



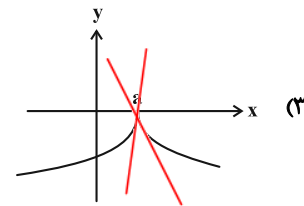
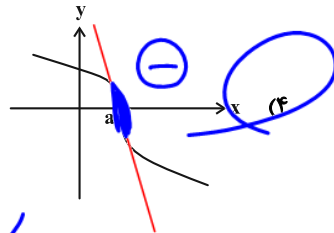
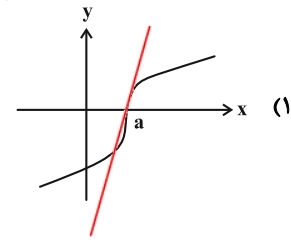
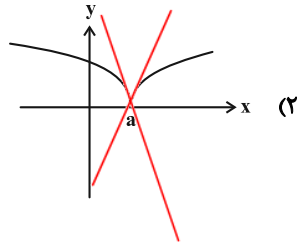
وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

حسابان 2: مشتق: صفحه‌های 71 تا 89

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

1- تعبیر هندسی $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ در یک همسایگی $x = a$ در کدام نمودار به درستی نشان داده شده است؟

$f'(a) = -\infty$



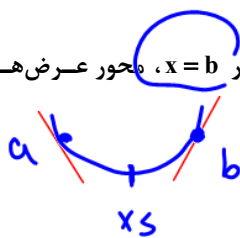
$f(u) \rightarrow u' f'(u)$

$$\text{HOP} \rightarrow \frac{f'(u+\epsilon h)}{u} = \frac{\sum f'(u)}{u} \cdot \frac{\epsilon}{\epsilon} = \frac{\sum \frac{u}{\epsilon}}{\frac{u}{\epsilon}} = \frac{\sum u}{u} = \frac{\epsilon}{\epsilon} = 1$$

2- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+4h) - f(3)}{4h}$ کدام است؟

$f'(3) = \frac{2}{3}$

3- در تابع درجه دوم f داریم: $\frac{a+b}{2} = x_s$ و $f'(a) = 2$ و $f(a) = 1$. اگر خط عمود بر نمودار تابع f در $x = b$ محور عرض‌ها را در



$f(a) = 1$ $f'(a) = 2$
 $f(b) = 1$ $f'(b) = -2$

عرض 3- قطع کند، مقدار b کدام است؟

-8 (2)

-4 (4)

8 (1)

4 (3)

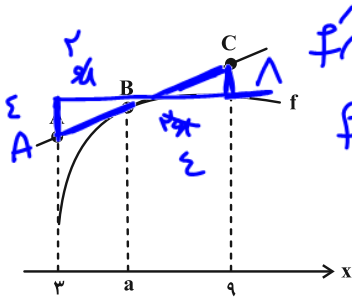
$y - 1 = \frac{1}{2}(x - b)$

$-2 = \frac{1}{2}(3 - b) \rightarrow -4 = -b$

محل انجام محاسبات



٤- در شکل زیر، نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x=a$ رسم شده است، به طوری که $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-1}{x-a} = 2$. اگر اندازه BC دو برابر اندازه AB باشد، مجموع عرض‌های نقاط A و C کدام است؟



$f'(a) = 2$
 $f(a) = 1$
 $a = \omega$

- ١٩ (١)
 ١٢ (٢)
 ٢٦ (٣)
 ٢٧ (٤)

٥- دامنه مشتق تابع $y = \sqrt{x^2 - 3x - 2}$ کدام است؟

$x^2 - 3x - 2 \geq 0$
 $(x+1)(x-2) \geq 0$
 $x \in (-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

- (١) $(0, +\infty)$
 (٢) $(-1, +\infty)$
 (٣) $(-\infty, -1]$
 (٤) $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

٦- تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \sin \pi x}}{2x - [x + \frac{1}{2}]}$ در مجموعه $\{0\} - (-1, \sqrt{2})$ چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟ []، نماد جزء صحیح است.

$\sin \pi x = 1$
 $x = \frac{1}{2}$
 $x = -\frac{1}{2}$
 $x = \frac{3}{2}$
 صفر (٤)

٧- تابع $f(x) = (kx+1)[x^2+kx]$ در $x=-1$ مشتق پذیر است. $f'(-3)$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

$f(x) = (kx+1)(x^2+kx)$
 $f'(x) = (2kx+1)(2x+k)$
 $f'(-3) = (-6k+1)(-6+k)$
 $-\frac{k}{2} = -1 \Rightarrow k=2$

٨- تابع $f(x) = \begin{cases} [-2x]x+1 & ; x \leq 1 \\ -x & ; x > 1 \end{cases}$ مفروض است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2|h|) - f(1+h)}{h^2 - h}$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+2|h|) - f(1+h)}{h^2 - h}$
 $f(1) = -1$
 $f'(1) = -2$
 $-2 - 2 = -4$

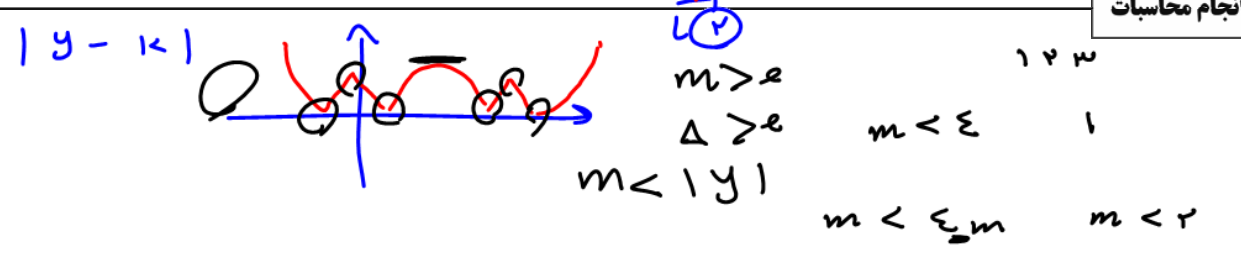
٩- بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x^2 - x}}$ چند خط مماس موازی محورهای مختصات می توان رسم کرد؟ آزمون وی ای پی

$x^2 - x = 0 \Rightarrow x=0, x=1$
 $x^2 - x > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ or } x > 1$
 $x^2 - x = 1 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

١٠- تابع $f(x) = |m - |x^2 - 4x + m||$ شش نقطه مشتق ناپذیر دارد. بزرگ‌ترین مقدار صحیح m کدام است؟

$|m - |x^2 - 4x + m|| = 0$
 $|x^2 - 4x + m| = m$
 $x^2 - 4x + m = m \text{ or } x^2 - 4x + m = -m$
 $x^2 - 4x = 0 \text{ or } x^2 - 4x + 2m = 0$
 $x(x-4) = 0 \text{ or } x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8m}}{2}$

محل انجام محاسبات





وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

حسابان 2: مشتق: صفحه‌های 90 تا 101

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

$$\sqrt{u} \rightarrow \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

11- مشتق تابع $y = \sqrt{x^2 + 1}$ در $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3+1}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

12- فرض کنید f تابعی مشتق پذیر با دامنه \mathbb{R} باشد. اگر $f(x) = f'(2)x^2 + x$ باشد، مقدار $f'(3)$ کدام است؟

$$f'(x) = 2x f'(2) + 1$$

$$f'(2) = 2 f'(2) + 1 \Rightarrow f'(2) = -1$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$$

$$f'(x) = -x + 1$$

$$f'(3) = -2$$

13- تابع f یک چندجمله‌ای است. اگر $f'(2x) + f''(x) = 4x + 1$ و $(f \circ f')(0) = 3$ باشد، عرض از مبدأ تابع f کدام است؟

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$f''(x) = 2a$$

$$2a(2x) + 2a = 4x + 1 \Rightarrow 4ax + 2a = 4x + 1$$

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = c = 3$$

14- اگر $f(x) = 3^{\log_3 x^2}$ و $g(x) = 3^{\log_3 |x|}$ باشند، مقدار تابع $f' \cdot g + f \cdot g'$ به ازای $x = 2$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

$$f(x) = x^2 - x + c$$

$$g(x) = x^2$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$g'(x) = 2x$$

$$f' \cdot g + f \cdot g' = (2x-1)x^2 + (x^2-1)2x = 2x^3 - x^2 + 2x^3 - 2x = 4x^3 - x^2 - 2x$$

$$4(8) - 4 - 4 = 16$$

15- اگر $f(x) = \left(\frac{1 + \sin 4x}{\sin 2x + \cos 2x}\right)^2$ حاصل $f'\left(\frac{\pi}{16}\right)$ کدام است؟

$$f = \left(\frac{\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x + \cos 2x}\right)^2 = 1$$

$$f' = 2 \cdot \frac{\cos 2x - \sin 2x}{\sin 2x + \cos 2x} \cdot (\sin 2x + \cos 2x)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{16}\right) = 2 \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8}}{\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}} \cdot (\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{8}) = 2(\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8})$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

محل انجام محاسبات

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow 1 + \sin 2x$$

$$f \cos 2x$$



$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

۱۶- معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x \tan \frac{\pi x}{2}$ در $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

$$f'(x) = \tan \frac{\pi x}{2} + x \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 + \tan^2 \frac{\pi x}{2}\right)$$

$$(\pi + 4)x = \pi + 4y \quad (2)$$

$$x + 1 = \pi + 2y \quad (4)$$

$$2\pi x = \pi + 4y \quad (1)$$

$$x = y \quad (3)$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{\pi}{2}$$

$$y - \frac{1}{2} = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} = x\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$4y + \pi = x(4 + 2\pi)$$

۱۷- اگر $f(x) = x^2 - 4x + 4$ و $g(x) = x - 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{f'g - 2g'f}{2\sqrt{fg}}$ (۳) کدام است؟

$$g' = 1, f' = 2x - 4$$

$$\frac{(2x-4)(x-2) - (2x-4)(x-2)}{2\sqrt{(x-2)^2}} = \frac{0}{2|x-2|} = 0$$

(۱) صفر

۱۸- اگر $f(x) = \frac{1-x}{x^2 + \frac{1}{x}}$ و $g(x) = \sqrt{5-x} - 4$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟ (۱)

$$g'(1) \times \left(f'(-2)\right)$$

$$\frac{-1}{2\sqrt{5-x}}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$-\frac{3}{4}$$

$$\frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}$$

$$h = \frac{2x}{x^2 - 2}$$

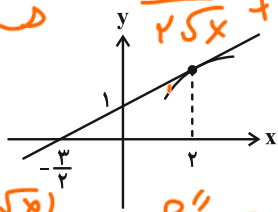
$$h' = \frac{2x^2 - 4}{(x^2 - 2)^2}$$

$$\frac{-\frac{1}{4}}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{9}{16}} = -\frac{4}{9}$$

۱۹- در شکل زیر بخشی از نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = 2$ رسم شده است. اگر مشتق دوم تابع $y = f(\sqrt{x})$ در $x = 4$

$$f(u) \rightsquigarrow u' f'(u)$$

$$f(\sqrt{x}) \rightsquigarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} f'(\sqrt{x})$$



$$\frac{-2\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$f'(\sqrt{x}) + f''(\sqrt{x}) \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightsquigarrow x=4, y=2$$

$$-\frac{1}{\sqrt{x}} f'(\sqrt{x}) + \frac{1}{16} f''(2) = 2$$

$$-\frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{16} f''(2) = 2$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} f''(2) = 2$$

$$g' = 2f - 3f'$$

$$f(u) \rightsquigarrow u' f'(u)$$

$$(2x+2) f'(x^2+2x) = \frac{1}{20}$$

$$x=2$$

$$f'(2) = \frac{1}{40}$$

$$g(2) = 2x - \frac{1}{40}x = \frac{1}{20}$$

برابر صفر باشد، مقدار $f''(2)$ کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

۲۰- با فرض $f(x^2+2x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ و $g(x) = \frac{-1}{f^2(x)}$ مقدار $g'(24)$ کدام است؟

$$\frac{1}{40} \quad (2)$$

$$\frac{1}{20} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{40} \quad (3)$$

محل انجام محاسبات