

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\frac{10(2a_1 + 19d)}{8(2a_1 + 9d)} = \frac{39}{19}$$

$$4a_1 + 18d = 2a_1 + 19d$$

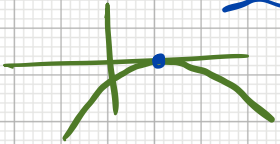
$$2a_1 = d$$

$$2a_1 = d$$

۲- به ازای کدام مقدار m ، بیشترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 - 4x + 2m$ روی محور x ها، قرار دارد؟

$$-\frac{\Delta}{4a} = 0$$

$$\rightarrow \Delta = 0$$



$$16 - 4(m)(2m) = 0$$

$$16 - 8m^2 = 0$$

$$m^2 = 2 \rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

$$\rightarrow m = -\sqrt{2}$$

۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ و $\alpha < \beta$ باشد، حاصل عبارت $\alpha\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

$$4\alpha^2 + \alpha^2 + \beta^2$$

$$S^2 - 2P$$

$$4\alpha^2 + 6$$

$$12 - 8\sqrt{2} + 6 = 18 - 8\sqrt{2}$$

$$S = 2, P = -1$$

$$\alpha, \beta = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = 1 - \sqrt{2}$$

$$\beta = 1 + \sqrt{2}$$

$$\alpha^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

۴- معادله $\sqrt{10 + 2\sqrt{x}} = \sqrt{x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

$$10 + 3\sqrt{x} = x$$

$$\sqrt{x} = \frac{x-10}{3}$$

$$x = \frac{x^2 - 20x + 100}{9}$$

$$\rightarrow x^2 - 29x + 100 = 0$$

$$S = 29 \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 25 \end{cases}$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$\rightarrow x = \pm 2$$

$$\frac{1}{x^3 + 3x^2 + 5x} = \frac{1}{x^3 + 2}$$

$$\rightarrow x^3 + 3x^2 + 5x = x^3 + 2$$

۵- معادله $x^3 + 3x^2 + 5x = x^3 + 2$ چند جواب دارد؟

$$0 = x^3 + 3x^2 + 5x - 2$$

$$x(x^2 + 3x + 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = -\sqrt{2}$$

$$x = -2, -\frac{1}{3}, +2$$

$$\Delta = 49$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{6}$$

$$x = -2, -\frac{1}{3}$$

$$180 - \frac{159 - 21}{80} = 0$$

$$80 - 106 \cdot 21 \neq 0$$

۶- زمانی که طول می کشد تا شیر A به تنهایی حوضی را پر کند، از دو برابر مدت زمانی که شیر B همان حوض را پر می کند، ۱ ساعت بیشتر

است. اگر هر دو شیر را همزمان باز کنیم، حوض ۲ ساعت و ۶ دقیقه طول می کشد پر شود. شیر A به تنهایی در چند ساعت حوض را پر

$$t_A = 2t_B + 1 \quad t_B = x$$

$$t_{AB} = 2x + \frac{1}{10}x = \frac{21}{10}x$$

$$\frac{1}{t_{AB}} = \frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_B}$$

$$\frac{10}{21} = \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{x} = \frac{3x+1}{2x^2+x}$$

$$20x^2 - 53x - 21 = 0$$

$$|n+1| + |n-6| \quad 6+1=7$$

$$n+1 - (n-6) = 7$$

۷- اگر $|x-4| < 2$ حاصل $\sqrt{x^2+2x+1} + \sqrt{x^2-12x+36}$ کدام است؟

$$-2 < n-4 < 2$$

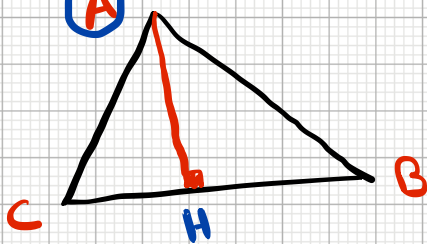
$$2 < n < 6$$

$$3 < n+1 < 7$$

$$-4 < n-6 < 0$$

$n=5$

۸- اگر $A(2,3), B(3,2), C(-6,-1)$ سه رأس یک مثلث باشند و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، طول نقطه H کدام است؟



$$BC: y = \frac{1}{3}x + 1$$

$$AH: y = -3x + 9$$

$$-3x+9 = \frac{1}{3}x+1 \rightarrow 8 = (3+\frac{1}{3})x = \frac{10}{3}x \rightarrow x = \frac{24}{10} = 2.4$$

۹- دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{[4-x]+[x-3]}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$[4-x] + [x-3] \neq 0$$

$$0 = [x] + [4-x] \neq -1$$

$$[n+n] = [n] + a, \quad a \in \mathbb{Z} \quad \mathbb{R} - \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$[n] + [4-n] = \begin{cases} 0 & n \in \mathbb{Z} \\ -1 & n \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad \mathbb{R} \quad \checkmark$$

$$[4-x] + [x-3] = 0$$

$$= [x] + [4-x] + 1 \neq 0$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

۱۰- اگر مجموعه های $A = \{(1, a), (b, 4), (1, a^3)\}$ و $B = \{(2, a+3), (c, 1)\}$ دو تابع مساوی باشند، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

$$a=1 \rightarrow A = \{(1,1), (b,4)\}, B = \{(2,4), (c,1)\}$$

$$b=2, c=1$$

$$a = a^3$$

$$a \in \{1, 0, -1\}$$

$$a=0 \quad A = \{(1,0), (b,4)\}$$

$$B = \{(2,3), (c,1)\} \quad \times$$

$$a = -1$$

$$A = \{(1,-1), (b,4)\} \quad \times$$

$$B = \{(2,2), (c,1)\} \quad \times$$

۱۱- اگر $f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2)\}$ و $g = \{(1, 1), (2, 2), (3, 2)\}$ باشند، برد تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟
 $\frac{g}{f} = 4$
 $\{2, 4\}$ (۲) $\{1, 2\}$ (۱) $\{2, 4\}$ (۴) $\{2\}$ (۳)

۱۲- اگر نمودار تابع $f(x) = ax + b$ از نقاط $(1, 2)$ و $(0, 4)$ بگذرد، نمودار تابع f^{-1} از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{0-1} = -2$ (۲, ۰) (۲) $f^{-1}(x) = 2 - \frac{x}{2}$ (۰, ۲) (۱) ✓
 $b = 4$ (۳, ۱) (۴) $f(x) = -2x + 4$ (۱, ۲) (۳)
 $f(x) - 4 = -2x \rightarrow x = 2 - \frac{f(x)}{2}$

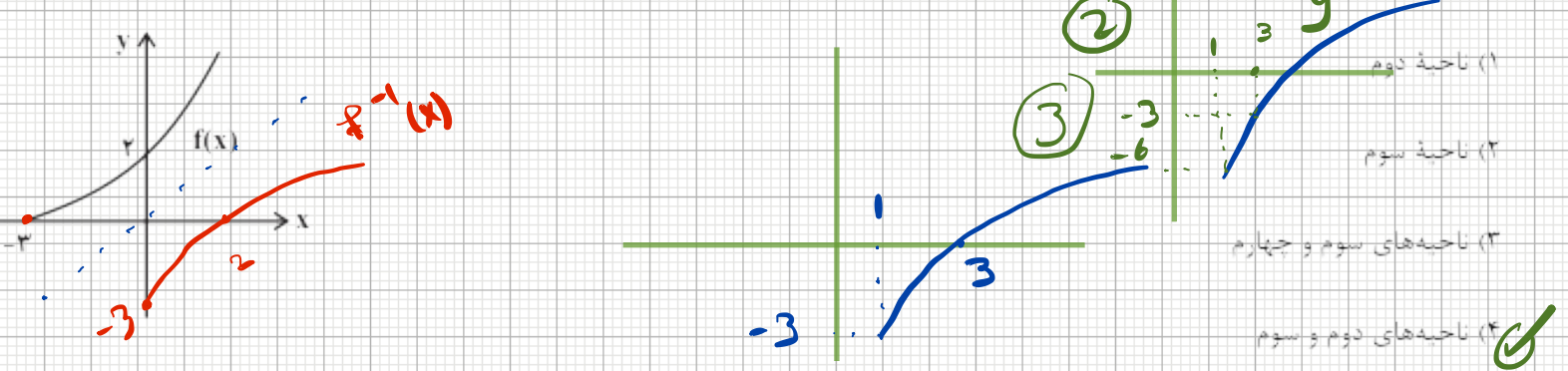
۱۳- کدام دو تابع داده شده، وارون یکدیگرند؟

$f(x) = a + nb$
 $f^{-1}(x) = \frac{x-b}{a}$ $f(x) = 2x - 2$
 $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$ $g(x) = \frac{1}{3}x + 2$ ✓

$y = \frac{1}{2}\sqrt{x+3}$
 $\rightarrow y^2 = \frac{1}{4}(x+3)$
 $x = 4y^2 - 3$
 $f^{-1}(x) = 4x^2 - 3$
 $y = x^2 + 8$
 $y - 8 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{y-8} \rightarrow f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x-8}$

$y = \sqrt[3]{x-1}$
 $y+1 = \sqrt[3]{x}$
 $x = (y+1)^3 \rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^3$
 $f(x) = \sqrt{x-1}$
 $g(x) = x^2 + 1$ ✓

۱۴- اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، نمودار تابع $y = -2 + f^{-1}(x-1)$ از کدام ناحیه (نواحی) دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟



۱۵- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ باشد، کدام گزینه نشان‌دهنده ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ است؟

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$
 $D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ $y = \sqrt{\frac{x^2-x}{x^2-1}}$ (۲)
 $D_g = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
 $g(x) = 0 \rightarrow x = \pm 1$
 $\frac{f}{g} = \frac{\sqrt{x^2-x}}{\sqrt{x^2-1}} = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (۴) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$ (۳) ✓

۱۶- اگر $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = x^2 - x + 2$ باشند، ریشه‌های معادله $(f \circ g)(x) = 5$ کدام است؟

$$2g(x) - 3 = 5$$

$$g(x) = 4$$

$$x^2 - x + 2 = 4$$

$$\rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۱۷- اگر $f(x) = \frac{1}{|x| - x}$ و $D_{f \circ g} = (-\infty, 1)$ باشد، آنگاه $g(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = (-\infty, 1)$$

$$g(x) < 0$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} |x| - x > 0 \\ |x| \neq x \end{cases} \rightarrow x < 0$$

$$\mathbb{R} \cap x < 0$$

$$\rightarrow (-\infty, 0)$$

$$\sqrt{x-1} < 0$$

$$x^3 + 1 < 0$$

$$\rightarrow x < -1$$

$$\sqrt{x-x^2} < 0$$

$$\sqrt{x-x^2}$$

$$\sqrt{x-1} < 0$$

$$\sqrt[3]{x-1} < 0$$

$$x < 1$$

$$\rightarrow x-1 < 0$$

$$x < -1$$

$$\sqrt[3]{x+1} < 0$$

۱۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (2^{2x} + 2^{-2x}) - (2^x + 2^{-x}) = 0$ در چند نقطه محور x ها را قطع می‌کند؟

$$2^{2x} + 2^{-2x} = (2^x + 2^{-x})^2 - 2$$

$$f(x) = g \circ h(x) = 0$$

$$h(x) = 2^x$$

$$g(x) = x^2 + x^2 - (x+x)$$

$$f \circ g(x) = 0$$

$$f(x) = 0 \rightarrow x$$

$$g(x) = x$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - x - \frac{1}{x} = 0$$

$$x^2 - x = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$\rightarrow x^4 - x^3 = x - 1$$

$$\rightarrow x^3(x-1) = x-1$$

$$x^3 = 1 \rightarrow x = 1$$

$$x-1 = 0$$

$$f(0) = 0$$

۱۹- نقطه تلاقی دو منحنی به معادلات $y = 3^{-x+2}$ و $y = (\sqrt{3})^{2x-2}$ کدام است؟

$$f(x) = 0 \rightarrow x$$

$$g(x) = x$$

$$3^{-x+2} = (3^{\frac{1}{2}})^{2x-2} = 3^{x-1}$$

$$-x+2 = x-1$$

$$(3, -1)$$

$$(-1, 3)$$

$$-x+2 = 2x-1$$

$$\rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 3$$

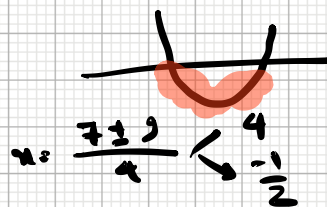
$$(1, 3)$$

۲۰- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{\pi}{2})^{(x-1)^2} \leq (\frac{\pi}{2})^{x^2-5x+5}$ شامل چند عدد صحیح است؟

$$(\frac{\pi}{2})^{(x-1)^2} \leq (\frac{\pi}{2})^{-x^2+5x+5}$$

$$a^x < a^y \begin{cases} x < y, a > 1 \\ x > y, 0 < a < 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1.57 > 1 \\ \frac{\pi}{2} > 1 \end{cases}$$



$$(\frac{a}{b})^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{2}{\pi} = (\frac{\pi}{2})^{-1}$$

$$x \in [\frac{1}{2}, 4]$$

$$0, 1, 2, 3, 4$$

$$\sqrt{5}$$

$$(x-1)^2 \leq -x^2+5x+5 \rightarrow 2x^2-7x-4 \leq 0 \quad \Delta = 49 - 8(-4) = 81$$