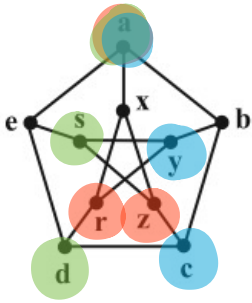


۷۱- گراف زیر چند γ -مجموعه شامل رأس a دارد؟

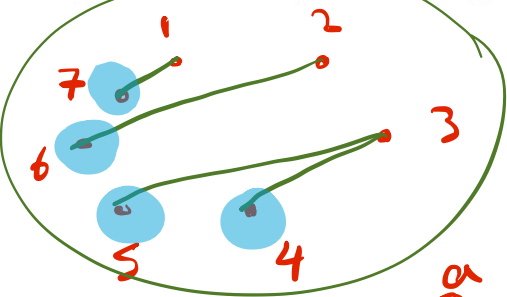


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۷۲- در گراف G با مجموعه رأس‌های $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، مجموعه $D = \{1, 2, 3\}$ یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

می‌دانیم G رأس تنها ندارد، در این صورت: (الف) مجموعه $C = \{1, 2\}$ ، مجموعه احاطه‌گر؛ (ب) مجموعه

$E = \{4, 5, 6, 7\}$ مجموعه احاطه‌گر



~~(۱) است - نیست~~

~~(۱) است - است~~

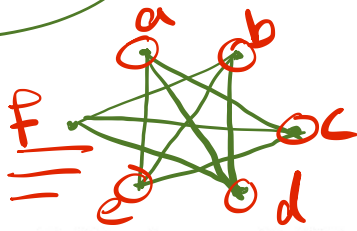
(۴) نیست - نیست

(۳) نیست - است

۷۳- تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر دو عضوی گراف \bar{C} کدام است؟

- ۸ (۱)
- ۹ (۲)
- ۱۰ (۳)
- ۱۲ (۴)

$(3) \times (3)$
2



۷۴- چند عدد طبیعی سه رقمی مضرب ۵ با ارقام متمایز وجود دارد که مجموع ارقام آن عددی فرد باشد؟

- ۵۶ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۶۸ (۳)
- ۷۲ (۴)

$\overline{ab0}$
 \overline{abs}

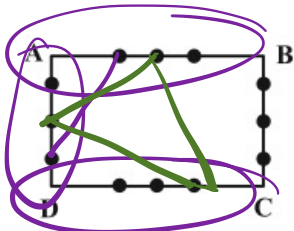
$a+b = \text{فرد}$
۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸

$\rightarrow 40$

$40 + 28 = 68$

۷۵- ۱۲ نقطه مطابق شکل روی اضلاع یک مستطیل قرار دارند. چند مثلث با رئوس این نقاط می‌توان ساخت که هیچ دو رأسی روی

یک ضلع مستطیل نباشند؟



$(4) (3) (3) (3)$
 $(3) (1) (1) (1)$

$= 4 \times 3 \times 3 \times 3$

$\frac{12}{30}$
 108

- ۲۲۰ (۱)
- ۱۰۸ (۲)
- ۸۱ (۳)
- ۱۴۴ (۴)

$a+b = \text{زوج}$

$a, b \text{ زوج} \rightarrow 4 \times 4 = 16$

$a, b \text{ فرد} \rightarrow 4 \times 3 = 12$

$\left. \begin{matrix} 16 \\ 12 \end{matrix} \right\} 28$

۷۶- به چند طریق می توان سه عدد از مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 12\}$ انتخاب کرد طوری که مجموع آن ها بر ۳ بخش پذیر باشد؟

$A_0 = \{3, 6, 9, 12\} \rightarrow 3k \rightarrow \binom{4}{3} \quad 12 \quad 76$ ۷۶ (۱) ✓
 $A_1 = \{1, 4, 7, 10\} \rightarrow 3k+1 \rightarrow \binom{4}{3} \quad (4)(4)(4) \quad 64$ ۳۶ (۳)
 $A_2 = \{2, 5, 8, 11\} \rightarrow 3k+2 \rightarrow \binom{4}{3}$

۷۷- حروف کلمه «مماشات» را به چند طریق می توان در یک ردیف با ۸ خانه قرار داد؟ (دو تا از خانه ها خالی می مانند).

$\binom{8}{2} \times \frac{6!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 7 \times 6!}{4}$ ۷! (۲) ✓ ۸! (۱)
۷! (۴) $\frac{7!}{4}$ ۸! (۳) $\frac{8!}{4}$

$= 7 \times 6! = 7!$

۷۸- تعداد جواب های صحیح و نامنفی دستگاه معادلات زیر کدام است؟

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11 \end{cases} \rightarrow \binom{6}{1} = 6$
 $x_3 + x_4 + x_5 = 6$
 $x_3 = 0, 1, 2$
 $\begin{cases} x_4 + x_5 = 6 \rightarrow 7 \\ x_4 + x_5 = 5 \rightarrow 6 \\ x_4 + x_5 = 4 \rightarrow 3 \end{cases}$
۹۶ (۴) $16 \times 6 = 96$ ۹۰ (۳) ۸۴ (۲) ۷۸ (۱) 16

۷۹- گل فروشی تمام حالت های ممکن دسته گل های ۷ شاخه ای از ۴ نوع گل را درست کرده است. دسته گلی به تصادف انتخاب

$a + b + c + d = 7 \rightarrow \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3}$ می کنیم، با کدام احتمال از همه انواع گل ها در دسته گل وجود دارد؟

$P(A) = \frac{|A|}{|S|} \rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{6}{3}$ ۳ (۲) $\frac{3}{5}$ ۱ (۱) $\frac{1}{6}$ ✓
 $|S| = \binom{10}{3}, |A| = \binom{6}{3}$ ۳ (۴) $\frac{3}{10}$ ۴ (۳) $\frac{4}{7}$
 $P(A) = \frac{6 \times 5 \times 4}{3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3!} = \frac{6 \times 20}{9 \times 5} = \frac{6}{9 \times 4} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

۸۰- چند عدد طبیعی ۴ رقمی وجود دارد که همه ارقام آن فرد بوده و مجموع ارقام آن برابر با ۱۲ باشد؟

$a, b, c, d \quad k \in \mathbb{N}$ ۲۸ (۲) ۴۲ (۱)

$a = 2k_1 - 1$ ۵۶ (۴) ۳۵ (۳) ✓
 $b = 2k_2 - 1$

$d = 2k_4 - 1$ $a + b + c + d = 12$

$2k_1 + 2k_2 + \dots + 2k_4 - 4 = 12$

$k_1 + k_2 + \dots + k_4 - 2 = 6$

$k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 8 \rightarrow \binom{7}{3} = 35$

$A \rightarrow 5$ قاعده 5
 $B \rightarrow 4$ " " " " " "
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$
 $|A \cup B| = |S| - |A \cup B| = 5^4 - 2 \cdot 4^4 + 3 \cdot 4^4 = 194$

۱۱۳ (۱) ۱۶۴ (۲) ۱۹۴ (۳) ۲۲۳ (۴)

۸۲- رمز یک کیف پول دیجیتالی ۴ کاراکتری است و از حروف کوچک یا بزرگ a, b, c و d و ارقام ۰ و ۱ تشکیل می‌شود. این رمز، وقتی امنیت قابل قبول دارد که همزمان هم دارای حرف بزرگ و هم حرف کوچک و هم رقم در آن به کار رفته باشد. چند رمز با

DCBA

امنیت قابل قبول ممکن است وجود داشته باشد؟

$$10^4 - 6^4 - 6^4 - 8^4 + 2 \cdot 4^4 + 4^4 + 4^4$$

$2592 + 4096 = 6688$
 $16 + 512 + 4080 = 6160$
 $6688 - 6160 = 528$

۳۸۴۰ (۴)

۸۳- با مجموعه رأس‌های $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف ساده ساخته می‌شود به طوری که هیچ کدام از رأس a, b یا c از درجه ۴ نباشند؟

$2^{10} - 2^6 \times 3 + 3 \times 2^3 - 2$
 $1024 - 170 = 854$
 $\binom{4}{2} = 6$

۸۴- چه تعداد تابع یک به یک از مجموعه $X = \{a, b, c, d, e\}$ به مجموعه $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وجود دارد که هیچ کدام از

$|A| = 5!$
 $|B| = 5!$
 $|A \cap B| = 4!$
 $|A \cup B| = 240 - 24 = 216$
 $|A \cup B| = 6! - 216 = 720 - 216 = 504$

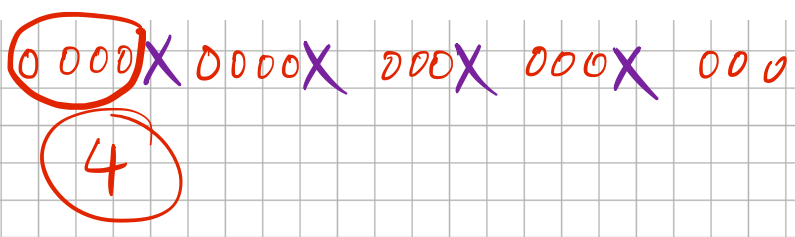
۸۵- به چند حالت ۳ داور می‌توانند ۵ فیلم a, b, c, d و e را داوری کنند به طوری که (۱) هر فیلم را فقط یک نفر داوری کند، (۲) هر داور حداقل یک فیلم را داوری کرده باشد و (۳) داور دو فیلم a و e یکی باشد؟

$3^m - 3(2^m) + 3$
 $81 - 48 + 3 = 36$

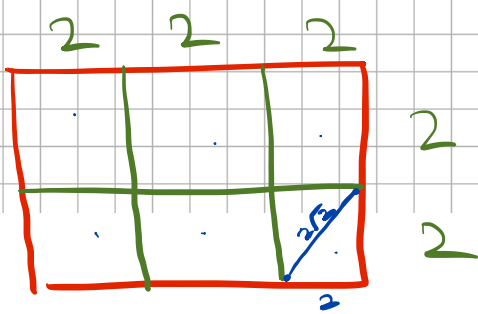
۸۶- ۱۷ مرد و ۴ زن می‌خواهند، در یک ردیف با هم، عکس یادگاری بگیرند. به هر حالتی که بایستند حداقل m مرد کنار هم قرار

می‌گیرند. حداکثر مقدار m کدام است؟

۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)



$|A \cup B \cup C| = |S| - |A| - |B| - |C| + |A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$



۸۷- کدام گزینه، جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

«درون یک مستطیل 4×6 ، نقطه قرار دارند. حداقل دو نقطه در بین این نقاط وجود دارد که فاصله آن‌ها از هم، کمتر از

(۲)

..... است.

(۲) چهار / $\sqrt{17}$ واحد

(۱) پنج / $\sqrt{10}$ واحد

(۴) شش / ۳ واحد

(۳) هفت / $2\sqrt{2}$ واحد

۸۸- ظرفی شامل ۵ مهره سفید، ۹ مهره سیاه و ۱۲ مهره سبز است. حداقل چند مهره از ظرف خارج کنیم تا مطمئن باشیم تعداد

12 Green

5 White

مهره‌های سفید خارج شده از تعداد هر یک از مهره‌های سیاه و سبز کمتر است؟

6 Black 23 (4)

20 (3)

17 (2)

14 (1)

۸۹- ۵ کارت داریم که روی آن‌ها اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ نوشته شده است. هر بار سه تا از این کارت‌ها خارج می‌کنیم و آن‌ها را به

ترتیب صعودی کنار هم قرار می‌دهیم تا به یک عدد سه رقمی برسیم. حداقل چند بار این آزمایش را انجام دهیم تا مطمئن

$$\binom{5}{3} = 10$$

$$\begin{matrix} 20 \\ 21 \end{matrix} \rightarrow +$$

باشیم عدد سه رقمی وجود دارد که ۳ بار یا بیشتر ساخته شده است؟

91 (4)

61 (3)

31 (2)

21 (1)

۹۰- کدام مورد دربارهٔ مجموعه $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ درست است؟

$\begin{cases} 1, 9 \\ 2, 8 \\ 3, 7 \\ 4, 6 \end{cases}$ (5, 10)

(۱) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، مجموع دو عدد برابر ۱۰ است.

$\begin{cases} 1, 8 \\ 2, 7 \\ 3, 6 \\ 4, 5 \end{cases}$ (2, 10)

(۲) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، مجموع دو عدد برابر ۹ است.

(۳) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، تفاضل دو عدد برابر ۱ است.

(۴) در بین هر ۶ عدد از مجموعه A ، تفاضل دو عدد برابر ۲ است.

$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \\ 5 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \\ 9 & 10 & 10 \end{matrix}$

$\begin{matrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \end{matrix}$