

ریاضی و آمار دوازدهم ، دنباله ی هندسی - سوال ۱۰ - دبیر داوود بوالحسنی

۱- اگر د دنباله هندسی $t_{n+1} = -3t_n$ (با شرط $n \geq 1$)، جمله اول دنباله برابر با $\frac{4}{3}$ باشد، جمله چندم دنباله برابر ۱۰۸ است؟

$a_1 = \frac{4}{3}$
 $n = ?$
 $a_n = 108$
 $r = -3$

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $108 = \frac{4}{3} \times (-3)^{n-1}$
 $108 \times \frac{3}{4} = (-3)^{n-1}$
 $81 = (-3)^{n-1}$
 $3^4 = (-3)^{n-1}$
 $n-1 = 4$
 $n = 5$

(۱) چهارم
(۲) پنجم
(۳) ششم
(۴) هفتم

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

ردیف دهم : $\frac{4}{3}, -4, 12, -36, 108$

۲- در یک دنباله هندسی رابطه $a_{n+1} = \frac{k}{4} a_n$ برقرار است. اگر جمله m ام دنباله برابر با $2k-2$ و جمله $m+2$ ام برابر $6k$ باشند، نسبت مشترک دنباله کدام عدد می تواند باشد؟

$a_{n+1} = \frac{k}{4} a_n$
 $r = \frac{k}{4}$

$a_m = 2k-2$
 $a_{m+2} = 6k$

$a_{m+2} = a_m \times r^2$
 $6k = (2k-2) \times \left(\frac{k}{4}\right)^2$
 $6k = \frac{(2k-2) \times k^2}{16}$
 $96 = (2k-2) \times k^2$
 $96 = 2k^3 - 2k^2$
 $48 = k^3 - k^2$
 $k^3 - k^2 - 48 = 0$
 $k^2(k-1) - 48 = 0$
 $k^2(k-1) = 48$
 $k = 4$

(۱) ۶
(۲) $-\frac{4}{3}$
(۳) $-\frac{2}{3}$

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۳- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت (متمايز) داریم: $a_1 \times a_3 = 100$ و $a_4 = 2a_3 - 20$ جمله چندم دنباله برابر ۳۲۰ است؟

$a_1 \times a_3 = 100$
 $a_4 = 2a_3 - 20$

$a_1 = \frac{100}{a_3}$
 $\frac{100}{a_3} = 2a_3 - 20$
 $100 = 2a_3^2 - 20a_3$
 $2a_3^2 - 20a_3 - 100 = 0$
 $a_3^2 - 10a_3 - 50 = 0$
 $a_3 = 10$
 $a_1 = 10$

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $320 = 10 \times r^{n-1}$
 $32 = r^{n-1}$
 $2^5 = r^{n-1}$
 $r = 2$
 $n-1 = 5$
 $n = 6$

(۱) ششم
(۲) هفتم
(۳) هشتم
(۴) نهم

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۴- در یک دنباله هندسی با جملات $(k^2-4, k^2), \dots$ و نسبت مشترک ۴، جمله عمومی دنباله کدام است؟

$a_n = a_1 \times r^{n-1}$
 $32 = a_1 \times 4^{n-1}$
 $32 = a_1 \times 2^{2(n-1)}$
 $32 = a_1 \times 2^{2n-2}$
 $32 = a_1 \times 2^{2n} \times 2^{-2}$
 $32 = a_1 \times 2^{2n} \times \frac{1}{4}$
 $32 \times 4 = a_1 \times 2^{2n}$
 $128 = a_1 \times 2^{2n}$
 $2^7 = a_1 \times 2^{2n}$
 $2^{7-2n} = a_1$
 $a_n = 2^{7-2n} \times 2^{2n} = 2^7 = 128$

$\frac{k^2}{k^2-4} = 4 \rightarrow k^2 = 4k^2 - 16$
 $k^2 - 4k^2 + 16 = 0$
 $-3k^2 + 16 = 0$
 $3k^2 = 16$
 $k^2 = \frac{16}{3}$
 $k = \frac{4}{\sqrt{3}}$

(۱) 4^{n-1}
(۲) $2 \times 4^{n-1}$
(۳) 4^n
(۴) 4^{n+1}

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۵- بین دو عدد ۳ و ۷۲۹ چند عدد قرار دهیم تا کل اعداد دنباله‌ای هندسی با نسبت مشترک برابر ۳ تشکیل دهند؟

$a_1 = 3, a_2 = 9, a_3 = 27, a_4 = 81, a_5 = 243, a_6 = 729$
 $r = 3$
 $a_{m+r} = a_m \times r^r$
 $729 = 3^m \times 3^3 \Rightarrow 729 = 3^{m+3} \Rightarrow 3^6 = 3^{m+3} \Rightarrow m+3 = 6 \Rightarrow m = 3$
 مجموع ۳ جمله اول برابر ۱۳۵ و مجموع ۳ جمله چهارم تا جمله هفتم برابر ۵۴۴۰ است. نسبت

دبیر: داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$a_{m+r} = a_1 \times r^{m+r-1} \Rightarrow 729 = 3^1 \times 3^{m+3-1} \Rightarrow 729 = 3^{m+3} \Rightarrow 3^6 = 3^{m+3} \Rightarrow m+3 = 6 \Rightarrow m = 3$

۶- در یک دنباله هندسی، مجموع چهار جمله اول برابر ۸۵ و مجموع چهار جمله متوالی با شروع از جمله چهارم تا جمله هفتم، برابر ۵۴۴۰ است. نسبت

$\frac{5440}{85} = \frac{64}{1}$
 $\frac{64}{1} = \frac{3^4}{3^0}$
 $64 = 3^4$
 $3^4 = 81$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 85 \rightarrow a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 = 85$
 $a_1 r^3 + a_1 r^4 + a_1 r^5 + a_1 r^6 = 5440$
 $\frac{a_1 r^3 (1 + r + r^2 + r^3)}{a_1 (1 + r + r^2 + r^3)} = \frac{5440}{85}$
 $r^3 = 64 \Rightarrow r = 4$
 $a_1 (1 + 4 + 16 + 64) = 85 \Rightarrow a_1 \times 85 = 85 \Rightarrow a_1 = 1$
 $a_4 = 1 \times 4^3 = 64$

دبیر: داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۷- در دنباله هندسی کاهشی با جملات ... $a, 112, b, 28$ ، مجموع شش جمله دوم دنباله کدام است؟

$a_4 = a_1 \times r^3$
 $112 = a_1 \times r^3$
 $28 = a_1 \times r^5$
 $\frac{112}{28} = \frac{r^3}{r^5} \Rightarrow 4 = \frac{1}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$
 $a_1 = 112 \times 2^3 = 896$

$a_2 = a_1 r = 896 \times \frac{1}{2} = 448$
 $a_3 = 448 \times \frac{1}{2} = 224$
 $a_4 = 112$
 $a_5 = 56$
 $a_6 = 28$
 مجموع شش جمله دوم = $448 + 224 + 112 + 56 + 28 = 868$

دبیر: داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$
 $S_4 = \frac{a_1 (1 - (\frac{1}{2})^4)}{1 - \frac{1}{2}} = 15$

۸- یک تکه سنگ آهن به وزن ۱۲۰۰۰۰ کیلوگرم در معرض هوا قرار دارد و در هر قرن a درصد از وزن آن کاهش می‌یابد. پس از ۴ قرن وزن آن

$a_1 = 120000 \times (\frac{1}{100})^0 = 120000$
 $a_2 = 120000 \times (\frac{1}{100})^1 = 118800$
 $a_3 = 120000 \times (\frac{1}{100})^2 = 117648$
 $a_4 = 120000 \times (\frac{1}{100})^3 = 116512$
 $\frac{116512}{120000} = \frac{1}{100} \Rightarrow r = \frac{1}{100}$

دبیر: داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$\frac{r^4}{1-r} = \frac{1}{1-r} \Rightarrow r^4 = 1 \Rightarrow r = 1$

۹- نمودار زیر بخشی از یک دنباله هندسی است. مجموع چند جمله از این دنباله برابر با $\frac{121}{162}$ است؟

$a_1 = \frac{1}{2}, a_4 = \frac{1}{54}$
 $\frac{1}{54} = \frac{1}{2} \times r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow r = \frac{1}{3}$
 $S_n = \frac{121}{122} \Rightarrow S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$
 $\frac{121}{122} = \frac{1}{2} \frac{1 - (\frac{1}{3})^n}{1 - \frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{121}{122} = \frac{3}{4} (1 - (\frac{1}{3})^n)$
 $1 - (\frac{1}{3})^n = \frac{121}{122} \times \frac{4}{3} = \frac{484}{122} = \frac{242}{61}$
 $(\frac{1}{3})^n = 1 - \frac{242}{61} = \frac{37}{61}$

دبیر: داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$\frac{121}{122} = \frac{1}{2} (1 - (\frac{1}{3})^n) \rightarrow \frac{121}{122} = \frac{3}{4} (1 - (\frac{1}{3})^n)$

۱۰- اگر به اعداد ۶ و ۱۰ و ۱۶ مقداری یکسان اضافه کنیم، به همین ترتیب جهلات پنجم، هفتم و نهم یک دنباله هندسی غیر صعودی می شوند. حاصل

$a_0 = 8$
 $a_7 = 12$
 $a_9 = 18$



$14+x$ $1+x$ $4+x$

$a_7 = a_0 \times r^7$
 $12 = 8 \times r^7$

$r^7 = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$
 $r = \sqrt[7]{\frac{3}{2}}$

$(1+x)^2 = (4+x)(14+x)$
 $1 + 2x + x^2 = 56 + 18x + 14x + x^2$
 $1 + 2x + x^2 = 56 + 32x + x^2$
 $1 + 2x = 56 + 32x$
 $1 - 56 = 32x - 2x$
 $-55 = 30x$
 $x = -\frac{55}{30} = -\frac{11}{6}$

ضرب ۸ جمله اول این دنباله هندسی کدام است؟

$a_8 = a_0 \times r^8$
 $8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^8$
 $8 \times \left(\frac{3^8}{2^8}\right)$
 $\frac{8 \times 3^8}{2^8}$

دبیر: داوود بوالحسنی آزمون ۴ اسفند

$P_n =$

$a_0 = a_1 \times r^4 \sim (r^2)^2$
 $8 = a_1 \times \frac{9}{4}$
 $\frac{r^2}{9} = a_1$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = (a_1 \times a_8)$
 $\left[\frac{r^2}{9} \times 8 \times \left(\frac{r^2}{9}\right)^{\frac{7}{2}} \right]^2$

$\frac{r^0 \times r^1 \times r^2 \times r^3 \times r^4 \times r^5 \times r^6 \times r^7 \times r^8}{r^8 \times r^7 \times r^6 \times r^5 \times r^4 \times r^3 \times r^2 \times r^1 \times r^0} = \frac{r^9}{r^9} = 1$

$\frac{r^0}{r^8} \times \frac{r^1}{r^7} \times \frac{r^2}{r^6} \times \frac{r^3}{r^5} \times \frac{r^4}{r^4} \times \frac{r^5}{r^3} \times \frac{r^6}{r^2} \times \frac{r^7}{r^1} \times \frac{r^8}{r^0}$



ریاضی و آمار پایه ، شاخص های آماری - سوال ۱۰ - دبیر داوود بوالحسنی

۱۶- داده‌های زیر درآمد کارکنان یک شرکت برحسب میلیون تومان است. خط فقر در این شرکت چند میلیون تومان است؟ **سخت**

$$\frac{2,1,3,3/5,3/6,3/7,3/8,4/1,4/2,11/3,27,150}{1/975 (4) \quad 1/795 (3) \quad 3/59 (2) \quad 3/95 (1)}$$

$$\frac{3,1 + 4,1}{2} = \frac{7,9}{2} = 3,95 = Q_2$$

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$3,95 \div 2 = 3 + ,900 = 1,0 + ,475 = 1,975$

۱۷- حقوق کارمندان یک شرکت برحسب میلیون تومان به صورت $\{13, \lambda, a, 1\lambda, 14, 30, a+2, 9\}$ است. اگر خط فقر افراد این شرکت به روش میانگین

$$13 + \lambda + a + 1\lambda + 14 + 30 + a + 2 + 9 = 94 + 2a = X$$

$$94 + 2a = 9 \rightarrow 94 + 2a = 144 \rightarrow 2a = 144 - 94 = 50 \rightarrow a = 25$$

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۱۸- سبد خانوادگی از ۲ کالای گوشت و نان تشکیل شده و میزان مصرف نان، ۴ برابر گوشت است. از سال ۹۴ تا سال ۹۷، قیمت گوشت ۵۰ درصد و

$$\frac{100 + 50}{100} = \frac{150}{100} = 1,5$$

$$\frac{4 \text{ kg نان}}{1 \text{ kg گوشت}} \rightarrow \frac{1 \text{ kg نان}}{0,25 \text{ kg گوشت}}$$

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

۱۹- شاخص بهای کالایی در سال ۱۴۰۲، برابر ۳۰۵ و در سال ۱۳۹۹، برابر ۱۲۵ است. اگر سال ۱۳۹۸ به عنوان سال پایه در نظر گرفته شود، درصد تورم

$$\frac{1 \times 20 + 4 \times 12}{1 \times 20 + 4 \times 1} = \frac{30 + 48}{24} = \frac{78}{24} = 3,25 \times 100 = 325\%$$

$$\frac{1402}{125} = 11,216$$

دبیر : داوود بوالحسنی

آزمون ۴ اسفند

$$\frac{180}{205} = x$$

$$x = \frac{100 \times 180}{205} = 87,8$$

۴۰- در یک منطقه ۲۰۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر هستند، اگر با ایجاد n شغل ۴۰ درصد از تعداد بیکاران کم شود نرخ بیکاری ۱۰ درصد کاهش

می یابد، چند شغل جدید دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۱ کاهش یابد؟

$$2000 - n = 9 \times 10 = 220$$

۱۰۰ (۱) ۷۵ (۲) ۲۵ (۳) ۲۵ (۴)

آزمون ۴ اسفند دبیر: داوود بوالحسنی

۲۱- در یک جامعه آماری جمعیت فعال ۲۴۰۰ نفر و ۲۰۰۰ نفر شاغل هستند. برای آن که نرخ بیکاری به ۵ درصد برسد، چند شغل جدید باید ایجاد شود؟

$$2400 - n = 1 \times 2000 \Rightarrow n = 400$$

۱۸۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۸۰ (۴)

آزمون ۴ اسفند دبیر: داوود بوالحسنی

۲۲- اگر در یک متن درصد کلمات دشوار ۶ و میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۱۰ باشد برای آن که شاخص پایه آموزش به تناسب پایه پنجم باشد، درصد کلمات دشوار حداکثر چقدر کم شود؟

$$[(1.0 + x) \times 1.6] = 5 \Rightarrow [1.6 + 1.6x] = 5 \Rightarrow 1.6x = 3.4 \Rightarrow x = 2.125$$

۲/۵ (۱) درصد ۲/۵ (۲) درصد ۳/۵ (۳) درصد ۴/۵ (۴) درصد

آزمون ۴ اسفند دبیر: داوود بوالحسنی

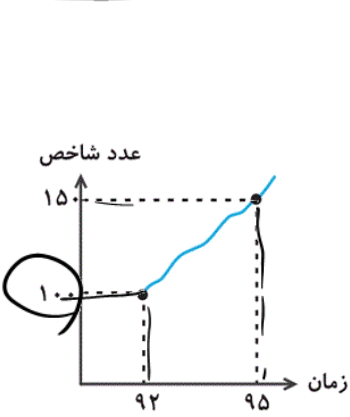
۲۳- برای افرادی با وزن ۸۰ کیلوگرم اگر شاخص توده بدنی آنها در محدوده ۲۳ تا ۲۴ باشد، محدوده قد آنها بر حسب متر چقدر است؟

$$BMI = \frac{Weight}{Height^2} \Rightarrow Height = \sqrt{\frac{Weight}{BMI}}$$

۱/۸۶ تا ۱/۸۲ (۲) ۱/۸۸ تا ۱/۸۴ (۴) ۱/۹ تا ۱/۸۶ (۳)

آزمون ۴ اسفند دبیر: داوود بوالحسنی

۲۴- نمودار زیر، تغییرات شاخص خوراکی و آشامیدنی‌ها را از سال ۹۲ تا ۹۵ نشان می‌دهد. اگر هزینه خوراکی و آشامیدنی‌ها در سال پایه (۹۲)، ۶۰۰ هزار تومان باشد، در سال ۹۵ هزینه خوراکی و آشامیدنی‌ها چند هزار تومان است؟



$$x = \frac{150 \times 600}{100} = 900$$

۷۰۰ (۱) ۸۵۰ (۲) ۹۰۰ (۳) ۹۵۰ (۴)

۲۵- با توجه به نمودار دایره‌ای زیر نرخ بیکاری این جامعه چند درصد است؟



Handwritten calculations and notes:

- 20 (1)
- 30 (2) (circled in red)
- 25 (3)
- 40 (4)
- Calculations: $24 - (6 + 14) = 4$
- $39 - 22 = 14$
- Notes: "بیکار", "کل", "فصل", "درصد", "۱۴٪", "۱۴٪ در ۱۶٪"

فصل ۳ ریاضی یا زسم اسانی ← ۲
 " سمارتاریک ← ۲
 طراح