

-۱ با فرض $\pi = 3/14$ ، حاصل $\cos(2/57)$ با کدام گزینه برابر است؟

(۲) $\cos 1$

(۱) $\sin 1$

(۴) $-\cos 1$

(۳) $-\sin 1$

$$\cos(2/57) = \cos\left(1 + \frac{1}{57}\right) = \cos\left(1 + \frac{\pi}{r}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{c} + 1\right) = -\sin 1$$

$$\pi = 3/14 \Rightarrow \frac{\pi}{r} = \frac{3/14}{r} = \frac{1}{57} = 1/57$$

۲- فاصله دو شهر A و B روی کره زمین که بر روی یک نصف‌النهار قرار دارند، تقریباً ۱۶۱۰ کیلومتر است. اگر شعاع کره زمین ۶۴۴۰ کیلومتر فرض شود، زاویه‌ای که این دو شهر با مرکز زمین می‌سازند، تقریباً چند درجه است؟

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{1610}{6440} = \frac{161}{644} = \frac{1}{4} \text{ rad}$$

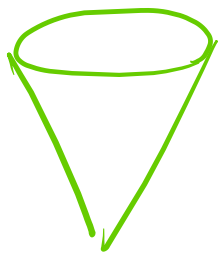
$\overset{15^\circ (2)}{\uparrow}$ $\underset{9^\circ (4)}{\downarrow}$

- (۱) ۱۴/۲۵°
- (۲) ۲۲/۵°

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\alpha} \Rightarrow \frac{D}{180} = \frac{L}{r}$$

\swarrow \nwarrow

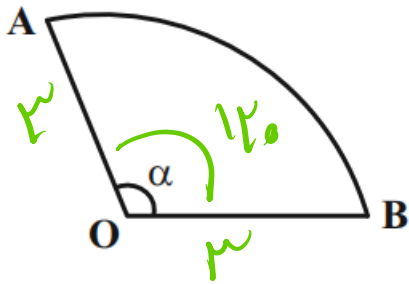
$$\theta = \frac{L}{r} \times \frac{180}{1} = 14.25^\circ$$



$$r^2 + h^2 = r^2 \Rightarrow 1 + h^2 = 4 \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = \sqrt{1} = 1$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \frac{1}{3} \pi$$

۳- شکل گسترده یک مخروط به صورت زیر است. اگر $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ و $0 < \alpha < \pi$ باشد، حجم مخروط کدام است؟ (OA = OB = 3)



$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \pi \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \pi \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \pi \quad (1)$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \pi \quad (3)$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} = -\cos \frac{\pi}{3} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = \frac{L}{3} \Rightarrow L = \widehat{AB} = 2\pi$$

$$\Rightarrow 2\pi r = 2\pi \Rightarrow r = 1$$

۴- حاصل عبارت $\cos\left(\frac{19\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{41\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{13\pi}{3}\right)$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{12} \quad (۱)$$

$$\frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{12} \quad (۴)$$

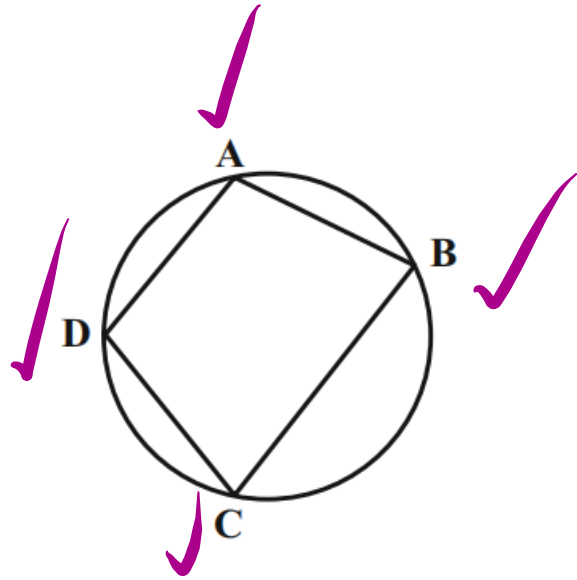
$$-۱ \quad (۳)$$

$$\cos\left(\frac{19\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{41\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right)\cot\left(\frac{13\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + - \tan \frac{\pi}{4} \cot \frac{\pi}{3}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 1 \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{12}$$

۵- در چهارضلعی شکل مقابل، کدامیک از روابط زیر همواره برقرار است؟ ($\hat{A} \neq \hat{C}$)



$$A + C = \pi$$
$$\sin A = \sin C$$
$$\cos A = -\cos C$$

$$\sin \hat{A} = \sin \hat{C} \quad (1)$$

$$\cos \hat{A} = \cos \hat{C} \quad (2)$$

$$\sin \hat{A} = \cos \hat{C} \quad (3)$$

$$\cos \hat{A} = \sin \hat{C} \quad (4)$$

$$\sin\left(-\left(\frac{13\pi}{2} - \alpha\right)\right)$$

۶- اگر $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $A = \frac{3 \sin\left(\alpha - \frac{13\pi}{2}\right) + 2 \cos(17\pi - \alpha)}{3 \tan\left(\frac{15\pi}{2} - \alpha\right) - 2 \cot(\alpha - 15\pi)}$ کدام است؟

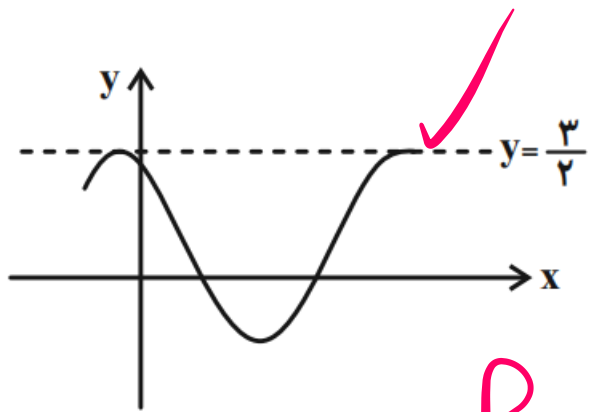
$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\frac{-3 \sin\left(\frac{13\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \cos(\pi - \alpha)}{3 \tan\left(\frac{15\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \cot \alpha} = \frac{-3 \cos \alpha - 2 \cot \alpha}{3 \cot \alpha - 2 \cot \alpha} = \frac{-2 \cot \alpha}{\cot \alpha}$$

$$= \frac{-2 \cot \alpha}{\cot \alpha} = -2 \cot \alpha = -2 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{2}{\mu}$$

۷- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت زیر است. کدام است $f(\pi)$ ؟



$$|b| + a = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a + | -1 | = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2} - \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow f(\pi) = \frac{1}{2} - \underbrace{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)}_{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

$$1 - \sqrt{2} \quad (1)$$

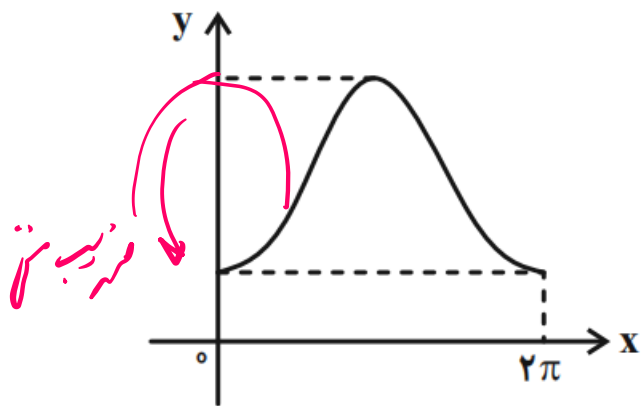
$$1 + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{1 - \sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$-2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + 1 = +2 \sin \alpha + 1$$

۸- شکل مقابل مربوط به بخشی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ است. اگر بیشترین مقدار این تابع چهار واحد از کمترین مقدار آن بیشتر



باشد و تابع از نقطه $(\frac{2\pi}{3}, 6)$ عبور کند، حاصل $f(\frac{\pi}{2} + \alpha) - 4$ کدام است؟

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$\alpha \rightarrow -a \geq a \cos x \geq a \xrightarrow{+b}$$

$$\Rightarrow -a + b \geq a \cos x + b \geq a + b$$

$$2 \sin \alpha + 1 \quad (1)$$

$$-2 \cos \alpha - 1 \quad (2)$$

$$-2 \sin \alpha + 1 \quad (3)$$

$$2 \cos \alpha - 1 \quad (4)$$

$$(b-a) - (a+b) = 4 \Rightarrow a = -2$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \cos \frac{\pi}{3} + b = 6 \Rightarrow 2 \cos \frac{\pi}{3} + b = 6 \Rightarrow b = 5 \checkmark$$

$$\log_b^a = c \Rightarrow a = \underbrace{(b)^c}_{\sqrt{n+1}}$$

(۲) مضرب ۱۱ است.

$$\log_{\sqrt{n+1}}^{\sqrt{n+1}} = \log_{\sqrt{n+1}}^{\sqrt{n+1}}$$

(۴) مجموع مقسوم‌علیه‌های آن ۱۵ است.

۹- کدام گزینه در مورد جواب معادله $x^{\log_3^2} = \sqrt{x} + 1$ درست است؟

(۱) مربع کامل است.

$$\sqrt{n+1} = t$$

$$\sqrt{n} = t - 1$$

$$n = (t-1)^2$$

(۳) عددی اول است.

$$(t-1)^2 \log_{\sqrt{n}}^{\sqrt{n}} = t \Rightarrow (t-1)^2 = t \xrightarrow{\log_{t-1}^{\sqrt{n}}} \log_{t-1}^{(t-1)^2} = \log_{t-1}^t$$

~~$$\log_{\sqrt{n}}^{\sqrt{n}} \log_{t-1}^{t-1} = \log_{t-1}^t \Rightarrow \log_{\sqrt{n}}^{\sqrt{n}} = \log_{t-1}^t \Rightarrow t = 4$$~~

$$\sqrt{n+1} = 4$$

$$\sqrt{n} = 3 \Rightarrow n = 9$$

۱۰- اگر $\log_2^2 = a$ باشد، آن گاه حاصل \log_3^1 کدام است؟

$$\frac{a}{1-a} \quad (2)$$

$$\frac{a}{2-a} \quad (1)$$

$$\frac{2-a}{1-a} \quad (4)$$

$$\frac{1-a}{2-a} \quad (3)$$

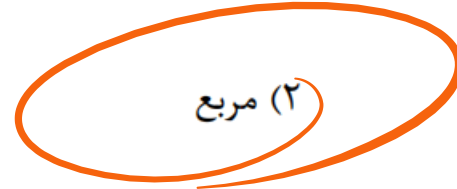
$$\log_2^2 = a \Rightarrow \log_2^4 = \frac{1}{a} \Rightarrow \cancel{\log_2^2} + \log_2^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_2^2 = \frac{1}{a} - 1$$

$$\begin{aligned} \log_2^{12} &= \log_2^{3 \times 2 \times 2} \\ &= \log_2^{3 \times 2} + \log_2^2 = \cancel{3 \log_2^2} + \frac{1}{\log_2^2} = 3 + \frac{1}{\frac{1}{a} - 1} \\ &= 3 + \frac{a}{1-a} = \frac{3-3a+a}{1-a} = \frac{3-a}{1-a} \end{aligned}$$

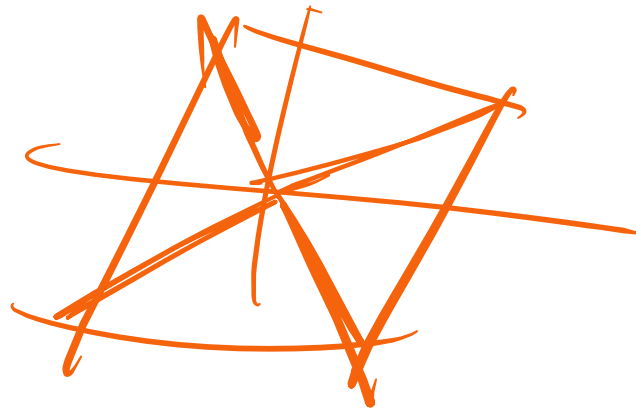
۱۱- انتهای کمان‌های $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ به ازای هر مقدار $(k \in \mathbb{Z})$ بر روی دایره‌ای به شعاع واحد، چه شکلی پدید می‌آورند؟

(۱) مثلث متساوی‌الساقین

(۳) پنج ضلعی



(۴) مثلث متساوی‌الاضلاع



$$k=0$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$k=1$$

$$\frac{3\pi}{4}$$

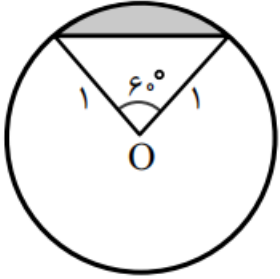
$$k=2$$

$$\frac{5\pi}{4}$$

$$k=3$$

$$\frac{7\pi}{4}$$

۱۲- در شکل زیر، شعاع دایره یک سانتی متر است، مساحت سطح سایه زده شده چند سانتی متر مربع است؟



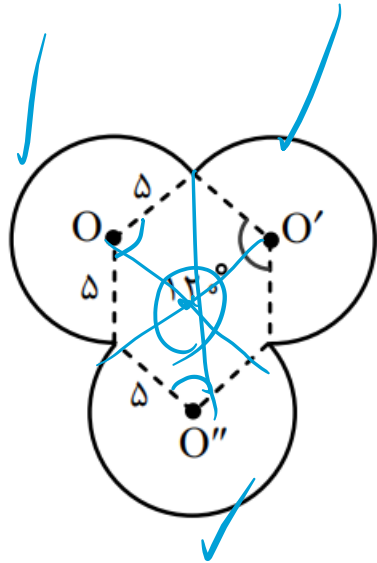
$$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 S_{\text{شایه}} &= S_{\text{شکل}} - S_{\text{مختلص}} = \frac{1}{2} r^2 \theta - \frac{1}{2} (r)(r) \sin \theta \\
 &= \frac{1}{2} (1)^2 \left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} (1)(1) \sin \frac{\pi}{3} \\
 &= \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}
 \end{aligned}$$



$$\theta = \frac{L}{r}$$

۱۳- محیط شکل متقارن مقابل کدام است؟ $\frac{2\pi}{3}$ (۱.۲)

$$\text{محیط} = 3 \left(\frac{2\pi}{3} \right)$$

$$= 2 \times \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

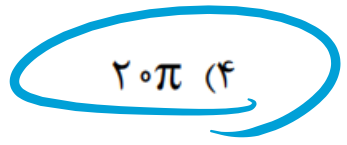
3π (۱)

4π (۲)

5π (۳)

2π (۴)

$$\text{محیط} = 3 \left(\frac{4\pi}{3} \right) = 4\pi$$



۱۴- حاصل $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) صفر

(۳) ۴

(۲) ۱

(۴) ۸

$$\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{8} = \frac{4\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{3\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{8}$$

$$\sin^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{\pi}{8} = 1 \quad \checkmark$$

۱۵- نسبت‌های مثلثاتی کدام زاویه‌ی زیر، با نسبت‌های مثلثاتی بقیه زاویه‌ها، متفاوت است؟

$$\frac{378^\circ + 18^\circ}{18^\circ} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{10} \quad (3)$$

$$\leftarrow -702^\circ \quad (2)$$

$$\leftarrow \frac{-37\pi}{10} \quad (4)$$

$$-2 \times 378^\circ + 18^\circ$$

$$\frac{-4\pi}{10} + \frac{2\pi}{10}$$

$$-2\pi + 2\pi$$



۱۶- برای رسم نمودار تابع $y = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ باید نمودار این تابع را ... واحد به ... در راستای محور X ها

انتقال دهیم.

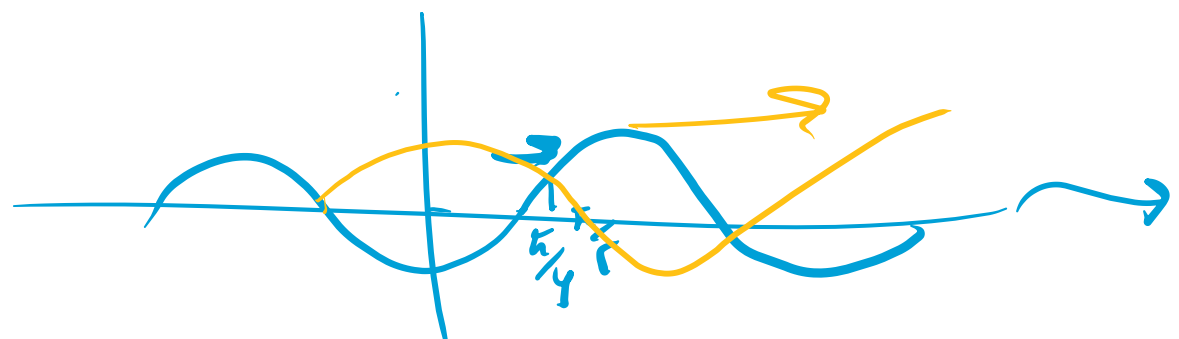
(۱) $\frac{\pi}{3}$ ، چپ

(۳) $\frac{2\pi}{3}$ ، چپ

(۲) $\frac{2\pi}{3}$ ، راست

(۴) $\frac{\pi}{3}$ ، راست

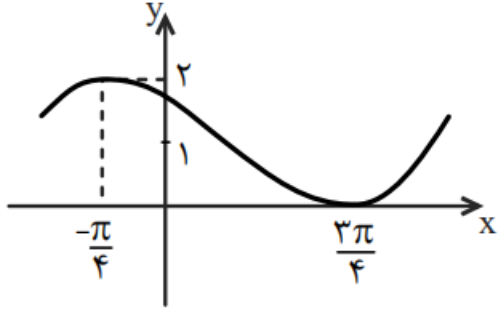
$$y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$$



$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$



۱۷- ضابطه‌ی تابع نمودار زیر، کدام گزینه می‌تواند باشد؟



$$x = \frac{3\pi}{4}$$

$$y = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{3\pi}{4} \\ 0 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \frac{3\pi}{4} \\ 2 \end{array} \right.$$

~~$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \quad (1)$$~~

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 \quad (2)$$

~~$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2 \quad (3)$$~~

~~$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 \quad (4)$$~~

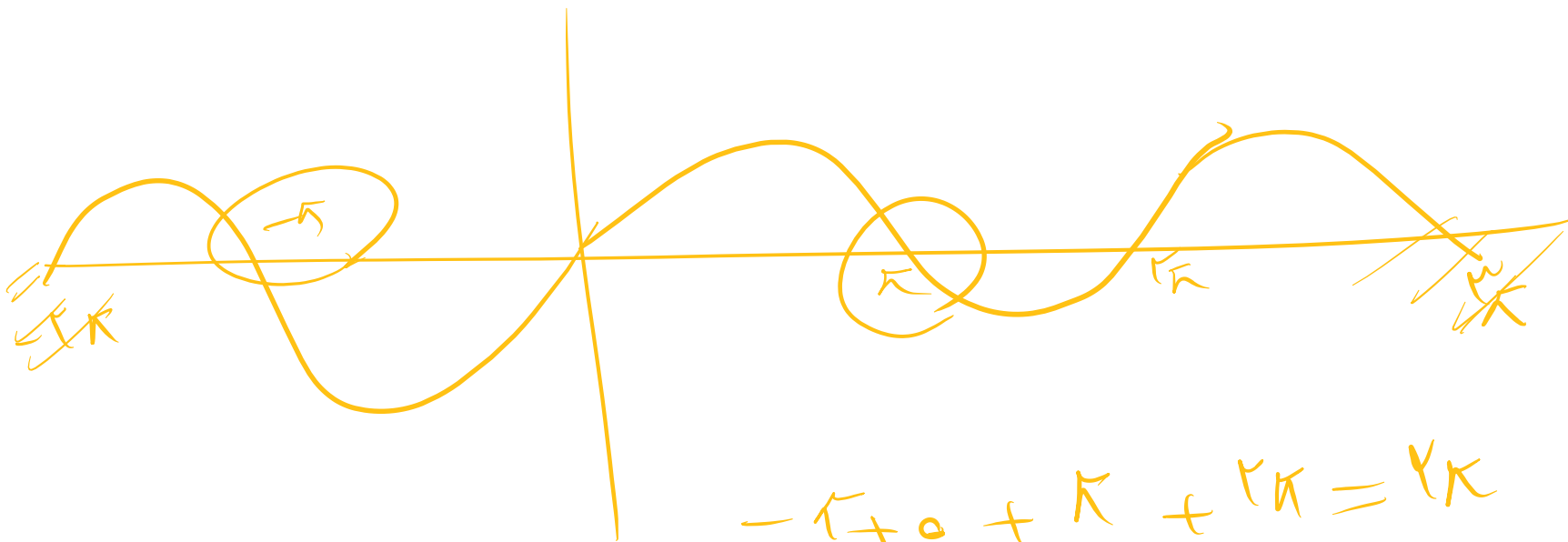
۱۸- مجموع طول نقاط تلاقی نمودار تابع $y = \sin x$ در بازه $(-2\pi, 3\pi)$ ، با محور x ها کدام است؟

π (۲)

3π (۴)

2π (۱)

صفر (۳)



۱۹- از دو معادله $4^x + 2^x = 72$ و $\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2$ ، مقدار y کدام است؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

$$(2^x)^2 + 2^x = 72 \Rightarrow t^2 + t - 72 = 0 \Rightarrow (t+9)(t-8) = 0$$

$t = 8$
 $t = -9$
 \times

$$\Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

$$\log^x + \log^{2y+9} = 2 \Rightarrow \log^x(2y+9) = 10^2 \Rightarrow 2y+9 = 100$$

$$2y = 91 \Rightarrow y = 45.5$$

$$\Rightarrow \log y^2 + \left(\frac{1}{4} \log y^2 + 2 \right) = \log m_0 \Rightarrow \log m_0 = \log y^2 * \log y^{113} \Rightarrow \log \frac{224}{4} = \log m_0$$

۲۰- برای بیهوش کردن یک پرنده، ۲۰ میلی گرم دارو برای هر یک کیلوگرم وزن لازم است. اگر نیم عمر دارو ۳ ساعت باشد، چند میلی گرم دارو

برای بیهوش نگه داشتن پرنده ۱۰ کیلوگرمی در مدت نیم ساعت لازم است؟ ($\log 113 = 2/0.5$, $\log 2 = 0/3$)

$$T = 3$$

$$m_0(t) = 10$$

۲۱۶ (۲)

$$m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \Rightarrow m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{3}}$$

۲۱۳ (۱)

$$\Rightarrow 10 = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{3}} \Rightarrow 10 = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\log 10 = \log m_0 + \log \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log 10 + \log \frac{1}{2} = \log m_0 - \frac{1}{4} \log 2$$