

۷۶- شش رقم ۹، ۸، ۷، ۶، ۴، ۲ را به چند طریق می توان در هفت خانه هم ردیف قرار داد، به طوری که این ارقام در خانه های متو

$(7) \begin{matrix} 0000 \\ \times \\ \times \\ \times \\ \times \end{matrix}$

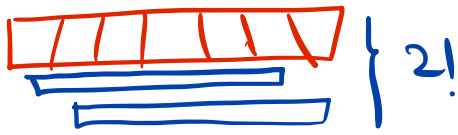
و دو رقم فرد همواره کنار هم باشند؟ (یک خانه خالی می ماند.)

$5! \times 2! = 240$

$2! \times 240 = 480$

۹۶۰ (۲)

۷۲۰ (۱)



۴۸۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۷۷- با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت به طوری که هیچ دو رقم زوج کنار هم نباشند؟



۶۰ (۲)

۹۰ (۱)

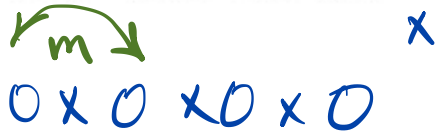
$\binom{5}{3} \times \frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2!2!}$

۱۲۰ (۴)

$10 \times 3 \times 6 = 180$

۱۸۰ (۳)

۷۸- به چند طریق می توان ۴ دانشجو به نام های a، b، c و d و سه استاد به نام های m، n و p را در یک ردیف به صورت یک



میان نشانند، به طوری که شخص m بین a و b و مجاور با آن ها باشد؟

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

$\binom{3}{1} \times 2! \times 2! \times 2!$

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

$3 \times 8 = 24$

۷۹- چند عدد سه رقمی مضرب ۵ با ارقام متمایز وجود دارد که دقیقاً یک رقم زوج در آن به کار رفته باشد؟

abc

13579

2468

(5×4)

0

(20)

405

۶۵ (۲)

۴۸ (۴)

(56)

۵۶ (۱)

۶۰ (۳)

$(2) \times (4) \times (4) = 32$

۸۰- با حروف کلمه material، چند کلمه سه حرفی می توان ساخت، به طوری که فقط دو حرف صدادار در آن به کار رفته باشد؟

m + r l

۹۶ (۲)

۸۴ (۱)

a e i a

۱۱۲ (۴)

۱۰۰ (۳)

بدون تکرار $\rightarrow \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} = 12 \times 3! = 72$

با تکرار $\rightarrow \frac{a}{1} \frac{a}{1} \frac{m}{1} \mid \binom{4}{1} \times \frac{3!}{2!} = 12$
84

$$A=3R \quad N=2, 6, 10, 14, 18 \leq 4K+2 \leq 18 \rightarrow \frac{1}{2} \leq K \leq 4$$

۸۱- به چند طریق می توان ۱۸ سیب یکسان را بین علی و رضا و نادر توزیع کرد به طوری که به علی ۳ برابر رضا سیب برسد؟

$$A + R + N = 18$$

$$3R + R + N = 18$$

$$4R + N = 18$$

$$R = \frac{18-N}{4} \rightarrow 4 \mid 18-N \rightarrow 18 \equiv N \equiv 2$$

$$N = 4K + 2$$

$$0 \leq N \leq 18$$

۸ (۲)

۱۲ (۱)

۵ (۴)

۶ (۳)

۸۲- می دانیم دو مربع لاتین A و B متعامدند. به ترتیب (از راست به چپ) چند مربع لاتین B و چند مقدار برای m وجود دارد؟

$$m = 1, 2, 3, 4$$

$$m \neq 1$$

$$m = 2, 3, 4$$

۳-۲ (۱) ✓

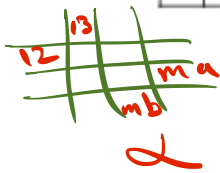
۴-۲ (۲)

~~۳-۱۲ (۳)~~

~~۴-۱۲ (۴)~~

$$A = \begin{bmatrix} & 1 & & \\ 1 & & & \\ & & & m \\ & & m & \end{bmatrix}$$

$$m \neq 1$$

$$B = \begin{bmatrix} & 3 & & \\ 2 & & & \\ & 1 & & \\ & & & 4 \end{bmatrix}$$


۸۳- می دانیم A یک مربع لاتین چرخشی ۳x۳ با سطر دوم [۳ ۱ ۲] و B جایگشتی از A به صورت «۱→۲، ۲→۳، ۳→۱» است. همچنین C مربع لاتینی است که از تعویض جای ستون دوم و سوم B به دست آمده و D جایگشتی از B به

$$A = \begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$B = \begin{array}{c|cc} 2 & 1 & 3 \\ \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 3 & 2 \end{array}$$

$$C = \begin{array}{c|cc} 2 & 3 & 1 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$D = \begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$A = D$$

صورت «۱→۲، ۲→۳، ۳→۱» می باشد. کدام گزینه درست است؟

(۲) B و C متعامدند. ✓

(۱) A و B متعامدند. ✗

(۴) B و D متعامدند.

(۳) A و D متعامدند.

۸۴- می دانیم حاصل ضرب سه عدد طبیعی x, y و z به صورت $5^{11} \times 3^{12}$ است. چند سه تایی مرتب (x, y, z) وجود دارد؟

$$xyz = 5^{11} \times 3^{12}$$

$$x = 3^{a_1} \times 5^{b_1}$$

$$y = 3^{a_2} \times 5^{b_2}$$

$$\vdots$$

$$3^{a_1+a_2+a_3} \times 5^{b_1+b_2+b_3} = 5^{11} \times 3^{12}$$

$$\begin{cases} a_1+a_2+a_3 = 12 \rightarrow \binom{14}{2} = 91 \\ b_1+b_2+b_3 = 11 \rightarrow \binom{13}{2} = 78 \end{cases}$$

۲۶۳۰ (۲)
۷۰۹۸ (۴)
۲۴۷۵ (۱)
۵۱۳۸ (۳)

$$91 \times 78 \approx 90 \times 80 = 7200$$

۸۵- چند عدد طبیعی مضرب ۵ با حداکثر چهار رقم وجود دارد که مجموع ارقام آن ۸ باشد؟

$abcd$ $d = 0 \leq 5$

$$a+b+c+d = 8$$

$$\begin{cases} a+b+c = 8 \rightarrow \binom{10}{2} = 45 \\ a+b+c = 3 \rightarrow \binom{5}{2} = 10 \end{cases}$$

۱۰ (۲) ۴۵ (۱)
۳۰ (۴) ۵۵ (۳)
۵۵

۸۶- معادله $x+y+z=10$ چند جواب در مجموعه اعداد صحیح نامنفی دارد که x فرد و y زوج باشد؟

$$x = 2k+1 \rightarrow z = 2t+1$$

$$y = 2q$$

$$2k+1+2q+2t+1 = 10$$

$$2k+2q+2t = 8$$

$$k+q+t = 4 \rightarrow \binom{6}{2} = 15$$

۲۸ (۲) ۱۵ (۱)
۲۱ (۴) ۲۵ (۳)

۸۷- نامعادله $61 \leq (x_1 + x_2 + x_3)^2 \leq 1000$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

$$3 \leq x_1+x_2+x_3 \leq 10 \rightarrow 4 \leq x_1+x_2+x_3 \leq 10$$

$$x_1+x_2+x_3+k = 10$$

$$t_1+t_2+t_3+k = 7$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 120$$

۶۶ (۲) ۳۶ (۱)
۱۱۹ (۴) ۹۰ (۳)

$$120 - 1 = 119$$

نامطلوب

۸۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & a^2 \\ 1 & 2 & b^3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & c \\ 3 & d & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ دو مربع لاتین متعامد باشند، آن گاه کدام نتیجه گیری درست است؟

$ab = cd$ (۲) ✓

$ab = c + d$ (۴)

$a = 2$

$b = 3$

$d = 2$

$c = 3$

$ab > cd$ (۱) ✗

$ab < cd$ (۳) ✗

۸۹- در مربع لاتین زیر، بیشترین مقدار $a+b+c$ کدام است؟

4	1	(3) b	۲
2	4	1	3
		(2) c	4
3	2	4	a/۲

$a^2 \leq 4 \rightarrow a \leq 2$

$\frac{a}{2} \geq 1 \rightarrow \frac{a}{2} \geq 1 \rightarrow a \geq 2$
 $a = 2$

۶ (۱)

۷ (۲) ✓

۸ (۳)

۹ (۴)

$\text{Max}(b+c) = 5$

۹۰- در کارخانه‌ای ۳ کارگر، با ۳ نوع دستگاه و ۳ نوع ماده اولیه، در ۳ روز اول هفته به گونه‌ای کار می‌کنند که هر کارگر در هر روز با

یک نوع دستگاه و یک نوع ماده اولیه سر و کار دارد و هر نوع ماده اولیه در هر نوع دستگاه دقیقاً یک بار به کار برده می‌شود.

اگر برنامه‌ریزی دستگاه‌ها به صورت زیر باشد، به چند طریق می‌توان برای مواد اولیه برنامه‌ریزی کرد، به طوری که ماده اولیه نوع

۳ در روز یکشنبه، در ماشین شماره ۱ به کار گرفته شود؟

کارگر ۱ کارگر ۲ کارگر ۳

شنبه	۲	۳	۱
یکشنبه	۳	۱	۲
دوشنبه	۱	۲	۳

دستگاه

کارگاه

۱	۲	۳
3	2	1
2	1	3
1	2	3

۴ (۲)

۱۲ (۴)

۲ (۱)

۶ (۳)