

۱- تابع  $y = |x+1|$  در کدام نقطه مشتق ناپذیر است؟

(۲)  $x = 1$

(۱)  $x = -1$  ✓

(۴)  $x = -2$

(۳)  $x = 0$

ریشه‌ها را سازه داخل قدر صفر تا مخرج ناپذیر اند.

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

۲- وضعیت اکسترم‌های نسبی تابع  $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & ; |x| \leq 1 \\ x & ; |x| > 1 \end{cases}$  کدام است؟

(۲) فقط مینیمم نسبی دارد.

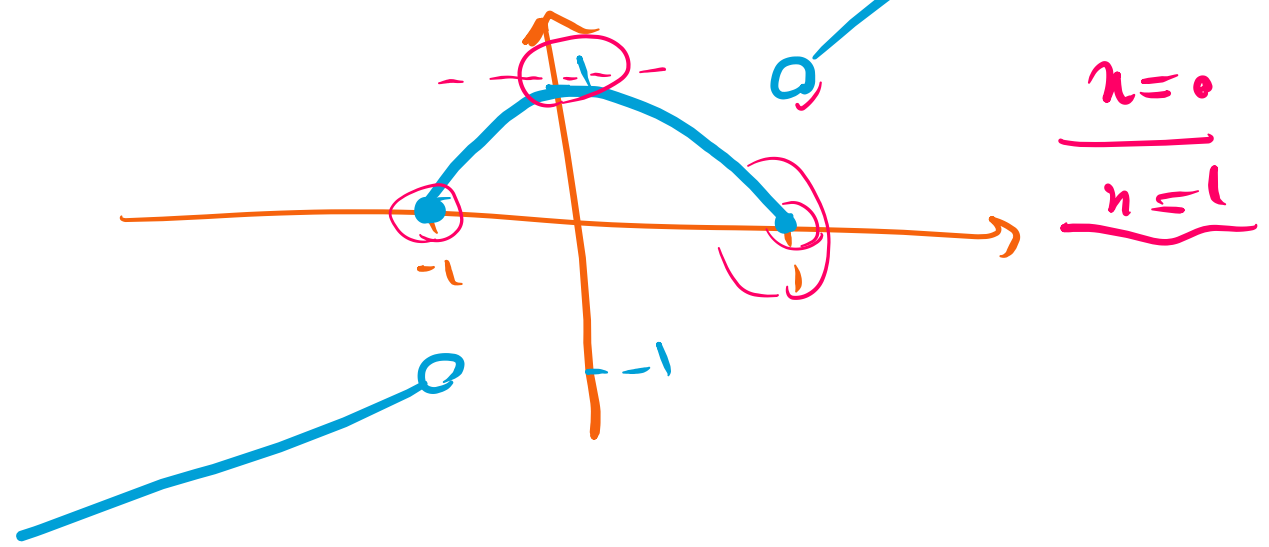
(۱) فقط ماکزیمم نسبی دارد.

(۴) اکسترمم نسبی ندارد.

(۳) یک ماکزیمم و یک مینیمم نسبی دارد.

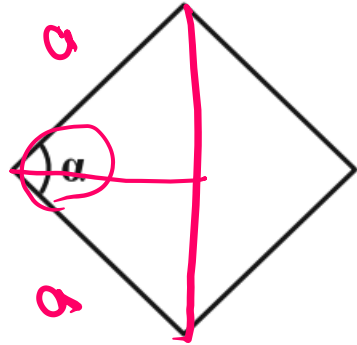
$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 \\ x \end{cases}$$

$-1 \leq x \leq 1$   
 $x > 1$  ✓  
 $x < -1$



$x = 0$   
 $x = 1$

۳- طول ضلع لوزی زیر برابر ۲ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت آن نسبت به  $\alpha$  وقتی  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  کدام است؟



(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) -۲

$$S = (a)^2 \sin \alpha \Rightarrow S' = 2a \sin \alpha$$

تغییر مساحت نسبت به  $\alpha$

تغییر مساحت نسبت به  $\alpha$

$$S' = 2a \cos \alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{2\pi}{3}} 2 \cos \frac{2\pi}{3} = 2 \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

۴- مشتق تابع  $f(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{x^2} + 3}{x + \frac{1}{x}}$  در  $x=2$  کدام است؟

۰/۶۴ (۲)

۰/۶۳ (۱)

۰/۶۶ (۴)

۰/۶۵ (۳)

$$f' = \frac{\overbrace{2x}^{\frac{2}{x}} - \overbrace{2x^{-3}}^{\frac{1}{x^4}} \left( x^2 + \frac{1}{x} \right) - \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) \left( 2x + \frac{1}{2x} + 3 \right)}{\left( x + \frac{1}{x} \right)^2} = \frac{\frac{10}{2} \left( \frac{2}{2} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{19}{2} \right)}{\frac{20}{2}} = \frac{\frac{10}{2} - \frac{19}{4}}{\frac{10}{2}} = \frac{20}{10} = 2$$

توابع همبند و همصغیر، نابریسته و هم صغیر نابریسته در  $\mathbb{R}$   $\leftarrow x=2$

۵- تابع  $f(x) = (ax + b\sqrt{2x+2})(3x-2)$  در  $x=2$  مشتق پذیر است. حاصل  $a-2b$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

$1+4=5$

$5(2)$

(۴) صفر

(۱) -۳

(۳) -۴

$f(x) = f'(x) = 0$

$f(x) = 2a + 2b + 2 = 0$

$a + b = -1$

$f'(x) = a + \frac{2}{2\sqrt{2x}} b = 0 \implies a + \frac{b}{\sqrt{2}} = 0$

$\implies a = -\frac{b}{\sqrt{2}}$

$\implies -\frac{b}{\sqrt{2}} + b = -1 \implies \frac{b}{\sqrt{2}} = -1 \implies \underline{b = -\sqrt{2}}$

$\underline{a = -\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1}$

$$\Rightarrow -(f'(1) - g'(1)) = \gamma \Rightarrow -\gamma = f'(1) - g'(1)$$

۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - g(1-x)}{x + x^2} = \gamma$  باشد، مشتق تابع  $y = f(2x) - g(2x)$  در  $x = \frac{1}{2}$  کدام است؟

$$\Rightarrow y' = 2 f'(2x) - 2g'(2x)$$

$$\Rightarrow y' = 2 f'(1) - 2g'(1) = 2(-\gamma) = -2\gamma$$

$$f(1) - g(1) = 0 \Rightarrow f(1) = g(1) \quad (-f(1))$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - g(1-x)}{x + x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1) - (g(1-x) - g(1))}{x + x^2}$$

$x + x^2 = x(1+x)$

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(1-x) - g(1)}{x} \right) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x}$$

۷- تابع  $y = x\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt[3]{x}$  در محدوده  $x$  های مثبت چند نقطه بحرانی دارد؟

۲ (۲)

۴ (۴) صفر

$$\begin{aligned} & x \cdot x^{\frac{2}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} \\ & \Rightarrow x^{1+\frac{2}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} \\ & \Rightarrow x^{\frac{5}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

$$y' = \frac{d}{dx} x^{\frac{5}{3}} - \frac{d}{dx} 5x^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{d}{dx} \left( \frac{x^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{3}{3}}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{5 \cdot 1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) = \frac{d}{dx} \frac{\sqrt[3]{x^5} - 5}{\sqrt[3]{x^2}}$$

نقطه بحرانی  $x=0$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^5} - 5 = 0 \Rightarrow x^{\frac{5}{3}} = 5 \Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$$

$x = 1$  ✓ ✓ ✓  
 $x = -1$

$$\frac{1}{3} - (-\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$$

۸- برد تابع  $f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2$  با دامنه  $[-2, 2]$  بازه  $[a, b]$  است. حاصل  $b-a$  کدام است؟

$$f(2) = 8 + \frac{8}{3} - 4 = \frac{16}{3} \text{ max}$$

$$\frac{16}{3} (2)$$

۴(۱)

$$f(-2) = 8 - \frac{8}{3} - 4 = \frac{11}{3} \text{ min}$$

۶(۴)

$\frac{11}{3}$  (۳)

$$f'(x) = \frac{4x^3}{4} + \frac{3x^2}{3} - 2x = x^3 + x^2 - 2x \Rightarrow x(x^2 + x - 2) = 0$$

$(x-1)(x+2)$

$$f(0) = 0$$

$$f(1) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 = \frac{7}{12} - 1 = -\frac{5}{12}$$

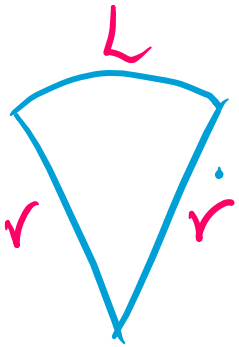
$$\begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$



$$L = \theta r$$

$$S = \frac{1}{2} Lr - r^2 = \frac{1}{2} L \left( \frac{L}{\theta} \right) - \left( \frac{L}{\theta} \right)^2 = \frac{L^2 \theta}{2} - \frac{L^2}{\theta^2} = \frac{L^2}{14}$$

۹- سیمی به طول  $l$  را به قطاعی از یک دایره تبدیل می‌کنیم. بیشترین مساحت قطاع چند برابر  $l^2$  است؟



$$\frac{1}{16} (2)$$

$$\frac{1}{2} (1)$$

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$\frac{1}{8} (3)$$

$$P = 2r + \theta r = r(\theta + 2) = L \Rightarrow \theta = \frac{L}{r} - 2$$

$$S = \frac{1}{2} \theta r^2 \rightarrow S = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{r} - 2 \right) r^2 = \frac{Lr}{2} - r^2$$

مساحت قطاع

$$S'(r) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} L - 2r = 0 \Rightarrow \frac{L}{2} = 2r \Rightarrow r = \frac{L}{4} \checkmark$$

$$\frac{1}{2} + m - 1 + m = \frac{1}{2} \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

۱۰- مجموع مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \sin^2 x + \cos x + m$  در بازه  $[0, \pi]$  برابر  $\frac{13}{4}$  است. مقدار  $m$  کدام است؟

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - \sin x = \sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

(۱)  $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

(۳) ۲

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi$$

$$2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3}$$

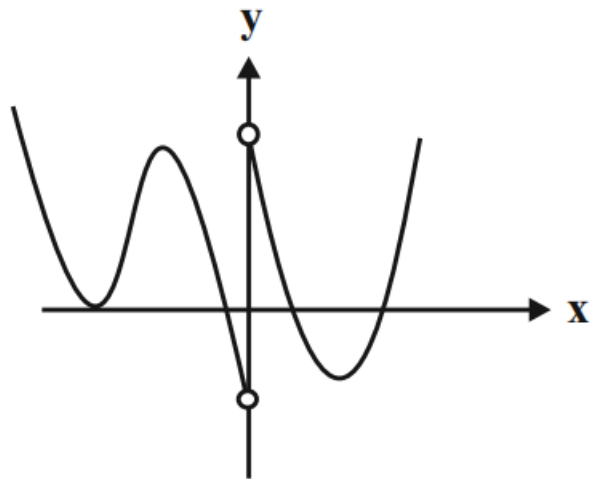
$$f(0) = 1 + m$$

$$f(\pi) = \frac{-1 + m}{\min}$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + m$$

max

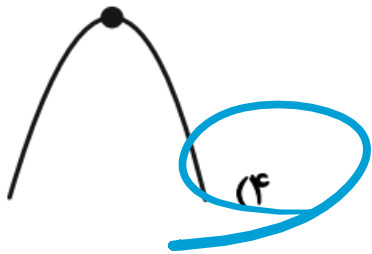
۱۱- نمودار تابع  $f$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است و نمودار مشتق آن در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $f$  چند نقطه عطف دارد؟



- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

اگر مشتق  $f'$  تغییر علامت دهد  $\Rightarrow$   $f$  در آن نقطه عطف است  
 در  $x=1$  و  $x=3$  تغییر علامت می‌دهد  $\Rightarrow$  ۲ نقطه عطف

۱۲- نمودار تابع  $f(x) = x^5 - 6x^3 - 2x^2$  در همسایگی نقطه  $x = 0$  به کدام صورت است؟



$$f'(x) = 5x^4 - 18x^2 - 4x \Rightarrow 5x^4 - 18x^2 - 4x = 0$$

$$x(5x^3 - 18x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f''(x) = 20x^3 - 36x - 4 < 0 \text{ در } x=0$$

۱۳- چند عبارت از عبارتهای زیر در مورد تابع  $y = \frac{x}{1+x}$  درست است؟

(آ) جهت تقعر نمودار تابع همواره رو به پایین است.

(ب) نقطه  $(1, 1)$  مرکز تقارن نمودار تابع است.

(پ) تابع در هر بازه از دامنه‌اش اکیداً صعودی است.

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

۴ (صفر)

$$y' = \frac{1(1+x) - 1(x)}{(1+x)^2} = \frac{1}{(1+x)^2}$$

$$y'' = \frac{-2(1+x)(1)}{(1+x)^3} = \frac{-2}{(1+x)^3}$$



$(-1, 1)$

$x > -1$   
 $x < -1$

$y'' > 0$

۱۴- روی کدام بازه تقعر نمودار تابع  $y = \frac{x^2}{2} + 32\sqrt{x+1}$  رو به بالاست؟

$(0, +\infty)$  (۴)

$(3, +\infty)$  (۳)

$(-1, 3)$  (۲)

$(-1, 0)$  (۱)

$$y' = x + 32 \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = x + \frac{16}{\sqrt{x+1}}$$

$$y'' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{(x+1)^3}} \rightarrow 0 \Rightarrow 1 > \frac{1}{\sqrt{(x+1)^3}}$$

$$(x+1)^3 > 1 \Rightarrow x > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+1)^3} > 1 \rightarrow$$

$$\Rightarrow x+1 > 1 \Rightarrow x > 0$$

$$f(x) = x^3 - 3x + 1 < \textcircled{-1} \Rightarrow -1 + 3 + 1 = 3$$

۱۵- جدول تغییرات رفتار تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  به صورت زیر است. مقدار ماکزیمم نسبی تابع، کدام است؟

x		-1	0	1	
f'	+	0	-	0	+
f''	-	-	+	+	+
f	↗	↘	↘	↗	↗

$\text{max}$ 
 $\text{min}$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(\pm 1) = 0 \Rightarrow 3a + c = 0 \Rightarrow$$

$$c = -3a$$

$$\Rightarrow f(x) = ax^3 - 3ax + 1 \xrightarrow{f(1) = -1} a + \cancel{b} + c + \cancel{d} = 0 \Rightarrow \underline{a = 1}$$

4 (1)
3 (2)
2 (3)
1 (4)



۱۶- تابع  $f(x) = \sin 2x + \cos x$  در بازه  $(-\pi, 0)$  چند نقطه عطف دارد؟

$$f'(x) = 2\cos 2x - \sin x \Rightarrow f''(x) = 2(2)(-\sin 2x) - \cos x$$
$$= -4 \sin 2x - \cos x$$

$$\Rightarrow -4(\sin x \cos x) - \cos x = 0 \Rightarrow -4 \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (-4 \sin x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} \checkmark \\ \sin x = -\frac{1}{4} \rightarrow \sin^{-1} \left(-\frac{1}{4}\right) \checkmark \end{cases} \Rightarrow r$$



۱۷- اگر  $(\sqrt[3]{a}, 2)$  نقطه عطف تابع  $y = \frac{b}{x^3 - 1}$  باشد، مقدار  $b$  کدام می تواند باشد؟

$$-\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{2} \quad (4)$$

$$-3 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{b}{a-1} = 2 \Rightarrow b = 2(a-1)$$

$$y' = \frac{-3x^2(b)}{(x^3-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{-4xb(x^3-1)^2 - 2(3x^2)(x^3-1)(-3x^2b)}{(x^3-1)^4}$$

$$\Rightarrow y'' = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{a} = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow b = -2 \\ 2(\sqrt[3]{a})^2 + 1 = 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = -2 \end{array} \right\}$$

$$f'(x) = 1$$

۱۸- شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$  در نقطه عطف آن کدام است؟

(۱) صفر

(۳)  $\sqrt{2}$

$$f' = 1(\sqrt{x^2+1}) + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} (x)$$

$$\frac{1}{2} (x)$$

$$1 (x)$$

$$f' = \frac{\sqrt{x^2+1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f''(x) = \frac{x(\sqrt{x^2+1})}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{x(\sqrt{x^2+1} - 1)}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{x(\sqrt{x^2+1} - 1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$$

$$x = 0$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{2a}{\sqrt[3]{a}} < 0 \Rightarrow 0 < \sqrt[3]{\frac{-a}{2}} < \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow -\frac{2}{\sqrt[3]{2}} < a < \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

۱۹- بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax} - 1$  فقط یک خط مماس قائم می توان رسم کرد. حدود  $a$  کدام است؟

$$f'(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax} + a \geq 0$$

$$a \geq 0$$

$$a > -\frac{1}{\sqrt[3]{2}} \quad (۲)$$

$$a \geq 0 \quad (۴)$$

$$a > -\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \quad (۱)$$

$$a > -\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$a < 0: f' = \sqrt[3]{x^3 + ax} + a = 0 \Rightarrow x^3 = -\frac{a}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt[3]{\frac{-a}{2}}$$

$$\rightarrow f'(\sqrt[3]{\frac{-a}{-2}}) = -\frac{2a}{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\frac{-a}{2}} - 1 \geq 0$$

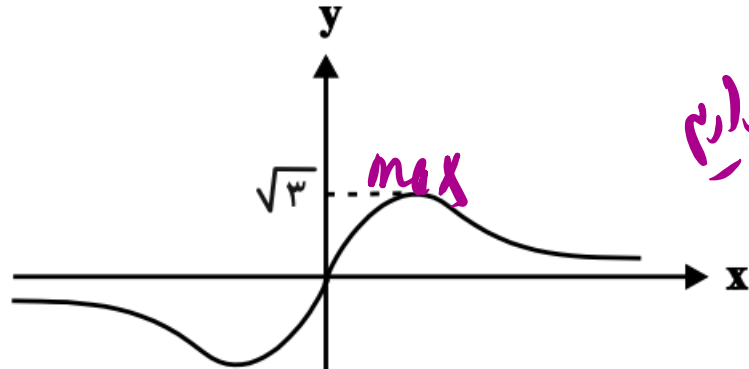
مماس قائم

$$\Rightarrow -1 < \frac{2a}{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\frac{-a}{2}} < 1$$

$$f'(\sqrt[3]{\frac{-a}{2}}) = \frac{2a}{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\frac{-a}{2}} - 1$$

$$a < 0 \rightarrow -1 < \frac{2a}{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{\frac{-a}{2}} < 0$$

۲۰- شکل زیر نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x^2 + b}$  را نشان می‌دهد. مقدار  $b$  کدام است؟



چون مخرج نامتناهی نداریم  
 $b > 0$

۱۸ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۱۲ (۴)

$$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{an^2}{n^2} = a = 0 \Rightarrow \frac{bx}{x^2 + b} = f(x) \rightarrow f'(x) = \frac{b(x^2 + b) - 2x(bx)}{(x^2 + b)^2}$$

$$\Rightarrow bx^2 + b^2 - 2bx^2 = -bx^2 + b^2 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{b}$$

$$f(\sqrt{b}) = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{b}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12$$

۲۱- زاویه‌ای که خط  $x - y = 2$  با قسمت مثبت محور  $x$  ها می‌سازد، چند درجه است؟

۱۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

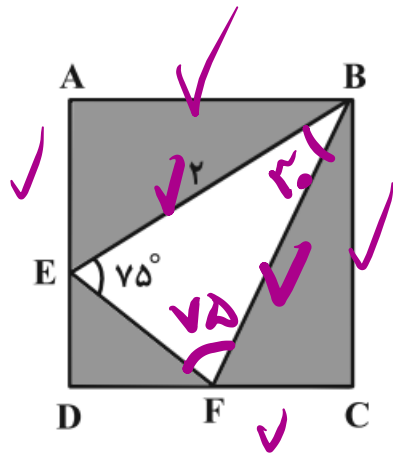
۴۵ (۱)

$$m = \tan \alpha \Rightarrow m = -\frac{1}{-1} = 1 \Rightarrow \tan \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \tan 45^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} (a+b)h$$

۲۲- چهارضلعی ABCD یک مربع است. اگر  $AE = FC$  باشد، مساحت قسمت سایه خورده کدام است؟ ( $BE = 2$  و  $\hat{BEF} = 75^\circ$ )



$$BCF \cong AEB$$

من ز من

$$BF = 2$$

$BEF \xrightarrow{\text{مادر استین}} \hat{E} = 75^\circ$   
 $\Rightarrow \hat{B} = 30^\circ$

$$\frac{2}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

BEF

$$\frac{1}{2} BE \cdot BF \sin B = \frac{1}{2} (2)(2) \sin 30^\circ = 1$$

$\frac{ABE}{BCF} \rightarrow B_1 = B_2 = 30^\circ \Rightarrow AB = 2 \cos 30^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow S_{\text{مادر}} = S_{\text{منه}} = 3 - 1 = 2$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta$$

۲۳ - حاصل عبارت  $A = \frac{\cos 7^\circ \cos 1^\circ + \cos 8^\circ \cos 2^\circ}{\cos 68^\circ \cos 8^\circ + \cos 82^\circ \cos 22^\circ}$  کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$$\frac{\cos 7^\circ \cos 1^\circ + \cos(90^\circ - 1^\circ) \cos(90^\circ - 7^\circ)}{\cos 48^\circ \cos 8^\circ + \cos(90^\circ - 8^\circ) \cos(90^\circ - 48^\circ)} = \frac{\cos 7^\circ \cos 1^\circ + \sin 1^\circ \sin 7^\circ}{\cos 48^\circ \cos 8^\circ + \sin 8^\circ \sin 48^\circ}$$

$$= \frac{\cos(7^\circ - 1^\circ)}{\cos(48^\circ - 8^\circ)} = \frac{\cos 6^\circ}{\cos 40^\circ} = 1$$

$$\sin^2\left(-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right) + \cot^2(2\pi+x) = \cos^2 x + \cot^2 x = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3} \checkmark$$

۲۴- اگر  $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  باشد، حاصل  $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cot^2(2\pi+x)$  کدام است؟

$$\frac{7}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{1 - k \sin^2 x} \Rightarrow \sin^2 x = 1 - k \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = 1 - \frac{1}{\mu} = \frac{\mu-1}{\mu}$$

$$\Rightarrow \cot^2 x = \frac{\frac{\mu-1}{\mu}}{\frac{1}{\mu}} = \mu - 1$$



$$\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1 - \frac{1}{27}}{1 + \frac{1}{27}} = \frac{24}{27} \times \frac{27}{28} = \frac{24}{28} = \frac{13}{14}$$

۲۵- اگر  $3 \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \cos \theta$  باشد، مقدار  $\cos 2\theta$  کدام است؟

$$-\frac{3\sqrt{3}}{14} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{21}}{14} \quad (1)$$

$$-\frac{5}{14} \quad (F)$$

$$\frac{13}{14} \quad (R)$$

$$r(\sin \theta \cos \frac{\pi}{4} + \cos \theta \sin \frac{\pi}{4}) = \cos \theta$$

$$r(\sin \theta \frac{\sqrt{r}}{r} + \cos \theta \frac{1}{r}) = \cos \theta \Rightarrow \frac{r\sqrt{r}}{r} \sin \theta + \frac{r}{r} \cos \theta = \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{r\sqrt{r}}{r} \sin \theta = -\frac{1}{r} \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = -\frac{1}{r\sqrt{r}}$$

$$\begin{aligned} h &= 4 \\ n &= 9 \\ n &= 14 \end{aligned}$$

۲۶- تنها نقاط ناپیوسته تابع  $f(x) = (x - 3a)[\sqrt{x}]$  در بازه  $(1, 25)$ ، نقاط به طول  $x=9$  و  $x=16$  هستند. مقدار  $a$  کدام است؟

( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{16}{3} (2)$$

$$3 (4)$$

$$\frac{4}{3} (1)$$

$$4 (3)$$

$$\frac{n=4}{\text{سوره}}$$

$$(n - 3a) \frac{1}{\sqrt{x}} \rightarrow 4 - 3a = 0 \rightarrow a = \frac{4}{3}$$

سوره  $[ \sqrt{x} ]$  توابع  $\left\{ \begin{array}{l} h=4 \\ n=9 \\ n=14 \end{array} \right.$  سو مقدار  $a$  به سوره  $\leftarrow$   $\frac{n=4}{\text{سوره}}$

۲۷- اگر  $f(x) = [-x]x^2 + x$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{x-1}\right)$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

$\lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{1}{n-1} = 1$  → عدد در مخرج نزول کند

$1 \ (2)$   
 $-1 \ (4)$

(۱) صفر

$-\frac{1}{2} \ (3)$

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow 2^-} f\left(\frac{1}{n-1}\right) &= \lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) = \lim_{n \rightarrow 1^+} \overbrace{[-n]}^{-1} n^2 + n = -1n^2 + n \\
 &= -1 + 1 \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

۲۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan^2 3x}$  کدام است؟

$$\frac{2}{9} (1)$$

$$\frac{2}{3} (3)$$

۶ (۲)

۳ (۴)

$$1 - \cos^2 x$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{\tan^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos x}{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x \sin^2 x}{\sin^2 x}$$

$$= 1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} \xrightarrow{\text{L'Hôpital}} 1 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{2x} = \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{\varepsilon n - \varepsilon} \xrightarrow{\text{H.o.P.}} \frac{\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2\varepsilon}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2\varepsilon}} = \frac{1}{2\varepsilon} = n$$

۲۹- تابع  $f(x) = \frac{|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}|}{4x+m}$  مفروض است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = n$  باشد، حاصل  $mn$  کدام است؟ ( $n \neq 0$ )

$$-\frac{97}{24} \quad (2)$$

$$\frac{97}{16} \quad (4)$$

(1) -4

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}|}{\varepsilon n + m} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}{\varepsilon n + m} = n$$

$$\Rightarrow \varepsilon n + m = 0 \Rightarrow \varepsilon + m = 0 \Rightarrow m = -\varepsilon$$

$$\Rightarrow mn = \frac{\varepsilon}{2\varepsilon} = \frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{\mu}$$

$$f(a) = -\frac{1}{\mu}$$

$$-\frac{1}{\mu} + \epsilon = -\frac{1}{\mu} + \frac{12}{\mu} = \frac{11}{\mu}$$

۳۰- تابع  $f(x) = \begin{cases} 9x - 1 & ; x \leq a \\ \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - a} & ; x > a \end{cases}$  در  $x = a$  پیوسته است. حاصل  $a - f(a)$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow a^-} 9x - 1 = 9a - 1 = f(a)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{12}{3} \quad (1)$$

$$\frac{11}{3} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{\text{متر}}{0} = \left( \frac{1}{\mu} \right)$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$(3x+1)(x-1) = 0 \begin{cases} x=1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{\mu}$$

$$a = -\frac{1}{\mu}$$

$$\Rightarrow 9a - 1 = -\frac{1}{\mu} \checkmark$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{\mu}} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x - a} = \frac{(3x+1)(x-1)}{x + \frac{1}{\mu}} = -\frac{1}{\mu}$$

