

۱- با توجه به پیش‌بینی درخواست بازار آهن، کارخانه ذوب آهن اصفهان، از روز شنبه به بعد تولید خود را در هر روز، سه برابر روز قبل کرده است. در پایان روز سه‌شنبه مجموع تولید فولاد در چهار روز به ۸۰ هزار تن رسیده است. مقدار تولید فولاد در روز یکشنبه چند هزار تن بوده است؟

۸ (۴)
۱۸ (۳)
۶ (۲)
۲ (۱)

$$k + 3k + 9k + 27k = 80 \Rightarrow 40k = 80 \Rightarrow k = 2 \text{ هزار تن}$$

$3 \times 2000 = 6000$

۲- قطاری مسافت ۶۰ کیلومتر را با سرعت ثابت v کیلومتر بر ساعت طی می‌کند. اگر در مسیر برگشت از سرعت قطار ۱۰ کیلومتر بر ساعت کاسته شود، زمان برگشت $\frac{1}{4}$ ساعت طولانی‌تر از زمان رفت خواهد بود. مجموع زمان رفت و برگشت چند ساعت است؟

رفت	۴۰ کیلومتر	زمان رفت	۳ (۱)
لا کیلومتر	۱ ساعت	ساعت = $\frac{40}{v}$	۲ (۳)

برگشت	۴۰ کیلومتر	زمان برگشت	۳ (۱)
لا کیلومتر	۱ ساعت	ساعت = $\frac{40}{v-10}$	۲ (۳)

$\frac{1}{4} + \text{زمان رفت} = \text{زمان برگشت}$

$$\frac{40}{v-10} = \frac{40}{v} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{40}{v-10} = \frac{120 + v}{2v}$$

$$120v = (v-10)(120+v)$$

$$120v = 120v + v^2 - 1200 - 10v$$

$$\Rightarrow v^2 - 10v - 1200 = 0$$

$$\Rightarrow v^2 - 10v - 1200 = 0$$

$$(v-40)(v+30) = 0$$

$$\begin{cases} v = -30 \text{ کیلومتر بر ساعت} \\ v = 40 \text{ کیلومتر بر ساعت} \end{cases}$$

مجموع زمان رفت برشته = $\frac{40}{v} + \frac{40}{v-10}$

$$= \frac{40}{40} + \frac{40}{40-10} = 1 + \frac{40}{30} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3} = 2 \text{ و } \frac{1}{3}$$

۳- معادله تقاضای یک شرکت تولیدی $x = 1200 - 6p$ و معادله هزینه کل آن $C = 14400 - ax$ است، اگر به ازای تولید ۴۵۰ کالا سود شرکت بیشترین مقدار شود، a کدام است؟

۱۲ (۱) ۱۲ (۲) ۵۰ (۳) صفر

هزینه - در آمد = سود

$$P = \frac{1200 - x}{6} = 200 - \frac{x}{6}$$

$$\text{سود} = 200x - \frac{x^2}{6} - (14400 - ax)$$

$$\text{در آمد} = P \times x = (200 - \frac{x}{6})x$$

$$\text{سود} = 200x - \frac{x^2}{6} - 14400 + ax$$

$$\text{در آمد} = 200x - \frac{x^2}{6}$$

$$\text{سود} = -\frac{x^2}{6} + (a+200)x - 14400$$

$$\text{هزینه} = 14400 - ax$$

$$x = -\frac{a+200}{-\frac{1}{3}}$$

زمانی سود بیشترین مقدار ممکن می شود $x = -\frac{a+200}{2a}$

$$450 \times \frac{1}{6} = a + 200 \rightarrow 150 = a + 200 \Rightarrow a = 150 - 200 = -50$$

۴- اگر ریشه معادله $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{2x+1} = \frac{9}{5}$ ریشه معادله $kx^2 + (k+1)x - 2 = 0$ نیز باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x}{x+1}$$

$$x=4 \rightarrow 14k + 4k + 4 - 2 = 0$$

$$18k + 2 = 0 \rightarrow k = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{2x+1} = \frac{9}{5}$$

۰/۱ (۳) ۰/۲ (۲) ۰/۲ (۱)

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{1}{\frac{x+1}{x+1} + \frac{x}{x+1}} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = \frac{x}{x+1}$$

$$\frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = \frac{x}{x+1}$$

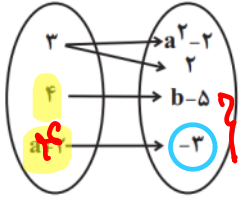
$$x = 4$$

$$10x + 5 = 9x + 9$$

$$\frac{x+1}{2x+1} + \frac{x}{x+1} + \frac{x}{2x+1} = \frac{x+1}{x+1} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+1}{x+1} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{x+1}{2x+1} + \frac{x}{x+1} + \frac{x}{2x+1} = \frac{x+1}{2x+1} = 1 + \frac{x}{2x+1} - \frac{x}{x+1} - \frac{x}{2x+1}$$

دامنه



$$a+2=f$$

$$\Rightarrow a = +2f$$

$$b-5 = -3$$

$$\Rightarrow b = 2$$

۵- نمودار پیکانی زیر مربوط به یک تابع با دامنه دو عضوی است. $a-b$ کدام است؟

۲ (۲)

۴ (۱)



-۴ (۳)

۶- تابع خطی f از سه نقطه $(k-2, -8)$ ، $(2k+1, 4)$ و $(1, k-3)$ عبور کرده و از ناحیه دوم مختصات نمی گذرد. مقدار $f(6)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۳ (۲)

۱۱ (۱)

۲۳ (۳)

۲۳ (۲)

۱۵ (۱)

$$\text{شیب} = \frac{4 - (-8)}{2k+1 - (k-2)} = \frac{4+8}{2k+1-k+2} = \frac{12}{k+3}$$

$$\text{شیب} = \frac{k-8-4}{1 - (2k+1)} = \frac{k-12}{1-2k-1} = \frac{k-12}{-2k}$$

$$\frac{12}{k+3} = \frac{k-12}{-2k}$$

$$-24k = k^2 - 4k - 24$$

$$\Rightarrow k^2 + 20k - 24 = 0$$

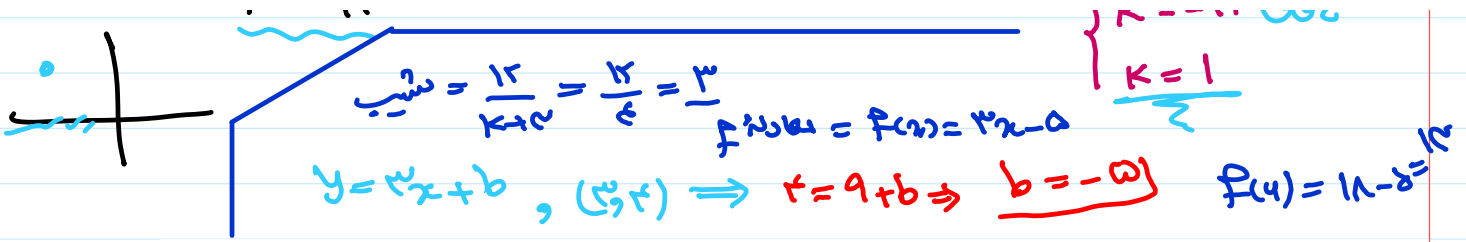
$$(k+24)(k-1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = -24 \\ k = 1 \end{array} \right.$$

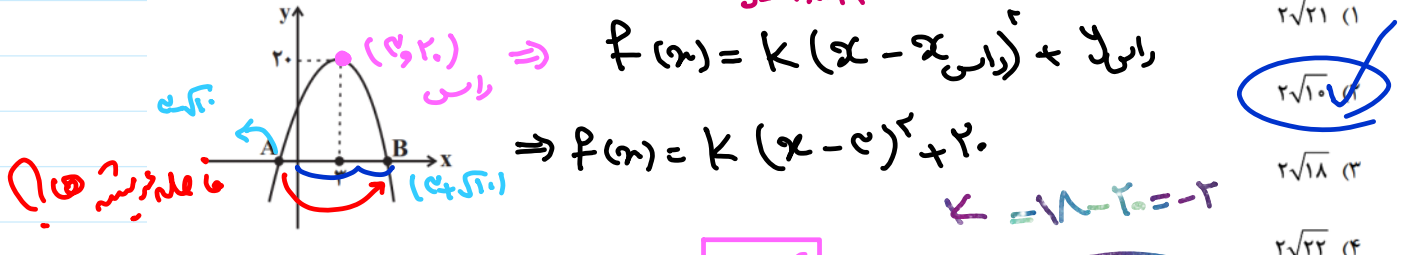
$$\underline{k = 1}$$

نقطه $(2, 4)$ \Rightarrow $k = -24$ \Rightarrow $(2k+1, 4) = (-47, 4)$ \Rightarrow از ناحیه دوم عبور کرده

$$\text{شیب} = \frac{12}{k+3} = \frac{12}{1+3} = 3$$



۷- نمودار تابع سهمی $f(x)$ مطابق شکل زیر است. اگر تابع f با خط $y - 4x = 2$ در نقطه‌ای به طول ۴ برخورد نماید، طول پاره خط AB کدام است؟



$f(x) = k(x - c)^2 + 2 = 4x + 2$ $\xrightarrow{x=4}$ $k(1) + 2 = 14 + 2 = 16$

$k = -2 \Rightarrow f(x) = -2(x - c)^2 + 2 = 0 \rightarrow \sqrt{(x - c)^2} = \sqrt{1}$

$\sqrt{(x - c)^2} = |x - c| = \sqrt{1} \Rightarrow \begin{cases} x - c = \sqrt{1} \Rightarrow x_1 = c + \sqrt{1} \\ x - c = -\sqrt{1} \Rightarrow x_2 = c - \sqrt{1} \end{cases}$

$AB = \text{امتلاف} = c + \sqrt{1} - (c - \sqrt{1}) = 2\sqrt{1}$

۸- تابع $y = -x^2 + mx - 9$ بر نیمساز ربع سوم مماس است. (تابع و خط تنها در یک نقطه برخورد دارند.) کمترین مقدار سهمی $y = 2x^2 + (m - 2)x + 4$ کدام است؟

$y = -x^2 + mx - 9 = x \xrightarrow{\Delta=0} x^2 - mx + x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 + (1 - m)x + 9 = 0$

$1 - m = +4 \Rightarrow m = -3$
 $1 - m = -4 \Rightarrow m = 5$ (غیق)
 $x = \frac{-(1 - m)}{2} < 0 \Rightarrow \frac{m - 1}{2} < 0 \Rightarrow m - 1 < 0 \Rightarrow m < 1$

۹- در یک بررسی آماری انحراف ۵ داده از میانگین هر یک برابر ۲-، انحراف ۴ داده از میانگین هر یک برابر ۱ و انحراف ۳ داده از میانگین هر یک برابر ۳ است. تعداد کل داده‌ها چقدر است؟

$x_i - \bar{x}$

۱۱ (۳) ✓

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

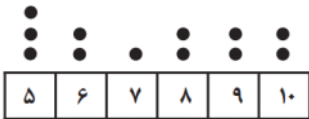
۹ (۱)

$$5 + 4 + 2 = 11$$

$$x \times 3 + 4x + 2x - 2 = 0$$

$$3x + 4 - 1 = 0 \rightarrow 3x - 1 = 0 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} = 1$$

۱۰- اگر داده‌های مربوطه به نمودار نقطه‌ای زیر را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، واریانس داده‌های بیش‌تر از Q_1 و کم‌تر از Q_3 کدام است؟

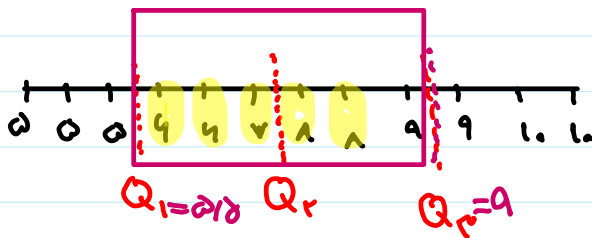


۰/۶ (۲)

۰/۴ (۱)

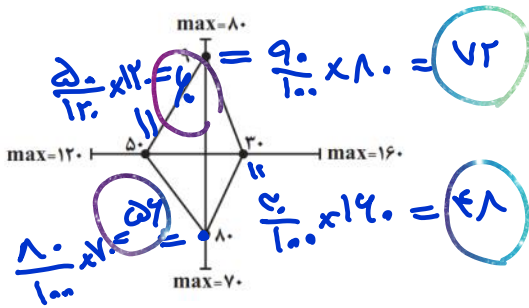
۰/۹ (۴)

۰/۸ (۳) ✓



$$\bar{x} = \frac{4+4+7+8+8}{5} = 7$$

$$\sigma^2 = \frac{(4-7)^2 + (4-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (8-7)^2}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$



۱۱- میانگین داده‌های نمودار راداری زیر کدام است؟

۵۹ ✓

۶۸ (۲)

۶۲/۵ (۳)

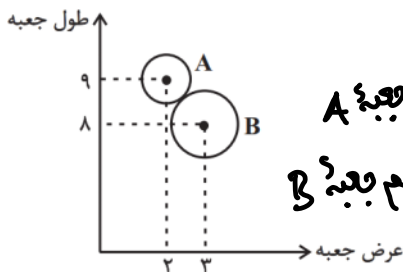
۵۷/۵ (۴)

$$\bar{x} = \frac{54 + 78 + 72 + 40}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{244}{4} = 61$$

۱۲- در نمودار حبابی شکل زیر، طول، عرض و ارتفاع دو جعبه نمایش داده شده است. اگر حجم جعبه A، $\frac{3}{5}$ حجم جعبه B باشد، نسبت شعاع دایره

$$\frac{r_A}{r_B}$$



$$h \propto r^2$$

$$\text{حجم جعبه A} = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = 9 \times 2 \times h$$

$$\text{حجم جعبه B} = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = 8 \times 3 \times h'$$

$$\text{حجم A} = \frac{3}{5} \times \text{حجم B} \Rightarrow 18 \times h = \frac{3}{5} \times 24 \times h'$$

$$\Rightarrow h = \frac{4}{5} h' \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{r_A^2}{r_B^2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \sqrt{\frac{4}{5}}$$

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ✓

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{2}{3}$

$$T \leftrightarrow T \leftrightarrow T \quad F \leftrightarrow F \leftrightarrow F$$

۱۳- گزاره $((p \Rightarrow q) \vee r) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow r)$ در کدام یک از حالت‌های زیر همواره درست است؟

- گزاره ۱) p نادرست باشد. $T \leftrightarrow T$
 گزاره ۲) p درست باشد. $F \leftrightarrow T \leftrightarrow F$
 گزاره ۳) q درست و گزاره r نادرست باشد.
 گزاره ۴) q نادرست باشد.

راه حل: جایگذاری نرینها

۱۴- ضابطه تابع $y = ||x-2|+2x|+2x+2|-x|$ به ازای $\frac{y}{3} < x < \frac{y}{2}$ به صورت یک تابع خطی به فرم $y = ax + b$ می‌شود. مقدار b کدام است؟

$\frac{y}{2} < x < \frac{y}{3} \Rightarrow \frac{y}{2} < 3x < y \Rightarrow [9x] = y$
 $\frac{y}{2} < 3x < y \Rightarrow \frac{y}{3} < x < \frac{y}{2}$
 $\frac{y}{3} < x < \frac{y}{2}$

۱) -5
 ۲) $\frac{5}{4}$
 ۳) 5
 ۴) $-\frac{5}{4}$

$$y = [x-2+2x] + 2x + [x] = [3x-2] + 4x$$

$$= [0x] - 2 + 2x = 2x + \underbrace{[0x]}_0 - 2 = 2x + 0 - 2 = 2x - 2$$

۱۵- تابع f ، همانی است و در نمایش تابع g تمامی نقاط روی یک خط افقی با عرض مثبت $k > 0$ هستند. اگر $2g(5) + 3 = \frac{g^2(-5) - f(2) \times g(-1)}{f(2)}$ باشد، تابع $f(x) = x$ و $g(x) = k$ را در نظر بگیرید. $2 + 9 = 11 = 2 + k$ کدام است $f(2) + g(1)$ ؟

$$\frac{k^2 - 2k}{3} = \frac{2k + 9}{1} \Rightarrow k^2 - 2k = 4k + 9$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 2k - 9 = k^2 - 6k - 9 = 0$$

$$(k+1)(k-9) = 0$$

$$\begin{cases} k = -1 & \text{نادرست} \\ k = 9 & \text{درست} \end{cases}$$

۱۶- اگر $(f+g)(x) = x^2 - 8x$ و $(2f-g)(x) = 5x^2 - x$ باشد، مقدار $g(1)$ کدام است؟

-4 (۴)

-1 (۳)

-6 (۲) ✓

-5 (۱)

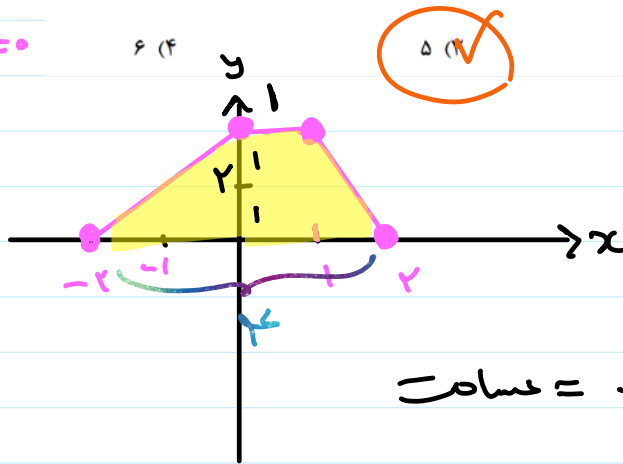
$$f+g = x^2 - 8x \quad \text{و} \quad 2f-g = 5x^2 - x$$

$$\left. \begin{array}{l} f+g = x^2 - 1x \\ 2f - g = 2x^2 - x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \oplus \\ \Rightarrow \end{array} \begin{array}{l} 3f = 4x^2 - 9x \\ \Rightarrow f(x) = \underline{4x^2 - 9x} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} f+g = x^2 - 1x \\ -f = 2x^2 + 3x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \ominus \\ \Rightarrow \end{array} \begin{array}{l} g(x) = -x^2 - 2x \\ g(1) = -1 - 2 = \underline{-3} \end{array}$$

$f(x) = 0$, $f(1) = 2$
 $f(0) = 2$, $f(-2) = 0$

۱۷- مساحت محدود به نمودار تابع چند ضابطه‌ای $f(x) = \begin{cases} -2x+4 & , 1 < x \leq 2 \\ 2 & , 0 \leq x \leq 1 \\ x+2 & , -2 \leq x < 0 \end{cases}$ و محور x ها کدام است؟



$$S_{\text{total}} = \frac{1+2}{2} \times 2 = 5$$

۱۸- اگر دو کالای A و B در هر سال به ترتیب به اندازه ۵۰ و ۱۲۰ کیلوگرم توسط یک خانوار مصرف شوند و قیمت آن‌ها در سال پایه به ترتیب ۶۰ هزار تومان و ۴۰ هزار تومان باشد و قیمت کالای A در سال جدید برابر ۸۰ هزار تومان در نظر گرفته شود، برای آن که شاخص بهای دو کالا ۲۵ درصد افزایش نسبت به سال پایه داشته باشد، قیمت کالای B تقریباً چند هزار تومان می‌شود؟

۴۲ (۴)

۵۲ (۳)

۴۸ (۲) ✓

۵۸ (۱)

جمع بهای پایه
جمع بهای فعلی

$$\frac{\text{جمع بهای پایه}}{\text{جمع بهای فعلی}} = \frac{(50 \times 100) + (120 \times x_B)}{(40 \times 50) + (120 \times 120)} = \frac{125}{100}$$

$$= \frac{4000 + 120x_B}{7800} = \frac{125}{100} \Rightarrow 4000 + 120x_B = 9750$$

$$\Rightarrow 120x_B = 9750 - 4000 = 5750 \Rightarrow x_B = \frac{5750}{120} \approx 47$$

۱۹- در یک منطقه با جمعیت ۷۵۰ نفر، ۸۰ درصد جمعیت را جمعیت فعال تشکیل می‌دهد. در این منطقه نرخ بیکاری، m درصد است. اگر ۳-m شغل جدید ایجاد شود، نرخ بیکاری ۱۲ درصد می‌شود. در صورتی که شغل جدیدی ایجاد نشود و ۲m نفر شغل خود را از دست دهند، نرخ بیکاری چند درصد خواهد شد؟

۳۰ (۴) درصد

۲۴ (۳) درصد

۲۰ (۲) درصد

۱۸ (۱) درصد ✓

$$\frac{400}{100} \times \frac{100}{100} = \text{بیکار} \Rightarrow 78 = \text{بیکار} = 5m + 2$$

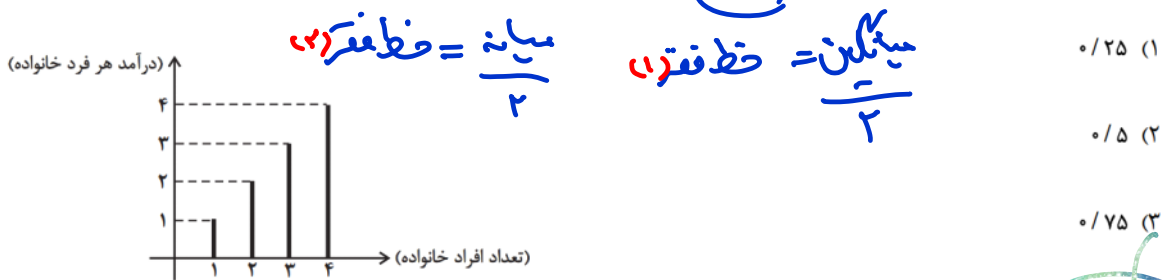
$$78 - 2 = 76 = 5m$$

$$m = 15$$

$$\text{نفر ۱۰۸} \Rightarrow \overset{m=5}{\text{در سطح جدید ایجاد شود}} \Rightarrow (5m+3) + 2m = 7m+3 \Rightarrow 108$$

$$\text{نرخ بیماری} = \frac{\text{بیماران}}{\text{فعالین}} = \frac{18}{41} \times 100 = 43.9\%$$

۲۰- با توجه به نمودار میله‌ای مقابل، اختلاف مقادیر خط فقر به روش میانه و میانگین کدام است؟



$$\text{میانه} = \frac{\text{خط فقر}}{2}$$

$$\text{میانگین} = \frac{\text{خط فقر}}{2}$$

میانه

$$Q_2 = \frac{1+2+3+4+4+4+4}{7} = 3$$

خط فقر میانه = $\frac{3}{2}$

میانگین

$$= \frac{(1 \times 1) + (2 \times 2) + (3 \times 3) + (4 \times 4)}{7} = 3$$

خط فقر = $\frac{3}{2}$