پاسخ گویی به سؤال‌های پیشروی نرمال برای همه دانش آموزان **اجباری** است.
مشتق+کاربرد مشتق – ریاضی۳: صفحه‌های۶۵ تا ۱۲۰ وقت پیشنهادی: ۴۰ دقیقه

۱۴۱- اگر خط مماس بر منحنی $y=f(x)$ در نقطه‌ای به طول k واقع بر آن، عمود بر خط به معادلهٔ $\frac{y-1}{3}+\frac{2x+1}{4}=-1$ باشد، حاصل $\lim_{h\to 0}\frac{f(k+4h)-f(k)}{3h}$ کدام است؟

۱) $\frac{8}{3}$ ۲) $\frac{8}{9}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۱۴۲- تابع $f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{(x+6)^2} & x\geq 2\\ ax^2+bx & x<2\end{cases}$ در $x=2$ مشتق‌پذیر است، حاصل ab کدام است؟

۱) $\frac{55}{18}$ ۲) $-\frac{55}{9}$ ۳) $\frac{55}{9}$ ۴) $-\frac{55}{18}$

۱۴۳- در تابع $f(x)=|x^2-(m-1)x+m|$، برای مقدار m، بزرگ‌ترین عدد طبیعی را در نظر می‌گیریم که به ازای آن تابع f روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. حاصل $\lim_{h\to 0}\frac{f(3-h)-f(3)}{h}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

۱۴۴- تابع $f(x)=[x]+2ax^2+bx+2c$، در نقطه‌ای به طول $x=1$ نقطهٔ گوشه‌ای دارد و در $x=-2$ مشتق‌پذیر می‌باشد. مقدار $a-b-c$ کدام است؟ ([ ] : نماد جزء صحیح است.)

۱) -۱ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) -۲

۱۴۵- اگر $f(x)=\left[\frac{-6}{x}\right]\sqrt[5]{16x}$ باشد، حاصل $\lim_{h\to 0^+}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ کدام است؟ ([ ] : نماد جزء صحیح است.)

۱) -۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) -۰/۶ ۴) ۰/۳

۱۴۶- تابع $f(x)=\sqrt[5]{(a-x^2)^2}$ در نقطه‌ای به طول ۶، یک مماس قائم دارد. خط مماس بر نمودار این تابع در $x=2$، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) ۲/۲
۲) $-4/4$
۳) ۴/۴
۴) $-2/2$

۱۴۷- اگر $f(x)=\frac{x}{1-\sqrt{x+1}}$ باشد، مقدار مشتق عبارت $\frac{f(x)}{f'(x)}$ در نقطهٔ $x=3$ کدام است؟

۱) ۵
۲) ۱
۳) $\frac{5}{2}$
۴) -1

۱۴۸- اگر $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ و $g(x)=(\frac{2x-1}{x+3})^2$ باشند، مقدار $(f\circ g)'(\frac{1}{3})$ کدام است؟

۱) -21
۲) -63
۳) ۲۱
۴) ۶۳

۱۴۹- تابع $f(x)$ روی $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر بوده و به ازای هر x از دامنه، $f(x+6)=f(x)$ و نیز $f(|x|)=f(x)$ و همینطور $f'(8)=-10$ می‌باشد. اگر $g(2x+1)=f(\frac{2x-6}{x-1})$ باشد، حاصل $g'(5)$ چقدر است؟

۱) -10
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) -20

۱۵۰- متحرکی روی مسیر $f(x)=x+\sqrt{x}$ در حال حرکت است. آهنگ متوسط تغییر تابع در $[1,h]$ با آهنگ لحظه‌ای آن در $x=4$ برابر است. مقدار h کدام است؟

۱) ۴
۲) ۹
۳) ۱۶
۴) ۲۵

۱۵۱- تابع $f(x)=\frac{mx-2}{3x-(m+1)}$ به ازای کدام مقادیر m، در بازهٔ $[0,+\infty)$ قطعاً صعودی است؟

۱) $(-3,2)$
۲) $(-1,2)$
۳) $(-2,1)$
۴) $(-3,-1)$

۱۵۲- تابع $f(x)=\begin{cases} mx-[mx] & ;[mx]=2k \\ mx-[mx]-1 & ;[mx]=2k+1 \end{cases}$ روی بازهٔ $(0,8)$، دارای ۱۵ نقطه بحرانی است. اگر $k\in Z$ باشد، آن‌گاه مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۳/۴
۲) ۳/۶
۳) ۳/۸
۴) ۴/۱

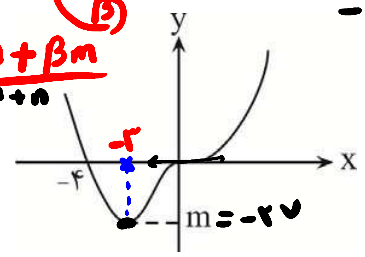
۱۵۳- مجموعهٔ طول نقاط ماکزیمم نسبی تابع با ضابطهٔ $f(x)=x|x^2-9|$ کدام است؟

۱) $\{3,\sqrt{3}\}$
۲) $\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$
۳) $\{-3,\sqrt{3}\}$
۴) $\{-3,3\}$

۱۵۴- اگر $A(3,-\frac{25}{3})$ نقطهٔ مینیمم نسبی تابع $f(x)=ax^3-x^2-3x+b$ باشد، مختصات ماکزیمم نسبی $f(x)$ کدام است؟

۱) $B(-1,-\frac{7}{3})$
۲) $B(-1,\frac{7}{3})$
۳) $B(1,\frac{7}{3})$
۴) $B(-\frac{1}{3},\frac{7}{3})$

۱۵۵- در شکل زیر که نمودار تابع $f(x)=x^4+2ax^3+bx$ است، حاصل $\frac{a+b+1}{m}$ کدام است؟



۱) $-\frac{1}{27}$
۲) $\frac{1}{27}$
۳) $\frac{1}{9}$
۴) $-\frac{1}{9}$

۱۵۶- اگر $\{-\frac{1}{2},2\}$ مجموعه نقاط بحرانی تابع $f(x)=ax^3-bx^2-2x+1$ باشد، مقدار مینیمم مطلق این تابع در بازه $[0,3]$ کدام است؟

۱) $-\frac{10}{3}$
۲) $-\frac{11}{3}$
۳) $-\frac{13}{3}$
۴) $-\frac{14}{3}$

۱۵۷- تابع با ضابطه $f(x)=kx+\sqrt{-2x^2-3x+5}$ در نقطه به طول $\frac{1}{2}$، دارای اکسترمم نسبی است. اگر برد این تابع بصورت $[a,b]$ باشد، مقدار $(a+b)^2$ کدام است؟

۱) ۴
۲) $\frac{4}{3}$
۳) ۹
۴) $\frac{9}{4}$

۱۵۸- کمترین فاصله نقاط منحنی $y=\sqrt{x+2}$ از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sqrt{7}$

۲) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

۳) $\frac{2}{\sqrt{7}}$

۴) $2\sqrt{7}$

۱۵۹- از بین مثلث‌های قائم‌الزاویه با طول وتر k، دو ضلع قائم با کدام نسبت انتخاب شوند تا حجم حاصل از دوران این مثلث حول ضلع قائم، بیشترین مقدار باشد؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

۱۶۰- مستطیل‌هایی چنان رسم می‌کنیم که دو رأس آن بر روی نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}1-x^2 & ,x<0\\ 1-x & ,x\geq 0\end{cases}$ روی بازهٔ $[-1,1]$ و دو رأس دیگر آن بر روی محور طول‌ها قرار داشته باشند. حداکثر مساحت این مستطیل‌ها در کدام طول منفی ایجاد می‌شود؟

۱) $-\frac{\sqrt{17}-1}{16}$

۲) $-\frac{\sqrt{17}-1}{8}$

۳) $-\frac{1+\sqrt{17}}{8}$

۴) $-\frac{1+\sqrt{17}}{16}$

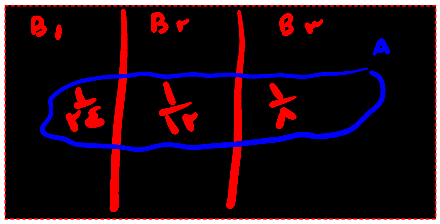
پاسخ گویی به سؤال‌های پیشروی سریع برای همه دانش آموزان **اختیاری** است.

احتمال- صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۸ — وقت پیشنهادی : ۲۰ دقیقه

۱۶۱- اگر احتمال دختر بودن هر فرزند در خانواده‌ای که ۳ فرزند دارد ۰/۶ باشد و بدانیم حداقل یک دختر در این خانواده وجود دارد، احتمال اینکه هر سه فرزند دختر باشند، چقدر است؟

۱) $\frac{۲۷}{۱۱۷}$
۲) $\frac{۲۵}{۱۱۷}$
۳) $\frac{۲۷}{۱۲۵}$
۴) $\frac{۸}{۱۲۵}$

۱۶۲- پیشامدهای B_1 و B_2 و B_3 یک افراز از فضای نمونه‌ای S می‌باشند، به طوری که به ازای هر i، ۳ و ۲ و ۱ = i ، $P(B_i)=\frac{i}{۶}$ و $P(A\mid B_i)=\frac{۱}{۴}$، احتمال وقوع پیشامد A در این فضای نمونه‌ای کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۶}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۶۳- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر کوچکتر از ۳ بیاید، ۳ سکه پرتاب می‌کنیم و در غیر این صورت ۴ سکه پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال دقیقاً ۲ سکه رو می‌آید؟

۱) $\frac{۳}{۴۰}$
۲) $\frac{۳}{۱۶}$
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۱۶۴- در ظرف A، ۵ مهره سیاه و ۴ مهره سفید و در ظرف B، ۴ مهره سیاه و ۶ مهره سفید داریم. تاسی را پرتاب می‌کنیم، اگر عدد اول غیرزوج آمد از ظرف A و در غیراینصورت از ظرف B، ۲ مهره برمی‌داریم. با چه احتمالی این ۲ مهره همرنگ نیستند؟

۱) $\frac{۷۷}{۲۷۰}$
۲) $\frac{۳۱}{۲۷۰}$
۳) $\frac{۷۳}{۱۳۵}$
۴) $\frac{۳۷}{۱۳۵}$

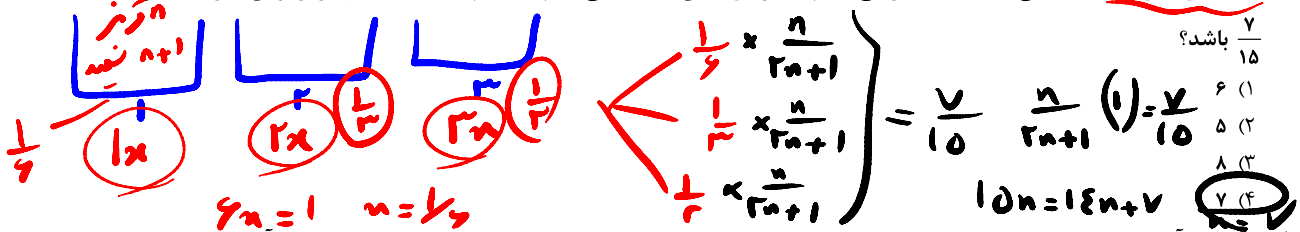
۱۶۵- ۲ ظرف یکسان داریم. در ظرف اول ۳ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و در ظرف دوم تعدادی مهره قرمز و ۵ مهره آبی وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب و مهره‌ای خارج می‌کنیم. اگر احتمال اینکه این مهره قرمز باشد $\frac{۱۵}{۲۸}$ باشد، تعداد مهره‌های ظرف اول چند برابر تعداد مهره‌های ظرف دوم است؟

۱) ۲
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۳

مرجع پخش آزمون های آزمایشی @master_Azmon

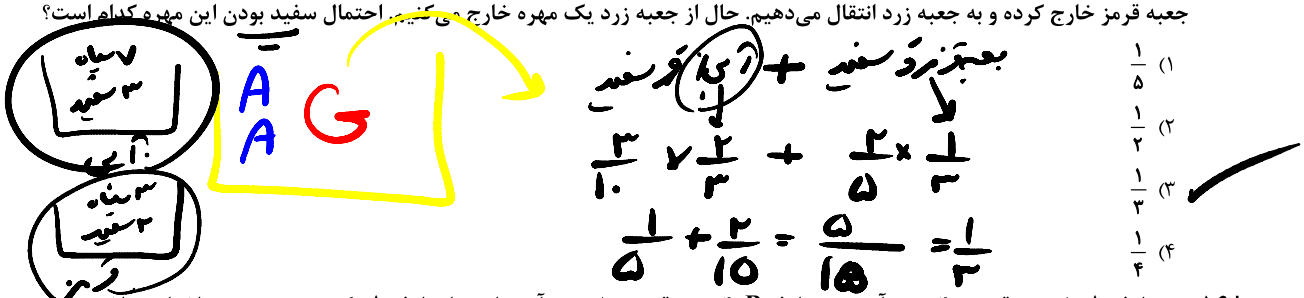
۱۶۶- سه جعبه به شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ داریم که در هر کدام n مهرهٔ قرمز و $n+1$ مهرهٔ سفید قرار دارد. احتمال انتخاب جعبه‌ها متناسب با شماره‌های روی آن است. یکی از جعبه‌ها را بر می‌داریم و مهره‌ای از آن انتخاب می‌کنیم، n کدام باشد تا احتمال قرمز بودن مهرهٔ انتخابی، $\frac{7}{15}$ باشد؟

۱) ۶
۲) ۵
۳) ۸
۴) ۷



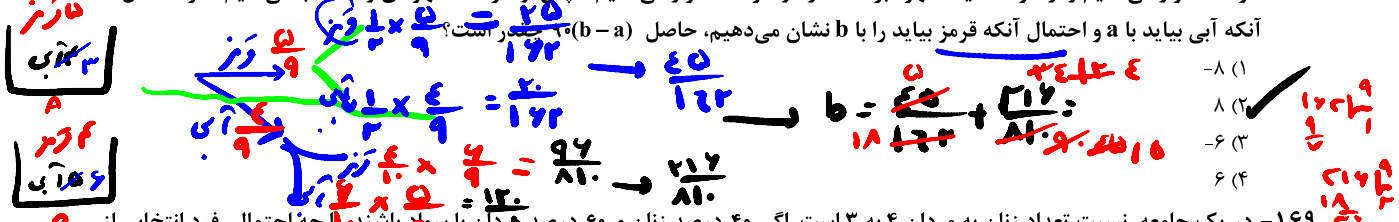
۱۶۷- در جعبه آبی ۷ مهره سیاه و ۳ مهره سفید و در جعبه قرمز ۳ مهره سیاه و ۲ مهره سفید موجود است. دو مهره از جعبه آبی و یک مهره از جعبه قرمز خارج کرده و به جعبه زرد انتقال می‌دهیم. حال از جعبه زرد یک مهره خارج می‌کنیم. احتمال سفید بودن این مهره کدام است؟

۱) $\frac{1}{5}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{4}$



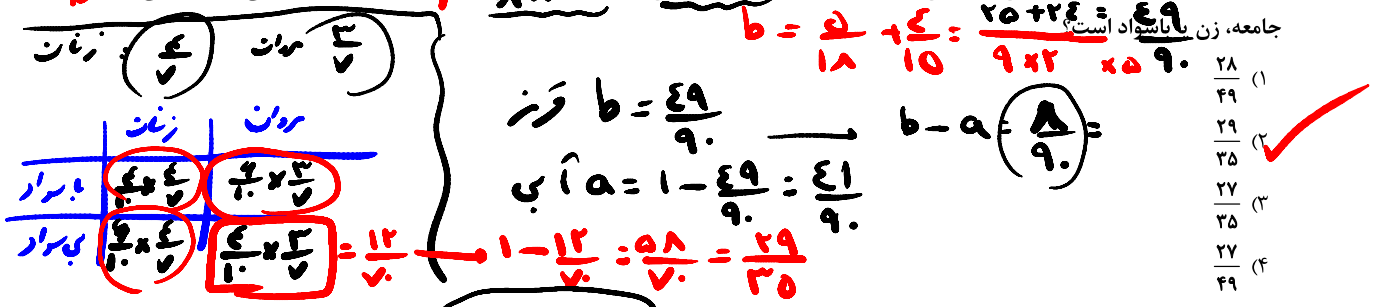
۱۶۸- در ظرف A، ۵ مهره قرمز و ۴ مهره آبی و در ظرف B، ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی داریم. از ظرف A یک مهره بصورت دلخواه برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم و از ظرف B یک مهره برداشته و در ظرف A قرار می‌دهیم سپس از ظرف A مهره‌ای را انتخاب می‌کنیم. اگر احتمال آنکه آبی بیاید با a و احتمال آنکه قرمز بیاید را با b نشان می‌دهیم، حاصل $10(b-a)$ کدام است؟

۱) ۸-
۲) ۸
۳) ۶-
۴) ۶



۱۶۹- در یک جامعه، نسبت تعداد زنان به مردان ۴ به ۳ است. اگر ۴۰ درصد زنان و ۶۰ درصد مردان با سواد باشند، با چه احتمالی فرد انتخابی از جامعه، زن باسواد است؟

۱) $\frac{28}{49}$
۲) $\frac{29}{35}$
۳) $\frac{27}{35}$
۴) $\frac{27}{49}$



۱۷۰- در یک اداره که ۶۰ درصد کارمندان آن زن می‌باشد، ۴ درصد مردان مجرد و ۱ درصد زنان مجرد هستند. اگر شخصی از این شرکت انتخاب کنیم که مجرد باشد، احتمال این که مرد باشد چقدر است؟

۱) $\frac{11}{50}$
۲) $\frac{11}{500}$
۳) $\frac{8}{11}$
۴) $\frac{1}{4}$