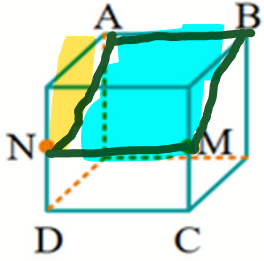


۹۶- مکعبی با صفحه گذرنده از نقاط A و B و C و D قطع می‌شود. اگر مقطع حاصل با مساحت  $18\sqrt{2}$  باشد، سطح مقطع گذرنده از نقاط A و B و M و N چه عددی است؟ (M و N وسط یال‌های مکعب هستند).

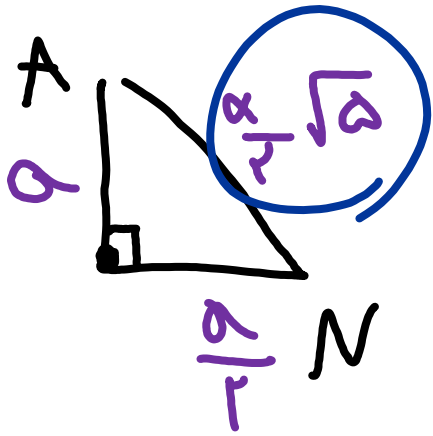


- (۱)  $12\sqrt{5}$
- (۲)  $9\sqrt{3}$
- (۳)  $9\sqrt{5}$  ✓
- (۴)  $12\sqrt{3}$

$9\sqrt{2}$

$$a \times a\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

$$a^2 = 18$$



$$9 \times \frac{9\sqrt{5}}{2} = \frac{18\sqrt{5}}{2} = 9\sqrt{5}$$

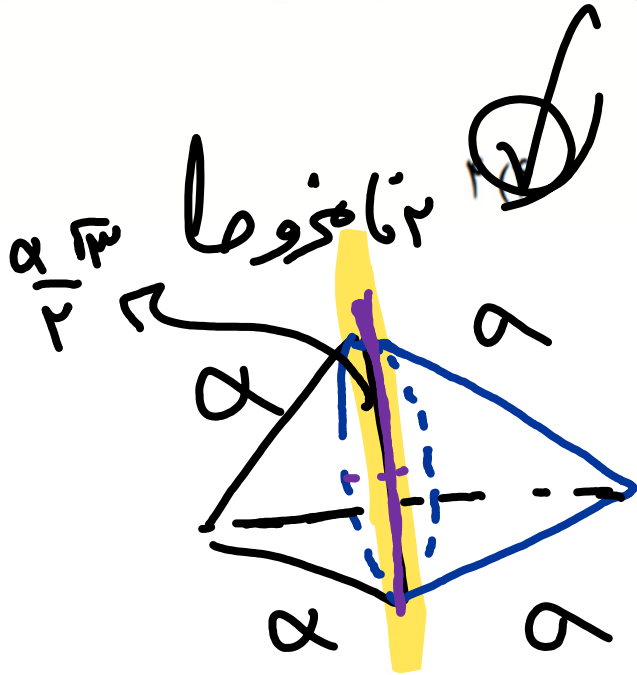
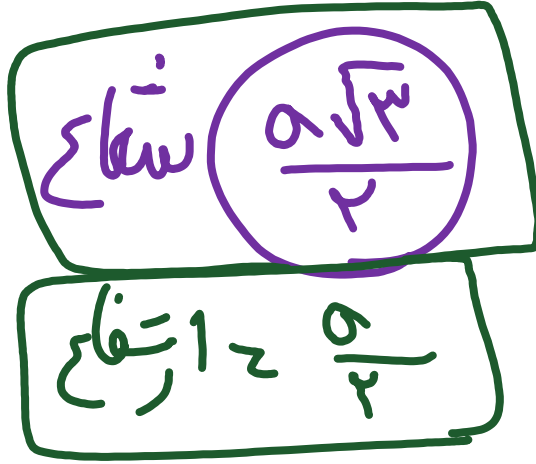
۹۷- مثلث متساوی الاضلاع حول یک ضلع آن دوران کرده و حجم شکل حاصل  $16\pi$  شده است. اندازه ضلع مثلث چه عددی بوده

است؟

(۱)  $2\sqrt{3}$

(۲)  $3\sqrt{2}$

(۳) ۳



$\Rightarrow$  ارتفاع  $\times$  مساحت قاعده  $\times$  ارتفاع =  $16\pi$

~~$\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{5^2}{4} \times 3 = 16\pi$~~

~~$\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{5^2}{4} \times 3 = 16\pi$~~

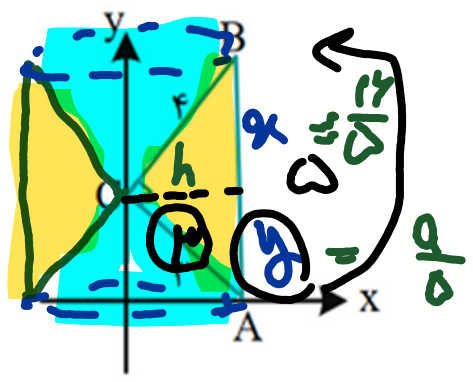
~~$\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{5^2}{4} \times 3 = 16\pi$~~

~~$\frac{1}{3} \times \pi \times \frac{5^2}{4} \times 3 = 16\pi$~~

$\Rightarrow$   $9 = 6$

۹۸- در شکل زیر، خط  $AB$  به موازات محور عرض‌هاست. اگر  $AC=3$  و  $CB=4$  و مثلث  $ABC$  را حول محور عرض‌ها دوران دهیم،

حجم شکل حاصل چه عددی است؟



$$5 \times h = 12$$

$$h = 12/5$$

$$9 = r \times h$$

$$14 = r \times h$$

$$\frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

$$18\pi$$

$$15\pi$$

$$\frac{17\pi}{5}$$

$$63\pi$$

$$\frac{63\pi}{5}$$

$$V = \pi \times \left(\frac{6}{5}\right)^2 \times 5$$

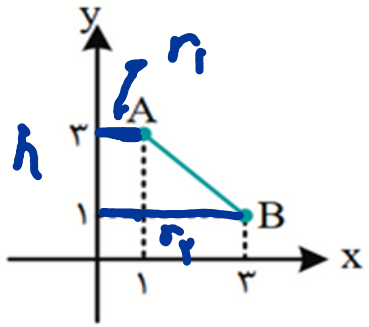
$$- \left( \pi \times \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times 5 \right)$$

$$= \frac{\pi \times \frac{36}{25} \times 5 - \pi \times \frac{4}{25} \times 5}{5}$$

$$\left(\frac{6}{5}\right)^2 \times \pi \times \left(5 - \frac{4}{5}\right) = \frac{18\pi}{5} \times \frac{21}{5}$$

$$= \frac{18 \times 21 \times \pi}{25} = \frac{756\pi}{25}$$

۹۹ پاره خط AB را حول محور عرض‌ها دوران می‌دهیم، حجم شکل به دست آمده چه عددی است؟



$$V = \frac{\pi}{3} h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

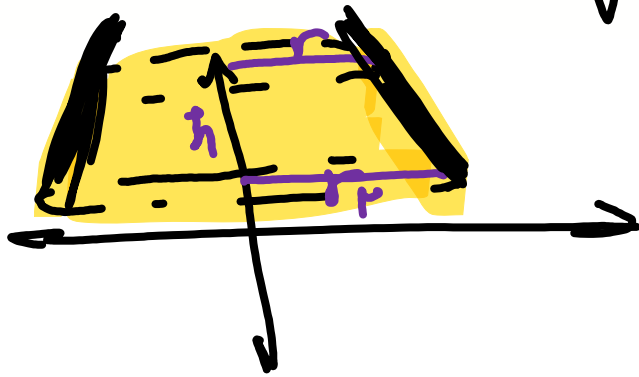
$$\frac{26\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{25\pi}{3} \quad (2)$$

$$9\pi \quad (3)$$

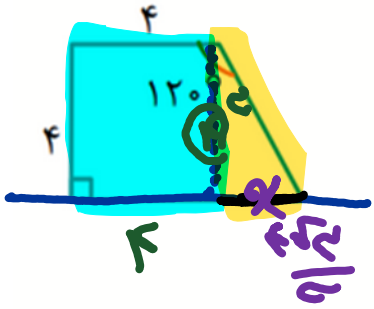
$$8\pi \quad (4)$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times 2 (1 + 9 + 3) = \frac{26\pi}{3}$$





۱۰۰- حجم حاصل از دوران ذوزنقه مقابل حول قاعده بزرگ چه عددی است؟



$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{r}$$

$$96\pi \times \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{3}\right) (2)$$

$$64\pi \left(\frac{9 + \sqrt{3}}{9}\right) (4)$$

$$64\pi \left(\frac{6 + \sqrt{3}}{3}\right) (1)$$

$$96\pi \left(\frac{6 + \sqrt{3}}{3}\right) (3)$$

مساحت  $\pi r^2 h \Rightarrow \pi \times 14 \times 4 = 48\pi$

$$48\pi \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{9}\right)$$

$$\frac{\pi}{3} \times 14 \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{48\pi\sqrt{3}}{9}$$

۱۰۱- کره‌ای به شعاع  $R$  با صفحه‌ای برش داده می‌شود. اگر فاصله صفحه تا مرکز کره برابر  $\frac{R}{2}$  شود به طوری که سطح مقطع حاصل

برابر  $12\pi$  باشد، شعاع کره چه عددی است؟

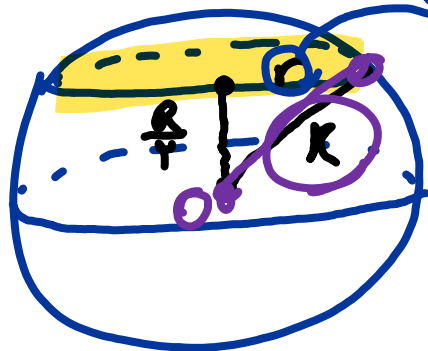
(۱)  $4\sqrt{3}$

(۲)  $4\sqrt{2}$

(۳)  $2\sqrt{3}$

(۴)  $4$

$\frac{\sqrt{3}}{2} R$

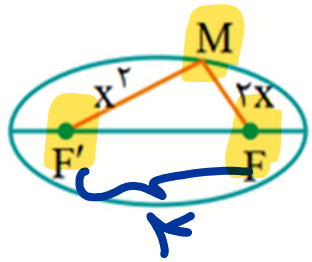


$$R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} R^2 \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2} R\right)^2$$

$$\frac{3}{4} R^2 \pi = 12\pi$$

$R = 4$

۱۰۲- بیضی با خروج از مرکز  $e = \frac{1}{3}$  داده شده، اگر فاصله کانونی ۴ باشد، مقدار  $x$  در شکل مقابل کدام است؟



$$r_{Cz} = 4$$

$$\boxed{Cz = 2}$$

$$4\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

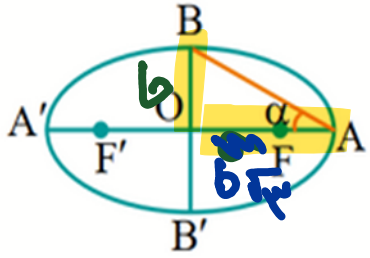
$$4 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \rightarrow (4)$$

$$r + 2x = 2$$

۱۳- در شکل روبه‌رو، زاویه  $\alpha$  برابر  $30^\circ$  است، خروج از مرکز بیضی چه عددی است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{6} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (1)$$

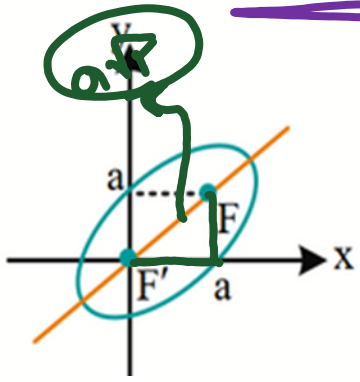
$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow a = b\sqrt{3}$$

$$e = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

۱۰۴- هرگاه محور بیضی در شکل مقابل، خط  $y = x$  باشد، خروج از مرکز بیضی چه عددی است؟ ( $2a =$  قطر بزرگ)



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

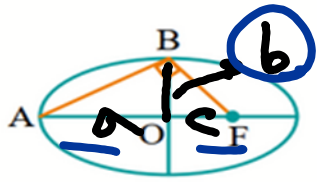
$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (4)$$

$$2c = a\sqrt{2}$$

$$c = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

۵- اگر در بیضی زیر، مثلث در رأس B قائمه باشد، خروج از مرکز بیضی چه عددی است؟



$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (3)$$

$$b^2 = a^2 - c^2$$

$$a^2 - c^2 - a^2 = 0$$

$$1 - \frac{c^2}{a^2} - \frac{c^2}{a^2} = 0$$

$$e^2 + e - 1 = 0$$

$$e = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

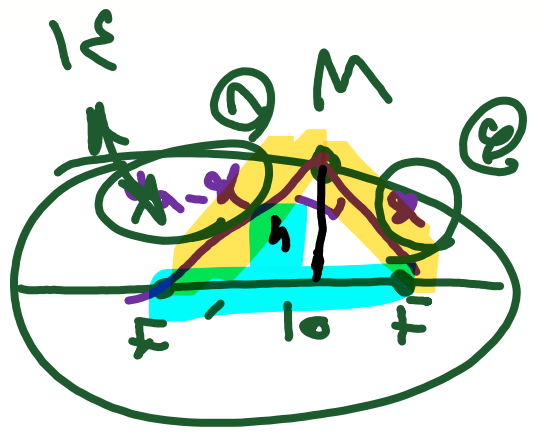
۱۰۶- در یک بیضی، قطر بزرگ ۱۴ و قطر کوچک  $4\sqrt{6}$  است. نقطه M روی بیضی را به کانون‌ها وصل می‌کنیم. مثلثی قائم‌الزاویه به دست می‌آید، فاصله M تا قطر بزرگ بیضی چه عددی است؟

۳/۶(۴)

$4/\sqrt{6}$

۳/۲(۲)

۲/۴(۱)



$$2a = 14 \quad a = 7$$

$$b = 2\sqrt{6}$$

$$c = 5$$

$$e^2 = 2^2 + c^2$$

$$4 \times 1 = 10 \times h$$

$$a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

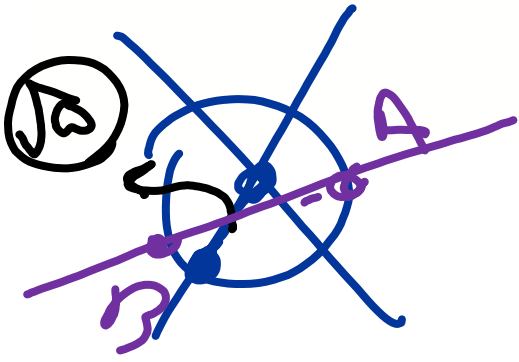
$$2a^2 - 28a + 196 = 100$$

$$2a^2 - 28a + 96 = 0$$



۱۰۷- قطرهای یک دایره  $2x+y=3$  و  $3y+x+1=0$  هستند و دایره از مبدأ مختصات عبور می کند. نیمساز ناحیه اول و سوم از دایره،

وتر AB را با کدام طول جدا می کند؟



$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

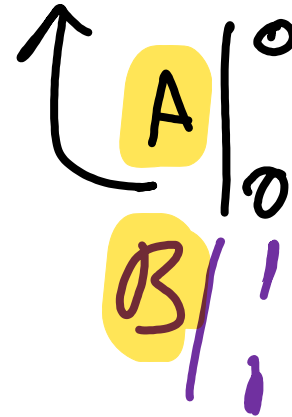
$$2 \quad (1)$$

$$\sqrt{2}$$



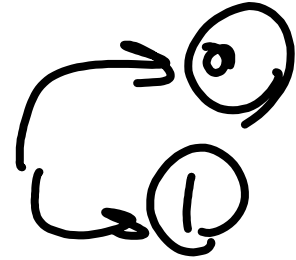
$$\begin{aligned} 2x + y = 3 &\rightarrow y = -1 \quad (2, -1) \\ 3y + x + 1 = 0 &\rightarrow x = 2 \quad (2, -1) \end{aligned}$$

$$y = x$$



$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + y^2 + 2y + 5 = 0$$





۱۰۸- دو دایره  $x^2 - 8x + y^2 = 0$  و  $x^2 + 4x + y^2 = 0$  مفروضند. دایره  $x^2 + ax + y^2 = k$  بر هر دو دایره قبلی مماس است، مقدار

$k_1 + k_2 =$

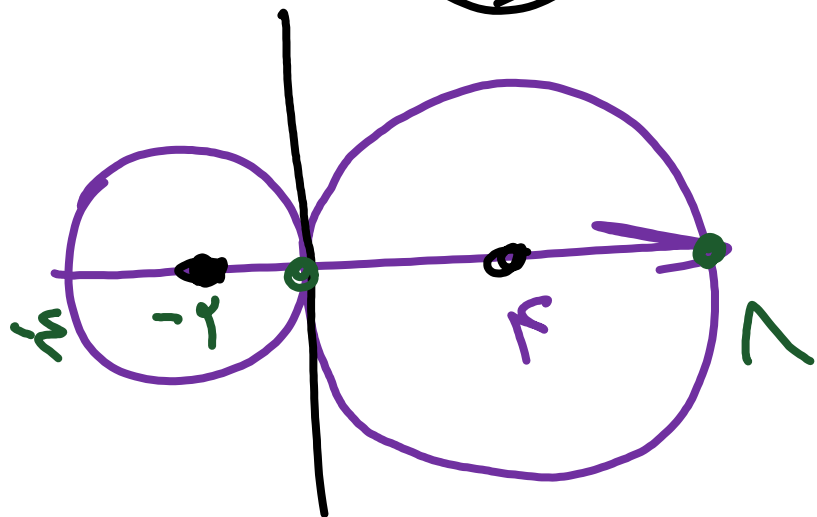
$a+k$  کدام است؟

$28(4)$

$27(3)$

$23(2)$

$38(1)$



$2x - 8 = 0$   
 $\rightarrow (4)$   
 $(4, 0)$

$2y = 0$

④ شعاع ۲  
 مرکز (۲، ۰)

$(x-2)^2 + y^2 = 4$   
 $x^2 - 4x + y^2 = 4$

۱۰۹- دایره  $x^2 + 4x + y^2 - 4y = 1$  و نقطه  $O(0,0)$  درون دایره مفروضند. کوتاه‌ترین و بلندترین وترهای که از  $O$  بگذرند، چقدر اختلاف

دارند؟

⑥ ← قطر = ⑥ →

$$4\sqrt{2} (4)$$



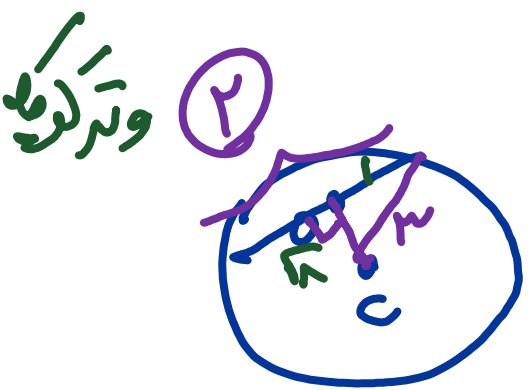
نقطه  $O(0,0)$

$$2(2)$$

$$2\sqrt{2} (1)$$



$$(x+2)^2 + (y-2)^2 = 9$$



۱۱۰- خط  $2x+y=a$  از دایره  $x^2+y^2+2x-4y=4$  دورتری به طول ۴ جدا می کند، مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

۵ (۲) ۳ (۳) ۲/۵ (۲) ۳/۵ (۱)

مرکز  $(-1, 2)$

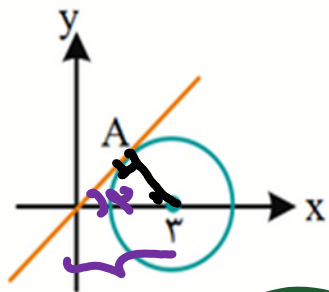
$$r^2 = x^2 + y^2 - c$$

$\underbrace{1 + 4 - (-4)}_9$



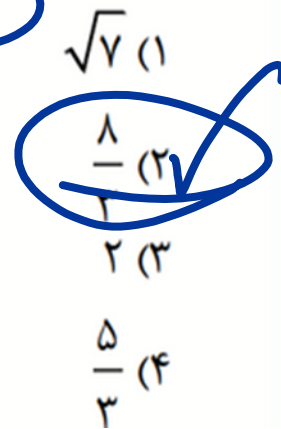
$$d = \frac{|-2 + 2 - a|}{\sqrt{5}} = 5$$

۱۱۱- در شکل زیر، مرکز دایره  $O(3,0)$  و شعاع دایره برابر ۱ واحد است. خط گذرنده از مبدأ مختصات در نقطه  $A$  بر دایره مماس است. طول نقطه  $A$  کدام است؟



$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{1}$$



$$OA = y = \frac{\sqrt{2}}{2} \alpha$$

$$(x-3)^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 - 4x + 9 + \frac{1}{2}x^2 = 1$$

$$9x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(3x-2)^2 = 0$$

۱۱۲- دو دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$  و  $x^2 + y^2 - 8x + k = 0$  بر هم مماس هستند. جمع مقادیر به دست آمده برای  $k$  چه عددی است؟

$$r^2 = x^2 + y^2 - c$$

۱۸ (۴)

(۲)  $-۳۶ (۲)$

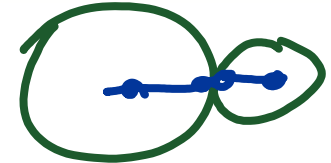
۴۸ (۲)

-۲۴ (۱)

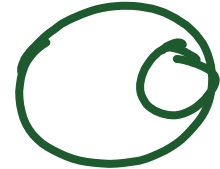
(۱)  $(1, 4) \quad r = 3$

(۲)  $(\sqrt{14-k}, 0) \rightarrow r = \sqrt{14-k}$

مماس بیرونی



مماس داخلی



$$r_1 + r_2 = d$$

$$|r_1 - r_2| = d$$

$k = 11$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{14-k} = 1$

$\sqrt{14-k} = -2 \quad \cancel{X}$

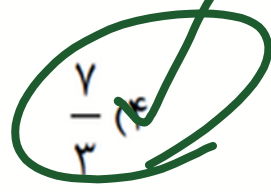
---

$CC = 5$

$|\sqrt{14-k} - c| = 5$

۱۱۳- نقطه M روی دایره  $x^2 - 2x + y^2 + 4y + 4 = 0$  و نقطه N روی دایره  $x^2 - 8x + y^2 - 4y + 19 = 0$  قرار دارند. حداکثر فاصله M تا N چند برابر حداقل فاصله M تا N است؟

$$r^2 = x^2 + y^2 - c$$



$$\frac{8}{3} (3)$$

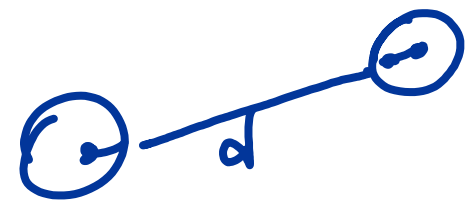
$$3 (2)$$

$$\frac{5}{2} (1)$$

①  $(1, -2) \quad r = 3$

②  $(4, 2) \quad r = 1$

$$c_1, c_2 = \sqrt{(4-1)^2 + (2+2)^2} = 5$$



$$d + r_1 + r_2 \rightarrow 7$$

$$d - (r_1 + r_2) \rightarrow 3$$

۱۱۴- دایره‌ای از دو نقطه  $A(-2, 1)$  و  $B(4, -3)$  با کمترین مساحت، عبور می‌کند. این دایره محور عرض‌ها را در دو نقطه  $M$  و  $N$  قطع می‌کند. فاصله  $MN$  کدام است؟

$$4(4)$$

$$2\sqrt{3}(3)$$

$$2(2)$$

$$4\sqrt{3}(1)$$

0 | -1

مساحت  
A و B

$$2\sqrt{12} \rightarrow 2\sqrt{12}$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$$

$$x + (y+1)^2 = \sqrt{13}$$

$$y+1 = \pm\sqrt{12}$$

$$\left( \begin{matrix} 5 & \sqrt{12}-1 \\ 5 & -1-\sqrt{12} \end{matrix} \right)$$

$$2\sqrt{12}$$

$$4\sqrt{3}$$

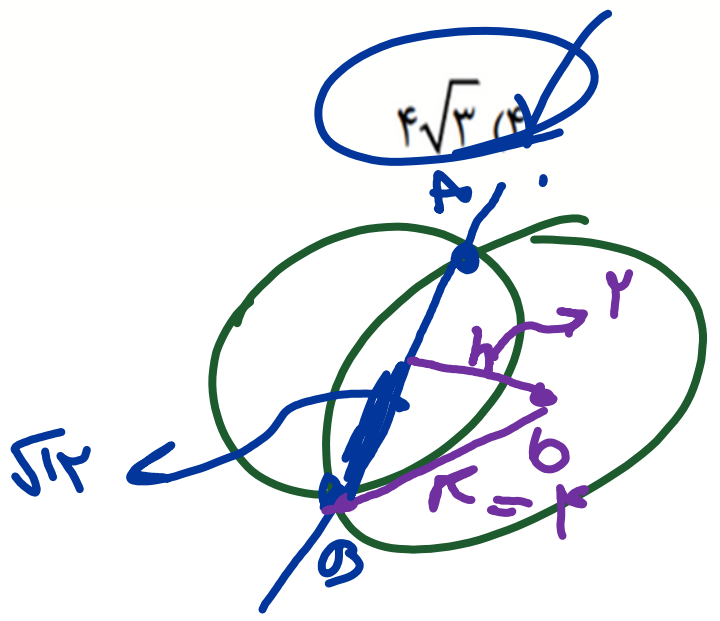
۱۱۵- دو دایره  $x^2 + y^2 + y - 2x = 11$  و  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 11$  یکدیگر را در نقاط A و B قطع می کنند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

- $۸\sqrt{3}$  (۳)
- $۶\sqrt{3}$  (۲)
- $۲\sqrt{3}$  (۱)

$$4x + 2y = -2$$

$$17 - 4 = 12$$

$$2(12) \rightarrow 4\sqrt{3}$$



$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 14$$

$$0/1, x=1$$