

۱- انتهای کدام یک از زاویه‌های زیر در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

$1 \text{ rad} \approx 57.3 \text{ deg}$

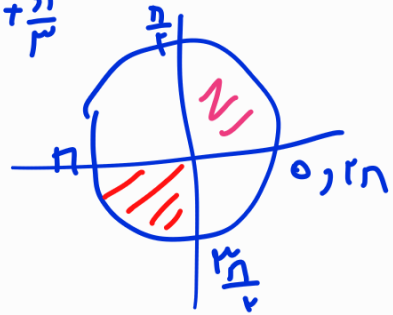
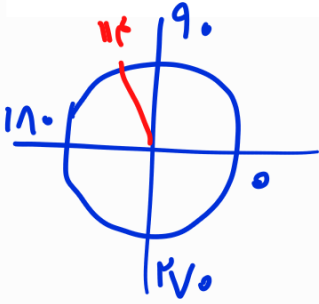
$4 \times 57.3 = 229.2$  رادیان ~~X~~

$2 \times 57.3 = 114.6$  رادیان

$\frac{7\pi}{6}$  رادیان ~~X~~

$\frac{7\pi}{4} = \frac{4n + \pi}{4} = n + \frac{\pi}{4}$  رادیان ~~X~~

$\frac{7\pi}{3} = \frac{4n + \pi}{3} = \frac{4n}{3} + \frac{\pi}{3} = 2n + \frac{\pi}{3}$



۲- در کدام گزینه مقایسه صورت گرفته نادرست است؟

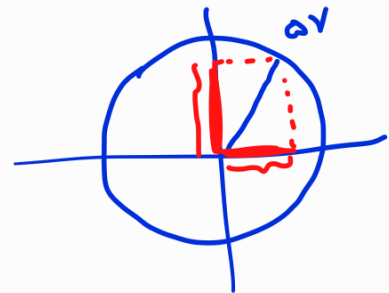
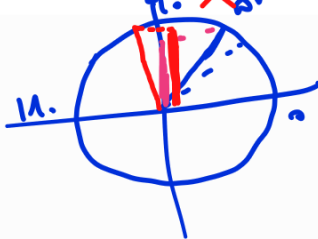
$1 \rightarrow 57$

~~$\sin 2 > \sin 1$~~

$\sin 1 < \cos 1$

$\sin 57 < \cos 57$

$\cos 114 < \cos 57$  (درسته)  
 ~~$\sin 114 < \cos 57$~~



۱)  $\sin 114$  (دوم)  $\sin 57$  (اول)

۳- در یک دوچرخه، شعاع چرخ جلو ۳۰ سانتی متر است. در صورتی که چرخ جلو ۳ دور بچرخد، چرخ عقب ۵ دور را طی می کند. شعاع چرخ

$$\theta_r = \omega \times 2\pi = 10\pi$$

$$\theta_l = 3 \times 2\pi = 6\pi$$

$$r_l = 30$$

عقب چند سانتی متر است؟

$$r_r = ?$$

۱۸ (۱) ✓

۲۴ (۳)

$$L = r \cdot \theta$$

$$L_l = L_r$$

$$r_l \theta_l = r_r \theta_r$$

$$30 \times 6\pi = r_r \times 10\pi \rightarrow \frac{30 \times 6\pi}{10\pi} = r_r \rightarrow r_r = 18$$

۴- حاصل عبارت  $A = [\sin \frac{\pi}{6}] + [\cos \frac{\pi}{4}] + [\tan \frac{\pi}{3}] + [\cot \frac{\pi}{3}]$  کدام است؟ (زاویهها برحسب رادیان اند و [ ] نماد جزء صحیح است.)

$$A = [\sin \frac{\pi}{6}] + [\cos \frac{\pi}{4}] + [\tan \frac{\pi}{3}] + [\cot \frac{\pi}{3}]$$

-۱ (۲)

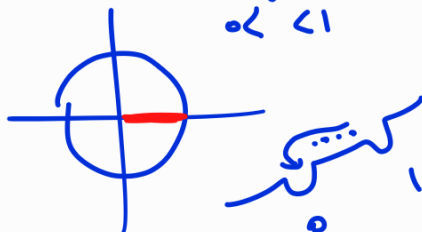
صفر (۱) ✓

$$4 \times 27 = 108$$

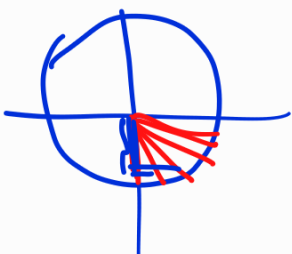
$$17 \times 27 = 459$$

$$[\sin \frac{\pi}{6}] = -1$$

$$[\cos \frac{\pi}{4}] = 0$$



کوتانژنت



۱ (۴)

$$-1 + 0 + 1 + 0$$

۲ (۳)

۵- مجموع و تفاضل دو زاویه برحسب رادیان به ترتیب برابر  $\frac{\pi}{3}$  و  $\frac{\pi}{12}$  است. اگر مکمل زاویه کوچکتر برابر  $x$  درجه باشد، زاویه  $4x + 1$  در کدام

ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟

(۱) اول

(۲) دوم ✓

(۳) سوم

(۴) چهارم

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{5\pi}{12} \\ \alpha - \beta = \frac{\pi}{12} \end{cases}$$


---


$$2\alpha = \frac{5\pi}{12} + \frac{\pi}{12} = \frac{6\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

$$\frac{5\pi}{12} + \beta = \frac{5\pi}{12}$$

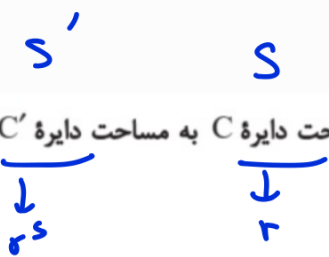
$$\beta = \frac{5\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} = 0$$

$$\beta = \frac{2\pi - 2\pi}{24} = \frac{0\pi}{24}$$

$$\beta = \frac{19\pi}{24} \rightarrow \text{مکمل} = \pi - \frac{19\pi}{24} = \frac{24\pi - 19\pi}{24} = \frac{5\pi}{24}$$

$$x = \frac{5\pi}{24} \rightarrow x = \frac{75^\circ}{2} = 37.5^\circ \rightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{75^\circ}{2} \right) + 1 = 18.75^\circ$$

۶- طول یک کمان ۶۰ درجه از دایره C، با طول کمان ۴۵ درجه از دایره C' برابر است، نسبت مساحت دایره C به مساحت دایره C' برابر کدام است؟ از من وی ای پی



$$K = r \times \frac{\pi}{3}$$

$$K = r' \times \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{9}{16} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{16}{9} \quad (1)$$

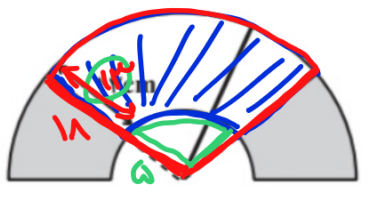
$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{\pi r^2}{\pi r'^2} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$1 = \frac{\frac{1}{r} \times r}{\frac{1}{r'} \times r'} \rightarrow 1 = \frac{r}{r'} \times \frac{r'}{r}$$

$$\frac{r}{r'} = \frac{r'}{r}$$

۷- طول برف پاک کن عقب اتومبیلی ۱۸cm است. اگر برف پاک کن کمانی به اندازه ۱۲۰ را طی کند، مساحتی از شیشه که پاک شده است، کدام است؟



$$\frac{215\pi}{6} \quad (2)$$

$$\frac{299\pi}{6} \quad (4)$$

$$\frac{299\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{224\pi}{3} \quad (3)$$

$$S_{\text{پاک شده}} = S - S_{\text{قطر کوچک}} = 12 \times 9\pi - \frac{25\pi}{3} = \frac{324\pi - 25\pi}{3} = \frac{299\pi}{3}$$

$$S_{\text{مقطع دایره}} = \frac{r^2 \times \theta}{2} \rightarrow S_{\text{قطر بزرگ}} = \frac{18 \times 18 \times \frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{1} \times 9 \times 2 \times \frac{\pi}{3} = 12 \times 9\pi$$

$$S_{\text{مقطع کوچک}} = \frac{5^2 \times \frac{4\pi}{3}}{2} = \frac{25\pi}{3}$$

۸- مساحت قاعده یک مخروط قائم برابر  $۱۶\pi$  سانتی متر مربع و ارتفاع مخروط برابر  $۴\sqrt{۳}$  سانتی متر است. اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل

گسترده این مخروط چند درجه است؟

$$(۴\sqrt{۳})^2 = ۱۶ \times ۳$$

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۴)

$$S = \pi r^2$$

۹۰ (۱)

۱۵۰ (۳)

$$۱۶\pi = \pi r^2 \rightarrow r = ۴$$

$$r^2 + ۱۶ \times ۳ = \pi^2$$

$$۴۴ + ۱۶ = \pi^2$$

$$\pi = ۸$$

$$2\pi r = 2\pi \times ۴ = 8\pi = L$$

$$A\pi = A \times \theta \rightarrow \theta = \pi \Rightarrow ۱۸۰^\circ$$



۹- حاصل عبارت  $A = \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{x}$  +  $\log_{\sqrt[3]{x}} \frac{1}{9}$  کدام است؟

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

$$1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x}$$

$-\frac{11}{3}$  (۲)

$\frac{2}{9}$  (۴)

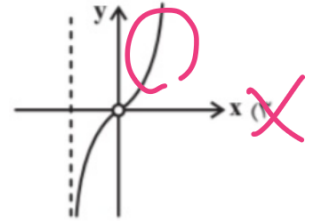
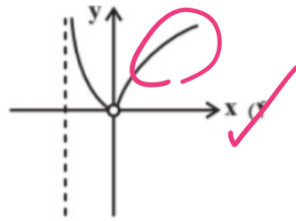
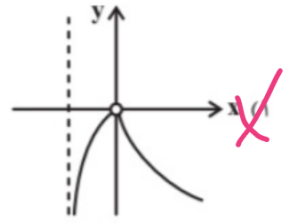
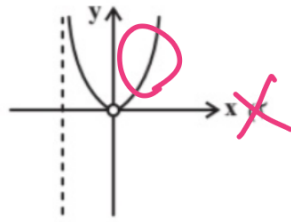
$\frac{5}{6}$  (۱)

$-\frac{3}{4}$  (۳)

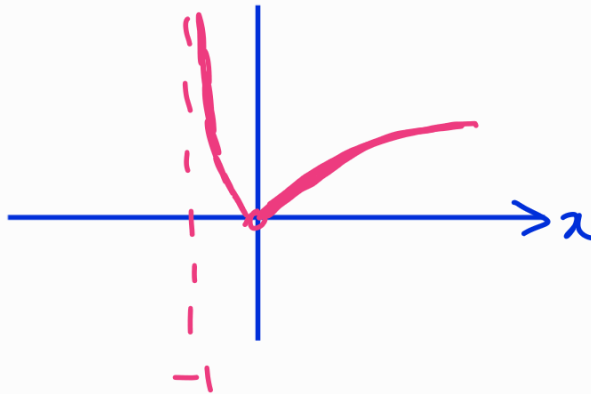
$$A = \log_{x^{-2}} \sqrt[3]{x} + \log_{\sqrt[3]{x}} x^{-2} = \log_{x^{-2}} x^{\frac{1}{3}} + \log_{x^{\frac{1}{3}}} x^{-2}$$

$$\left(\frac{1/3}{-2}\right) \log_{x^{-2}} x + \left(\frac{-2}{1/3}\right) \log_{x^{\frac{1}{3}}} x = -\frac{1/3 \times 2}{2 \times 2} + \frac{2}{1/3} = \frac{-1}{2} + 6 = \frac{11}{2}$$

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x}{|x|} \log(x+1)$  کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} \log(x+1) & x > 0 \\ \frac{x}{-x} \log(x+1) & x < 0 \end{cases} \rightarrow F(x) = \begin{cases} \log(x+1) & x > 0 \\ -\log(x+1) & x < 0 \end{cases}$$



۱۱- اگر  $\log_2 = a$  باشد،  $\log_{\frac{2}{3}}$  کدام است؟

$$\frac{2a+1}{a+2} \quad (2)$$

$$\frac{a+1}{a+2} \quad (1)$$

$$\frac{a+1}{2a+1} \quad (3)$$

$$\frac{a+2}{2a+1} \quad (4) \checkmark$$

$$\log_{\frac{2}{3}} = a \quad \text{و} \quad \log_{\frac{3}{2}} = 2$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \times \log_{\frac{3}{2}} = \log_{\frac{2}{3} \times \frac{3}{2}} = \log_{\frac{2}{2}} = \log_1 = \frac{a+2}{2a+1} \times \log_{\frac{3}{2}}$$

۱۲- نمودار تابع  $f(x) = \log_a(ax-6)$  از دو نقطه  $(5, 2)$  و  $(7, 2)$  می‌گذرد. وارون این تابع خط  $y=4$  را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$(?, 4) \in f^{-1}$$

$$1 \quad (2) \checkmark$$

(۱) صفر

$$(4, ?) \in f$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$1 + \log_{\frac{2}{3}} 3$$

$$(5, 2) \rightarrow \log_a(a \cdot 5 - 6) = 2 \rightarrow a^2 = 5a - 6 \rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0$$

S: 2    P: 3     $a=2$

$$a=2 \rightarrow f(x) = \log_2(2x-6) \xrightarrow{(7, 2)} \log_2(2 \cdot 7 - 6) = \log_2(8) = 3 = \log_{\frac{2}{3}} 1 \checkmark$$

$$f(x) = \log_{\frac{2}{3}} \frac{2x-6}{2} = 1$$

۱۳- اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$  برابر بازه  $(a, b]$  باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

۶ (۲)

۲  
۵

۵ (۱)

①  $x-1 > 0 \rightarrow x > 1$

۸ (۴)

۷ (۳)

②  $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 0 \rightarrow x-1 > \frac{1}{2} \rightarrow x > \frac{3}{2}$

③  $\log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq \frac{1}{2}$

$x-1 \leq \frac{1}{2} \rightarrow x-1 \leq \frac{3}{2} \rightarrow x \leq \frac{5}{2}$

۱۴- اگر  $\log 5 = 0.7$  باشد، حاصل  $10^{-2/6}$  کدام است؟

۰.۰۰۲۵ (۲)

۰.۰۲۵ (۱)

۰.۰۲۰ (۴)

۰.۰۰۲۰ (۳)

$10^{-2/6} = 10^{-2} \times 10^{-1/3}$

$= 10^{-2} \times (10^{1/3})^{-2} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10}$

$= \frac{1 \times 10}{100 \times 10} = \frac{10}{1000}$

$\log^2 = 1 - \log 5 = 1 - 0.7 = 0.3$

$\log^2 = 0.3$

$10^{0.3} = 2$



۱۵- اگر  $\log_{\frac{y}{x}} \frac{x^2}{y} = 2$  باشد، آن گاه حاصل  $\log_{\frac{x}{y}}^x + \log_{\frac{y}{x}}^x$  برابر کدام است؟ (لگاریتم‌ها تعریف شده‌اند.)

$$\log_{\frac{y}{x}} \frac{x^2}{y} = 2$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{x^2}{y} \rightarrow \frac{y^2}{x^2} = \frac{x^2}{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{y^2} = \sqrt{x^4} \rightarrow y = \sqrt{x^4}$$

$$y = x^{\frac{4}{2}}$$

$$\frac{52}{20} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{y}}^x + \log_{\frac{y}{x}}^x \quad \frac{57}{40} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$\frac{21}{20} \quad (4) \quad \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} \log_{\frac{x}{y}}^x + \frac{1}{\frac{2}{5}} \log_{\frac{y}{x}}^x \quad \frac{49}{30} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} + \frac{2}{5} = \frac{25 + 4}{10} = \frac{29}{10}$$

۱۶- اگر  $x = a$  جواب معادله  $\log_{\Delta-x}^{(x-1)} + \log_{\Delta-x}^{(x+2)} = \log_{\Delta-x}^4$  باشد، مقدار لگاریتم  $a+2$  در مبنای ۸ کدام است؟

$$\log_8^{a+2} = \log_8^4 = \log_{8^{\frac{1}{2}}}^4 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}}^4 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \quad \checkmark$$

۱ (۱)  
۲ (۲)  
۱ (۳)

$\log_{\Delta-n}^{(n-1)(n+2)} = \log_{\Delta-n}^4 \rightarrow n^2 + 2 - 2 = 4$

$n^2 + n - 4 = \dots$

$S: -1 \quad P: -4$

$n = -3$   
درد

$n = 2 \rightarrow a = 2$

۱۷- اگر  $\frac{1}{r^{x+y}} = \frac{1}{r^{y-x}}$  و  $x \log(x+y) + \log x - x - 1 = 0$  باشد، حاصل  $x+y$  کدام است؟

$$r^{x+y} \cdot r^{y-x} = 1$$

$r^{x+y+y-x} = 1 \rightarrow r^{2y} = 1 \rightarrow 2y = \dots \rightarrow y = \dots$

$$x \log_8^n + \log_8^n - n - 1 = 0$$

$$\log_8^n \times (n+1) = n+1$$

$$\log_8^n = \frac{n+1}{n+1} = 1$$

$\log_8^n = 1 \rightarrow n = 1$

$$Sg^n = t$$

۱۸- معادله  $\frac{1}{1-\log x} + \frac{2}{1-\log x^2} = 3$  چند جواب دارد؟

۲، ۳ ✓  
صفر (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

$$\frac{1}{1-Sg^n} + \frac{2}{1-2Sg^n} = 3$$

$$\frac{1}{1-t} + \frac{2x(1-t)}{1-2t} = 3 \rightarrow \frac{1-2t+2-2t}{(1-t)(1-2t)} = \frac{3}{1}$$

$1-4t+2t^2$

~~$$3-4t = 4t^2 - 4t + 2t^2$$~~

$$4t^2 - 4t = 0 \quad | \quad t = 0 \rightarrow Sg^n = 0 \rightarrow n = 1$$

$$t(4t-4) = 0 \quad | \quad 4t = 4 \rightarrow t = 1 \quad \left( \begin{array}{l} n = 1.5 \\ Sg^n = \frac{1}{1} \end{array} \right)$$

$E_r = 1.18$        $E_r = 1.2$

۱۹- بزرگی یک زلزله در مقیاس ریشتر با انرژی آزاد شده  $10^{20}$  ایرگ چقدر از بزرگی یک زلزله با انرژی آزاد شده  $10^{18}$  ایرگ بیشتر می باشد؟

(محاسبات را تا ۱ رقم اعشار انجام دهید.  $(\log E = 11/8 + 1/8M)$ )

۱/۳ ✓

۱/۴ (۱)

۲/۸ (۴)

۲/۱ (۳)

$$M_1 - M_2 = ? \quad 5.1 - 4.1 = 1.0$$

$$Sg^{1.0} = 11.8 + 1.0M \rightarrow \frac{1.0}{10^{-11.8}} = 1.0M \rightarrow M_1 = \frac{1.0}{1 \times 10^{-11.8}} = 2.12$$

$$Sg^{1.5} = 14.8 + 1.5M \rightarrow \frac{1.5}{10^{-14.8}} = 1.5M_2 \quad M_2 = \frac{1.5}{1.5} = 1.1$$

۲۰- اگر  $V$  نشان دهنده حجم بنزین باقی مانده در باک یک اتومبیل در حال حرکت باشد و مقدار آن از رابطه  $V(t) = 20 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$  به دست آید، پس

$V(0) = 20 \times \left(\frac{1}{2}\right)^0$   
اولی

از گذشت چند ساعت ۷۵ درصد از حجم بنزین مصرف می شود؟ (  $t$  بر حسب ساعت است.)

۵/۵ (۲)

۶/۵ (۴)

$\frac{25}{100} \times V_{\text{اولی}}$

۵ (۱)

۶ (۳)

$\frac{1}{2} = 20 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$

$\frac{25}{100} \times 20 = \frac{20}{2}$

$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}} \rightarrow \frac{t}{2} = 2$   
 $t = 4$