{\pi}{3}$  دو عضو از مجموعه جواب معادله مثلثاتی  $\sin^2 x = \sin x - \frac{1}{4} \cos^2 x$  باشند، مقدار  $\alpha$  کدام می تواند باشد؟

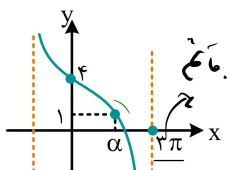
$\sin^2 x = \sin x - \frac{1}{4} \cos^2 x$   
 $\sin^2 x + \frac{1}{4} \cos^2 x = \sin x$   
 $\sin^2 x + \frac{1}{4} (1 - \sin^2 x) = \sin x$   
 $\frac{3}{4} \sin^2 x - \sin x + \frac{1}{4} = 0$   
 $3 \sin^2 x - 4 \sin x + 1 = 0$   
 $(3 \sin x - 1)(\sin x - 1) = 0$   
 $\sin x = \frac{1}{3}$  or  $\sin x = 1$   
 $\alpha - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$  or  $\alpha - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$   
 $\alpha = \frac{\pi}{2}$  or  $\alpha = \frac{5\pi}{6}$

محل انجام محاسبات



$a+x=2$   
 $f(0)=a \cdot 2 \tan(\frac{\pi}{2}) = 2a$

۱۶- نمودار تابع  $f(x) = a - 2 \tan(bx - \frac{\pi}{4})$  در یک دوره تناوب به صورت مقابل است. حاصل  $\tan \alpha$  کدام است؟



$f(x) = 2 - 2 \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x)$

$f(x) = y - 2 \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x) = 1 - 2 \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x)$

$2 \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x) = 1 - f(x)$

$\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x) = \frac{1 - f(x)}{2}$

$\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x) = \frac{1 - 1}{2} = 0$

$\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x) = 0$

$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}x = 0$

$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}x$

$x = \frac{1}{2}$

$\tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2}) = \tan(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \tan(0) = 0$

$0 = \frac{1 - f(\frac{1}{2})}{2}$

$0 = \frac{1 - f(\frac{1}{2})}{2}$

$0 = 1 - f(\frac{1}{2})$

$f(\frac{1}{2}) = 1$

$f(\frac{1}{2}) = a - 2 \tan(b \cdot \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$a - 2 \tan(\frac{b}{2} - \frac{\pi}{4}) = 1$

$\tan \alpha = \frac{2}{1} = 2$

$\tan(\alpha) = \frac{2 \tan(\frac{\pi}{4})}{1 - \tan^2(\frac{\pi}{4})}$

$\tan(\alpha) = \frac{2 \cdot 1}{1 - 1} = \frac{2}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) + 2x + 1}{x - 1} = -\infty$  اگر  $-17$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) + 2x + 1}{x - 1} = -\infty$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

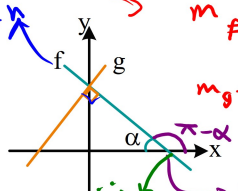
$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

$f(1) + 2 + 1 = f(1) + 3 = 0$

۱۸- نمودار توابع خطی f و g به صورت مقابل است. اگر  $\cos 2\alpha = 0/28$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(f-g^{-1})(x)}{(f^{-1}-2g)(x)}$  کدام است؟



$m_f = 1/a$

$m_g = -a$

$m_f = a = \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$

$a = -\tan \alpha$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{1+x} = 0$

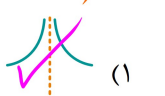
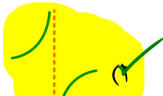
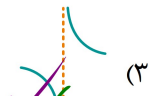
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x-1)^2} = 0$

$f(1) = 0$

۱۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(-1)^{[x]}}{f(x)} = +\infty$  باشد، ضابطه f(x) کدام می تواند باشد؟

$\frac{1-x}{0^-}$

۲۰- تابع  $f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + a}$  فقط ۲ مجانب قائم دارد. نمودار تابع f(x) در اطراف مجانب قائم خود، کدام نمی تواند باشد؟



$x \rightarrow 2^+ \rightarrow \frac{1}{0^+} = +\infty$

$x \rightarrow 2^- \rightarrow \frac{1}{0^-} = -\infty$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

$f(x) = \frac{1}{x^3 - 12x + 14}$

محل انجام محاسبات