



ریاضی و آمار (۳)

پاسخ‌گویی به سؤال‌های این درس برای همه دانش‌آموزان اجباری است.
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

دنباله‌های حسابی
دنباله هندسی
ریشه n ام و توان گویا
صفحه‌های ۹۴ تا ۶۱

۱- دنباله $2x+1, 3x+5, 4x+4, \dots$ یک دنباله حسابی است. رابطه بازگشتی این دنباله کدام است؟

$a_{n+1} - a_n = 2$ (۲)

$2b = a + c$

$a_{n+1} = a_n - 1$ (۱) ✓

$a_{n+1} - a_n = -2$ (۴)

$2(2n+5) = 2n+1 + 2n+4$

$a_{n+1} = a_n$ (۳)

* رابطه بازگشتی دنباله حسابی

$a_{n+1} = a_n + d$

$a_{n+1} - a_n = d$

$a_{n+1} - a_n = -1$

$a_{n+1} = a_n - 1$

$2(-5)+1, 3(-5)+5, 4(-5)+4$

$-9, -10, -11$

$d = -1$

$4n+10 = 2n+5$

$4n - 2n = 5 - 10$

$2n = -5$

۲- اگر مجموع اختلاف مشترک جملات و جمله سوم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع سه جمله اول آن برابر ۳ باشد، جملات دنباله روی کدام خط قرار می‌گیرند؟ (x معادل شماره جمله است).

ملاحظه کنید!
حل: $a_n = a_1 + (n-1)d$
 $a_n = -1 + (n-1) \times 2$

$a_n = 2n - 3 \rightarrow y = 2n - 3$

$2y - 4x + 6 = 0$ (۱) ✓

$y - 2n + 3 = 0$
 $2y - 4n + 6 = 0$

$2y + 4x - 6 = 0$ (۲)

$-2y + 4x + 3 = 0$ (۴)

$-2y - 4x - 6 = 0$ (۳)

~~$a_1 + d = 5$~~

$a_1 + 2d + d = 5$

$a_1 + 3d = 5$

~~$-a_1 + 3d = 5$~~

~~$3a_1 + 3d = 3$~~

$\frac{3a_1}{3} = \frac{-3}{3} \rightarrow a_1 = -1$

$a_1 + a_2 + a_3 = 3$

$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3$

$3a_1 + 3d = 3$

~~$3(-1) + 3d = 3$~~

$3d = 3 + 3$

$3d = 6$

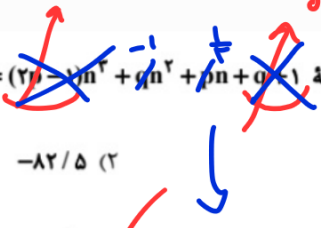
$d = 2$



۳- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = (2n-1)n^2 + 9n^2 + pn + q$ به دست می آید. مجموع ۵ جمله سوم این دنباله کدام است؟

$2p-1=0 \rightarrow p=\frac{1}{2}$

$a_{r+1} = a_r + d$
 $a_r = -1$



- (۱) $-87/5$
- (۲) $-82/5$
- (۳) $-77/5$
- (۴) $-72/5$ ✓

$S_n = -1n^2 + \frac{1}{2}n$

$S_{10} = -(10)^2 + \frac{1}{2} \times 10 = -100 + 5 = -95$
 $S_5 = -(5)^2 + \frac{1}{2} \times 5 = -25 + \frac{5}{2} = \frac{-50+5}{2} = \frac{-45}{2}$

$S_{10} - S_5 =$ مجموع ۵ جمله درم

$\frac{-95}{1 \times 2} - \left(\frac{-45}{2} \right)$

$\frac{-190 + 90}{2} = \frac{-100}{2}$

$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$

۴- اگر عدد m، واسطه هندسی بین ریشه های معادله $x^2 - 2x + 4m + 5 = 0$ باشد، اختلاف مقادیر ممکن برای m کدام است؟



a, b, c
 $b^2 = a \cdot c$

$\alpha \cdot \beta = p = \frac{c}{a} = \frac{4m+5}{1}$

~~$\alpha \cdot \beta = m^2$~~
 $4m + 5 = m^2$

$m^2 - 4m - 5 = 0$
 $m = -1$
 $m = -\frac{c}{a} = -\frac{-2}{1} = +2$
 -۳: متوسط

$$\frac{r}{a_1} = ? \quad \frac{\frac{1}{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

۵- اگر مجموع n جمله اول دنباله هندسی به صورت $S_n = 3(1 - 2^{-n})$ باشد، نسبت مشترک دنباله هندسی چند برابر جمله اول آن است؟

$$S_1 = 3(1 - 2^{-1}) = 3\left(\frac{1 \times 2^0}{1 \times 2^1} \times \frac{1}{2}\right) = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} = a_1$$

$$S_2 = 3(1 - 2^{-2}) = 3\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{9}{2}$$

$$S_2 = a_1 + a_2 \rightarrow \frac{9}{2} = \frac{3}{2} + a_2$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} = a_2$$

$$\frac{6}{2} = a_2$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{6}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2}$$

۶- حاصل عبارت $(\frac{2}{5})^2 \times (1 - \frac{2}{5})^2 \times (\frac{2}{5})^2$ کدام است؟

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2+2+2} = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \left(\frac{64}{15625}\right)$$

۷- مطابق شکل زیر، پس از تقسیم مربعی به ضلع چهار واحد به چهار مربع برابر، یکی از آن‌ها را رنگ می‌کنیم. از مربع‌های باقی‌مانده مربعی را که ضلع

مشترک با مربع رنگ‌آمیزی شده ندارد، انتخاب می‌کنیم و با تقسیم آن به چهار مربع برابر، مربع با رأس مشترک با مربع رنگ شده را رنگ‌آمیزی

مجموع S_n متداول

می‌کنیم و همین روند را ادامه می‌دهیم. پس از پنج مرحله رنگ‌آمیزی مربع به روش بالا، چه مساحتی از مربع اولیه رنگ می‌شود؟



$$S_5 = \frac{a_1 \times (1 - r^5)}{1 - r} \quad \frac{241}{64} \quad (1)$$

$$S_5 = \frac{4 \times (1 - (\frac{1}{4})^5)}{1 - \frac{1}{4}} \quad \frac{241}{32} \quad (2)$$

$4, \frac{1}{4}, \dots$
 $\times \frac{1}{4}$

$a = 4$ $r = \frac{1}{4}$

$$S_5 = \frac{4 \times (\frac{1 - (\frac{1}{4})^5}{1 - \frac{1}{4}})}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times (\frac{1 - \frac{1}{1024}}{\frac{3}{4}})}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times (\frac{1023}{1024} \times \frac{4}{3})}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times \frac{1023}{768}}{\frac{3}{4}} = \frac{4 \times \frac{1023}{768} \times \frac{4}{3}}{1} = \frac{1023}{32} \quad (3)$$

$$\frac{1023}{32} = \frac{512}{32} + \frac{511}{32} = \frac{512}{32} + \frac{511}{32} = \frac{1023}{32} \quad (4)$$

۸- مجموع دو برابر ریشه سوم عدد -64 و نصف کوچکترین ریشه دوم عدد $\frac{2x+11}{2}$ واحد کمتر از قرینه ریشه پنجم عدد 1024 است. x کدام

$1024 = 2^{10}$ 2^2

$\frac{2x+11}{2}$ ریشه دوم

-64 ریشه سوم

است؟

$$2x(-4) + \frac{k}{2} = -4$$

$$\frac{k}{2} = -4 + 8$$

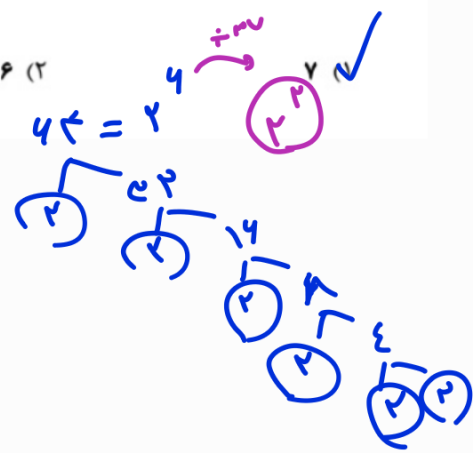
$$k = -8$$

$$\frac{2n+11}{2} = 19$$

$$2n+11 = 38$$

$$2n = 27$$

$$n = 14$$



$$\left(\frac{r}{s}\right)^n \times \left(\frac{r}{s}\right)^{n-1} = \left(\frac{r}{s}\right)^{2n}$$

$$\left(\frac{r}{s}\right)^{-n} \times \left(\frac{r}{s}\right)^{n-2} = \left(\frac{r}{s}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{r}{s}\right)^{n-2} = \left(\frac{r}{s}\right)^{-2}$$

$$n-2 = -2 \rightarrow n = -2+2 \rightarrow n = 0$$

۹- در تساوی مقدار x کدام است؟ $\left(\frac{2}{3}\right)^x \times \left(\frac{9}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{27}{16}\right)^x$

۱۰- اگر $\left(\frac{4}{25}\right)^{2x-1/5y} = (2/5)^{-4x-2y+1}$ باشد، حاصل xy کدام است؟

$$\left(\frac{r}{s}\right)^{n+d} = \left(\frac{r}{s}\right)^{n+\frac{r}{s}}$$

$$r^{n+d} = r^{-4n-2y}$$

$$n+d = -4n-2y$$

$$\frac{1}{r}n + \frac{2}{s}y = -\frac{2}{s}$$

$$\begin{cases} 5n + y = -1 \\ -5n - 10y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5n + y = -1 \\ -5n - 10y = -4 \end{cases}$$

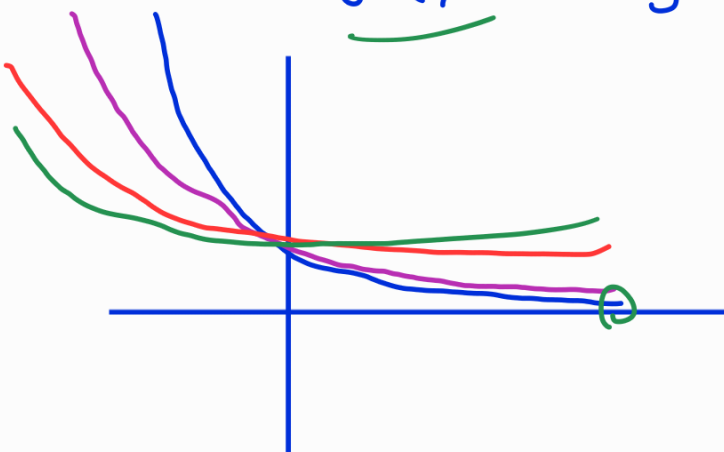
$$\begin{aligned} -10y &= -12 \\ y &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$



$$f(n) = r^n$$

$$f(r) = r^r = 1$$

صورتی که $a > 1$

۱۲- در تابع نمایی $f(x) = a^x$ اگر $f(1) + f(-1) = \frac{5}{2}$ و $f(2) > f(1)$ باشد، حاصل $f(3)$ کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

۸ (۳)

$\frac{27}{8}$ (۲)

۲۷ (۱)

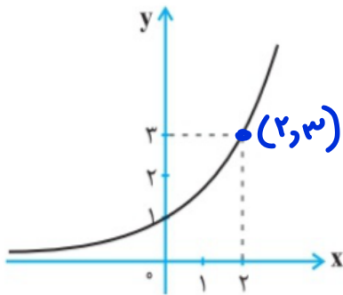
$$a^1 + a^{-1} = \frac{5}{2} \rightarrow a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times a} a^2 + 1 = \frac{5}{2}a \xrightarrow{\times 2} 2a^2 + 2 = 5a$$

$$2a^2 + 2 = 5a \rightarrow 2a^2 - 5a + 2 = 0 \rightarrow a^2 - \frac{5}{2}a + 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{2} \quad a = \frac{2}{1} = 2$$

۱۳- اگر نمودار تابع نمایی $f(x) = a^x$ به صورت زیر باشد، $f(-1) \times f(2)$ کدام است؟

$$r = a^2 \rightarrow a = \sqrt{r}$$



$$f(x) = (\sqrt{r})^x$$

$2\sqrt{3}$ (۱)

$$f(-1) = (\sqrt{r})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{r}}$$

۳ (۲)

$$f(2) = (\sqrt{r})^2 = r$$

$\sqrt{3}$ (۳)

$$\frac{1}{\sqrt{r}} \times r = \frac{r}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{r} \times \sqrt{r}}{\sqrt{r}} = \frac{\sqrt{r}}{1} = \sqrt{r}$$

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۱۴- جمعیت فعلی کشوری $9/4$ میلیون نفر است. با آهنگ رشد سالانه جمعیت ۲ درصد، تقریباً پس از ۱۱۹ سال جمعیت به ۱۰۰ میلیون نفر می‌رسد.

$$f(119) = 100$$

$$t = 119$$

$$r = \frac{2}{100} = 0.02$$

$$A_0 = 9.4$$

پس از چند سال جمعیت کشور ۵۰ میلیون نفر می‌شود؟ $((1/0.2)^{25} = 2)$

$$A_t = A_0 \times (1+r)^t$$

۵۳ (۴)

۴۸ (۳)

۸۴ (۱)

۳۵ (۲)

$$\frac{100}{9.4} = \frac{9.4 \times (1+0.02)^t}{9.4 \times (1+0.02)^t}$$

$$r = (1+0.02)^{119-t}$$

$$r = (1+0.02)^{119-t} \rightarrow 119-t = 38$$

$$119-38 = t$$

۱۵- احسان ۲۴ ساله است. او قصد دارد در یک شرکت تولیدی سرمایه‌گذاری کند. او در سال ۱۴۰۰ مبلغ دویست میلیون تومان را در این شرکت

A.

سرمایه‌گذاری کرده و شرکت در پایان هر سال ۲۰ درصد سود به سرمایه او می‌افزاید. سرمایه او پس از دو سال چند میلیون تومان می‌شود؟

۲۶۰ (۴)

۲۸۰ (۳)

$۲ = ۰.۲$

۲۶۸ (۲)

۲۸۸ (۱) ✓

$$A = ۲۰۰ \times \left(1 + \frac{۰.۲}{۱}\right)^۲$$

$$A = ۲۰۰ \times ۱,۴۴ = ۲۸۸$$

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

صفحه‌های ۱ تا ۲۰

پاسخ‌گویی به سؤال‌های این درس برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی و آمار (۲)

۱۶- در کدام گزینه نقیض گزاره نادرست بیان شده است؟

(۱) P : عدد ۲ اول است، نقیض P : عدد ۲ اول نیست. درسته

(۲) P : معادله $x-1=0$ ریشه دارد، نقیض P : معادله $x-1=0$ ریشه ندارد. درسته

(۳) P : عددی مثبت است، نقیض P : عددی منفی است. درستی مثبت

(۴) P : تهران پایتخت ایران است، نقیض P : تهران پایتخت ایران نیست.

۱۷- اگر گزاره $p \wedge q$ نادرست و گزاره $q \vee p$ درست باشد، ارزش گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow p)$ کدام است؟

(۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است. (۳) به ارزش p بستگی دارد. (۴) به ارزش q بستگی دارد.

نادرست: $p \wedge q$
درست: $q \vee p$

$\sim(\sim) \vee \sim(\sim)$
 $\sim \vee \sim \equiv \sim$

$\sim(\sim) \vee \sim(\sim)$

$\sim \vee \sim = \sim$

۱۸- اگر گزاره‌های درست، q گزاره‌های نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، چند تا از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(الف) $(p \Rightarrow q) \vee r$ ~~نادرست~~

(ب) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ ~~نادرست~~

(ج) $(p \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q)$ ~~درست~~

(د) $(\neg p \Rightarrow \neg q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ~~درست~~

۱ (۲)

۱ (صفر)

۲ (۳)

۳ (۴)

۱۹- چه تعداد از موارد زیر، همارز ترکیب دو شرطی گزاره $(p \Leftrightarrow q)$ هستند؟

(الف) $(p \Rightarrow q) \vee (\neg p \Rightarrow q)$ ~~درست~~

(ب) $(p \Rightarrow q) \vee \neg p$ ~~نادرست~~

(پ) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ~~نادرست~~

(ت) $(q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$ ~~نادرست~~

۲ (۲)

۱ (۱)

۳ (۳)

۴ (۴)

P: > $p \Leftrightarrow q$
q: ن (ن)

P: ن (ن)
q: >

۲۰- عکس نقیض ترکیب شرطی $(\neg p \wedge q) \Rightarrow (\neg q \vee r)$ کدام گزینه است؟

(الف) $(q \wedge \sim r) \Rightarrow (p \vee \sim q)$ (۳)

(ب) $(p \vee \sim q) \Rightarrow (q \wedge \sim r)$ (۴)

(ج) $(q \wedge \sim r) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$ (۱)

(د) $(p \vee \sim q) \Rightarrow (\sim q \vee r)$ (۳)

$\sim(\sim q \vee r) \Rightarrow \sim(\sim p \wedge q)$

$(q \wedge \sim r) \Rightarrow p \vee \sim q$

۲۱- در حالی که ارزش گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ درست باشد، چقدر احتمال دارد که گزاره r نادرست باشد؟

$\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{7}$ (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$

$r = \bigcirc \wedge$

P	q	r	$q \vee r$	$P \Rightarrow (q \vee r)$
۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۰	۱	۱
۱	۰	۱	۱	۱
۱	۰	۰	۰	۰
۰	۱	۱	۱	۱
۰	۱	۰	۱	۱
۰	۰	۱	۱	۱
۰	۰	۰	۰	۰

۲۲- اگر در جدول ارزش گزاره $(\sim(p \vee q) \wedge q) \wedge ((p \wedge q) \vee \sim q)$ در m حالت درست و n حالت نادرست باشد، کدام $m \times n$ کدام است؟

$m = 0$ ۴ (۳) صفر (۲) ۳ (۱)

$(\sim p \wedge \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim q)$

نادرست نادرست

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} > xy$$

۲۳- عبارت «مجموع معکوس مربعات دو عدد حقیقی و مخالف صفر بزرگتر از حاصل ضرب آنهاست» به زبان ریاضی کدام است؟

$$\frac{1}{x^2 + y^2} > xy, x, y \neq 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} > xy, x, y \neq 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{x+y}\right)^2 > xy, x, y \neq 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 > xy, x, y \neq 0 \quad (3)$$

۲۴- در کدام مورد قیاس استثنایی به درستی بیان نشده است؟

$$\begin{array}{l} p \Rightarrow \sim q \\ \underline{p} \quad (2) \\ \therefore \sim q \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{p \Rightarrow q} \\ \underline{q} \quad (1) \\ \therefore p \end{array}$$

$$(q \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow r \quad (4)$$

/

$$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q \quad (3)$$

۲۵- در کدام گزینه استدلال انجام شده قیاس استثنایی نیست؟

(۱) مقدمه ۱: اگر n عددی فرد باشد، آنگاه n^2 نیز فرد است.

مقدمه ۲: $n = 3$

نتیجه: 3^2 عددی فرد است.

(۲) مقدمه ۱: اگر x و y دو عدد فرد باشند، آنگاه $x+y$ زوج است.

مقدمه ۲: $x+y$ عددی زوج است.

نتیجه: x و y فرد هستند.

(۳) مقدمه ۱: اگر احسان بالاترین تراز را در کنکور کسب کند، آنگاه نفر اول کنکور می شود.

مقدمه ۲: احسان بالاترین تراز را در کنکور کسب کرده است.

نتیجه: احسان نفر اول کنکور است.

(۴) مقدمه ۱: اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه آن چهارضلعی یک لوزی است.

مقدمه ۲: چهارضلعی ABCD یک مربع است.

نتیجه: چهارضلعی ABCD یک لوزی است.

نیم دهوز