

دنباله‌های حسابی
صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲

پاسخ‌گویی به سؤال‌های این درس برای همه دانش‌آموزان اجباری است.
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی و آمار (۳)

۱- در یک دنباله حسابی $a_6 + a_7 = 4k + 7$ و $a_5 + a_8 = 5k + 4$ است. اگر $a_7 = 5/5$ باشد، جمله دهم دنباله کدام است؟

$a_{10} = a_7 + 3d$
 $a = ?$
 $24/5$ (۴)
 $a_1 + \dots + a_n = \dots$
 $a_{10} = 5/5 + 1 \times 9 = 14/5$

20 (۱)
 $21/5$ (۲)
 23 (۳)
 $2 \times a_6 = 2k + 7$
 $2 \times a_7 = 4k + 7$
 $2k + 7 = 4k + 7$
 $2k - 4k = 0 \rightarrow k = 0$

$a_7 = 19/5$
 $a_7 = 11/5$
 $d = \frac{a_7 - a_6}{7 - 6} = \frac{19/5 - 11/5}{1} = 8/5$
 $d = 8/5$

۲- جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $t_n = (b-2)n^2 + an - 3b$ است و هر جمله از جمله ما قبل خود $2/5$ واحد بیشتر است. در این صورت

$d = 2/5$
 $t_n = an - 4$

$b - 2 = 0$
 $b = 2$
 $\frac{t_{13}}{t_{11}} = ?$
 $23/11$ (۳)
 $11/6$ (۱)

$t_n = 2/5n - 4$
 $t_{13} = \frac{2}{5} \times 13 - 4 = 9/5$
 $t_{11} = \frac{2}{5} \times 11 - 4 = 3/5$

$\frac{9/5}{3/5} = \frac{3}{1}$

$b \text{ (ب) } a \text{ (ا) تفاضل} \rightarrow b - a$

۲- یکی از دنباله‌های زیر، حسابی است؛ تفاضل جمله عمومی از جمله بیستم این دنباله حسابی کدام است؟

$a_{r_0} - a_n = ?$

$a_r - a_1 = m - (m - r)$

$d = m - m + r$

$d = r$

الف) $m - r, m, \frac{2m+r}{2}, \dots$
 a_1, a_r

ب) $m, 2m, 4m, \dots$
 $\times r, \times r$

$A \rightarrow 2n$ (۴)

$B \rightarrow 2n$ (۳)

$A \rightarrow n$ (۲)

$B \rightarrow n$ (۱)

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = m - r + (n-1)r = m - r + rn - r = m + rn - 2r$

$a_{r_0} = a_1 + 19d = m - r + 19r = m + 18r$

$a_{r_0} - a_n = m + 18r - (m + rn - 2r) = m + 18r - m - rn + 2r = -rn + 20r$

۴- بین دو عدد $2x - 1$ و $5x + 4$ چهار عدد چنان قرار داده‌ایم که ۶ عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی می‌دهند، اگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین

واسطه حسابی درج شده برابر $2x - 1$ باشد، مجموع دو واسطه حسابی دیگر کدام است؟ ($x > 0$)

$a_1 = 2x - 1$, $a_2 = \frac{2x + 4}{2}$, $a_3 = \frac{2x + 4}{2}$, $a_4 = 2x + 4$

$a_r + a_f = ?$

$a - a_r = 2n - 1$
 $a_r + rd - a_r = 2n - 1$

$rd = 2n - 1$

$d = \frac{2n - 1}{r}$

$d = 3$

$d = \frac{a_4 - a_1}{4 - 1} = \frac{2x + 4 - (2x - 1)}{3} = \frac{5}{3}$

~~$\frac{2n - 1}{r} = \frac{2n + 1}{3}$~~

$3(2n - 1) = 2n + 1$

$6n - 3 = 2n + 1 \rightarrow 4n = 4 \rightarrow n = 1$

۵- در یک دنباله حسابی غیر ثابت با اختلاف مشترک d داریم $a_7 - a_2 = 4d$ ، در این دنباله حاصل $a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$ کدام است؟

~~$r \times a_4 = ?$~~

r ✓

۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$(a_7 - a_2)(a_7 + a_2) = 4d$

$(4d) \times (r \times a_4) = 4d$

$r \times a_4 = \frac{4d}{4d}$

$a_4 = 1$

$\frac{a_7 - a_2}{r} = d$

$a_7 - a_2 = rd$

۶- اگر جملات سوم و نهم دنباله‌ای حسابی با جملات افزایشی برابر جواب‌های معادله $x^2 - 5x + a = 0$ باشد، مقدار جمله ششم این دنباله کدام است؟ ($a < 0$)

$x_1 = a_3$

$x_2 = a_9$

$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a}$

۲ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲) ✓

۵ (۱)

$a_3 + a_9 = \frac{-(-5)}{1} \rightarrow a_3 + a_9 = 5$

$r \times a_4 = 5$

$a_4 = \frac{5}{r}$

۷- طول پله نخست یک نردبان A سانتی متر است و طول آخرین پله آن $\frac{1}{4}A$ سانتی متر است. اگر هر پله به اندازه $\frac{1}{4}A$ از پله قبلی کوتاه تر باشد و

$$S_n = \frac{n}{r} (جذب + جدول)$$

برای ساخت پله‌ها در مجموع ۲۰ متر چوب به کار رفته باشد، طول پله آخر چند سانتی متر است؟

۰/۵ (۴) ۵۰ (۳) ✓ ۲۰۰ (۲) ۲ (۱)

$$A, A - \frac{1}{4}A, A - \frac{1}{4}A - \frac{1}{4}A, \dots, \frac{1}{4}A$$

$$S_n = 20 \rightarrow S_{14} = 20$$

$$d = -\frac{1}{4}A$$

$$a_1 = A$$

$$a_n = \frac{1}{4}A$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\frac{1}{4}A = A + (n-1) \times -\frac{1}{4}A$$

$$\frac{1}{4}A - \frac{A}{1 \times 2} = (n-1) \times -\frac{1}{4}A$$

$$+\frac{A}{4} = (n-1) \times -\frac{1}{4}A \rightarrow \frac{A}{4} = \frac{(n-1)}{4} \rightarrow 14 = n$$

$$S_{14} = \frac{14}{4} (A + \frac{1}{4}A)$$

$$20 = \frac{14}{4} \times \frac{5}{4} A$$

$$20 = 1.75 A \rightarrow A = 20 \rightarrow 20$$

۸- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با استفاده از رابطه $S_n = 2n^2 + n + k - 1$ به دست می‌آید. حاصل $\frac{1}{4}a_7 - 2k$ کدام است؟

۱ (۴) ۶ (۳) ✓ $\frac{11}{4}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۱)

$$S_n = \frac{n}{r} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{n}{r} (2a_1 + nd - d) = na_1 + \frac{n^2 d}{r} - \frac{nd}{r}$$

$$S_n = \left(\frac{d}{r}\right) n^2 + n(a_1 - \frac{d}{r}) = 2n^2 + n + k - 1$$

$$\frac{d}{r} = 2 \rightarrow d = 4$$

$$a_1 - \frac{d}{r} = 1$$

$$a_1 - 2 = 1$$

$$a_1 = 3$$

$$k - 1 = ?$$

$$k = 1$$

$$a_7 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = 3 + 4 \times 4 = 19$$

$$\frac{41-9}{2} + 1 = 27$$

$$a \bar{b} \rightarrow b-a+1$$

۹- در دنباله حسابی $a_n: 1, 5, 9, 13, \dots$ مجموع جملات $a_{p_1}, \dots, a_{p_2}, a_{p_1}, a_{p_1}$ برابر کدام است؟

۳۶۲۴ (۴)

۳۶۴۲ (۳)

۳۶۹۹ (۲) ✓

۳۵۹۹ (۱)

$$a_9 + a_{11} + a_{13} + \dots + a_{41} = ?$$

$$\frac{41+9}{2} = \frac{r_1}{r_2} = 35$$

$$a_{35} = a_1 + 34d$$

$$a_{35} = 1 + 34 \times 4 = 137$$

$$\cancel{\text{تعداد جملات}} \times \text{مجموع} = ?$$

$$27 \times 137 = 3699$$

۱۰- یک سبد و تعدادی توپ، مطابق شکل روی خط راست قرار دارند. دونه‌های از کنار سبد شروع به حرکت می‌کنند. اولین توپ را برمی‌دارد، سپس

برمی‌گردد و آن را به سبد انداخته و در مرحله بعد، دو توپ بعدی را بر می‌دارد و به سبد می‌اندازد و این کار را به همین ترتیب ادامه می‌دهد. این

دونده تا زمانی که شصت و شش توپ را به سبد بیندازد، باید چند متر بدود؟ $S_n = ?$

$$18 + 18 + (18+4) + (18+8) + \dots$$

$$S_{11} = \frac{11}{2} (2 \times 18 + 10 \times 4)$$

$$S_{11} = 11 \times 44$$



$$\begin{array}{r} 44 \\ 11 \\ \hline 144 \\ + 44 \\ \hline 188 \end{array}$$

$$1, 2, 3, 4, \dots, 44$$

$$n = ?$$

$$a_1 = 1$$

$$d = 1 \rightarrow S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_n = 44 \quad 44 = \frac{n}{2} (2 + n - 1) \rightarrow \frac{44}{1} = \frac{n}{2} (1 + n)$$

$$132 = \frac{11}{2} (1 + n)$$

$$n = 11$$

۳۶۳ (۱)

۶۳۰ (۲)

۷۲۶ (۳) ✓

۳۵۲ (۴)

۱۱- در یک دنباله هندسی، اگر مجموع سه جمله متوالی ۱۲ و حاصل ضرب آن‌ها، ۶۴ باشد، جمله هفتم دنباله چند برابر جمله سوم دنباله است؟

$\frac{a_7}{a_3} = ?$
 $\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2} = r^4 = (1)^4$

$4 \cdot (4)$ $3 \cdot (3)$ $2 \cdot (2)$

$\frac{a}{r} \times a \times ar = 4r$
 $\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{4r}$
 $a = 4$

$\frac{a}{r} + a + ar = 12$
 $4 + 4r + 4r^2 = 12r$
 $\frac{4r^2}{2} + \frac{4r - 12r}{2} + \frac{4}{2} = 0$
 $r^2 - 2r + 1 = 0$
 ریشه: r
 $r = 1$

۱۲- با اضافه کردن یک مقدار ثابت به سه عدد ۲۰، ۵۰ و ۱۰۰، سه عدد حاصل به همین ترتیب از راست به چپ تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند.

نسبت مشترک این دنباله کدام گزینه است؟

$\frac{10}{3}$ (۴)

$\frac{5}{3}$ (۳) ✓

۵ (۲)

$\frac{15}{2}$ (۱)

$100 + k, 50 + k, 10 + k$

$\frac{50 + k}{10 + k} = \frac{10 + k}{50 + k} \rightarrow (50 + k)^2 = (10 + k)(100 + k)$
 $2500 + 100k + k^2 = k^2 + 110k + 1000$
 $2500 - 1000 = 110k - 100k$
 $1500 = 10k$
 $k = \frac{1500}{10} = 150$

$r = \frac{50 + k}{10 + k} = \frac{150}{10} = \frac{15}{1} = \frac{15}{1}$

۱۳- بیشترین اختلاف بین دو جمله متوالی از جملات دنباله کدام است؟

$$\begin{cases} a_1 = 100 \\ a_{n+1} = \frac{1}{4} a_n \end{cases}$$

۱۰۰ و ۲۵ و $\frac{۲۵}{۴}$ و $\frac{۲۵}{۱۶}$

۸۰ (۴) ۲۰ (۳) ۷۵ (۲) ۲۵ (۱)

$\times \frac{1}{4}$ $\times \frac{1}{4}$

۷۵

$$\frac{۲۵ \times r}{1 \times r} - \frac{۲۵}{r} = \frac{۱۰۰ - ۲۵}{r} = \frac{۷۵}{r}$$

$$\frac{۲۵}{۱۶} - \frac{۲۵ \times r}{r \times r} = \frac{۲۵ - ۱۰۰}{۱۶} = \frac{-۷۵}{۱۶}$$

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - r^n)}{1 - r}$$

$$\frac{S_n}{a_1} = ?$$

۱۴- در یک دنباله حسابی جمله اول، پنجم و هفدهم به ترتیب سه جمله اول یک دنباله هندسی هستند. مجموع ۴ جمله اول دنباله هندسی چند برابر

$$S_4 = \frac{a_1 \times (1 - r^4)}{1 - r} = ? \rightarrow ? = \frac{1 - r^4}{1 - r} = \frac{1 - r^4}{1 - r} = 4$$

جمله اول آن است؟

۵۶ (۴) ۸۵ (۳) ۴۰ (۲) ۱۵ (۱)

a_1, a_2, a_{17}

$$a_n^r = a_1 \times a_{17}$$

$$(a_1 + 14d)^r = a_1 \times (a_1 + 14d)$$

$$a_1^r + 14a_1 d^r + 14d^r = a_1^2 + 14a_1 d$$

$$14d^r = 14a_1 d - 14a_1 d$$

$$14d^r = 14a_1 d$$

$$rd = a_1$$

$$\frac{a_d}{a_1} = r$$

$$\frac{a_1 + rd}{1 + rd} = r$$

$$\frac{rd}{rd} = r \rightarrow r = \frac{1}{2}$$

۱۵- اگر $x - \frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{x}{8} + \dots - \frac{x}{512} = \frac{1}{9}$ باشد، آنگاه مقدار x کدام است؟

$$n \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots - \frac{1}{512} \right) = \frac{1}{9} \rightarrow n \times \frac{341}{512} = \frac{1}{9}$$

$$n = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{341}{512}} = \frac{512}{9 \times 341} = \frac{512}{3069}$$

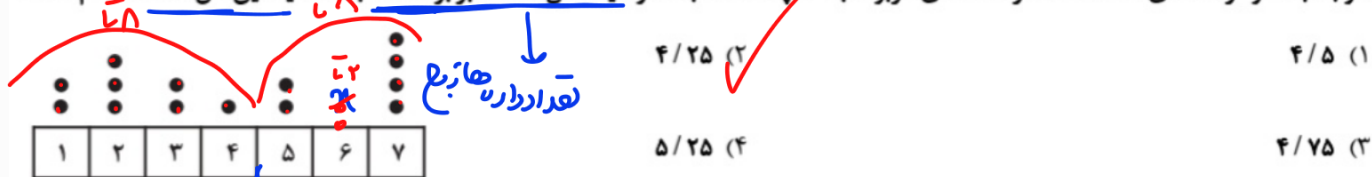
$$S_{10} = \frac{a_1 \times (1 - r^{10})}{1 - r} = \frac{1 \times (1 - (-\frac{1}{2})^{10})}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{1 - \frac{1}{1024}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{1023}{1536} = \frac{341}{512}$$

کار با داده‌های آماری
نمایش داده‌ها
صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۷۱

پاسخ‌گویی به سؤال‌های این درس برای همه دانش‌آموزان اجباری است.
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی و آمار (۱)

۱۶- با توجه به نمودار نقطه‌ای داده شده، اگر نقطه‌های مربوط به ۶ پاک شده باشد و میانه کل داده‌ها برابر $\frac{4}{5}$ باشد، میانگین کل داده‌ها کدام است؟



$$\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5 + 2 \times 7}{14} = \frac{34}{14} = \frac{17}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{34}{14} = \frac{17}{7}$$

$$\frac{17}{7} = \frac{17 \times 2}{7 \times 2} = \frac{34}{14}$$

۱۷- در یک شرکت دارویی، جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم. میانگین زاویه مربوط به کارکنان دیپلم، ارشد و دکترا، کدام است؟

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

$$n = 30 + 90 + 180 + 120 + 30$$

$$n = 450$$

۴۵ (۱)

۴۸ (۲) ✓

۵۱ (۳)

۵۴ (۴)

$$\theta = \frac{f_i}{n} \times 360$$

$$\theta_{\text{دیپلم}} = \frac{30}{450} \times 360 = 24$$

$$\theta_{\text{ارشد}} = \frac{120}{450} \times 360 = 96$$

$$\theta_{\text{دکترا}} = \frac{30}{450} \times 360 = 24$$

$$\frac{24 + 96 + 24}{3} = \frac{144}{3} = 48$$

۱۸- اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 به ترتیب برابر ۴ و صفر باشد، انحراف معیار داده‌های $x_1, 2x_2 - 3, x_3 + 2, \frac{x_4}{2}, 2x_5$ چقدر است؟

همه داده‌ها مساوی هستند

۳ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

۲ (۱) ✓

کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۱)

$$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n_5 = 2$$

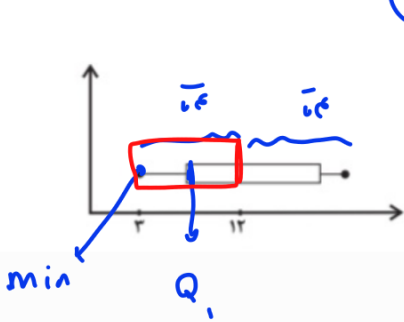
۸, ۵, ۴, ۲, ۱

$$\bar{x} = \frac{8 + 5 + 4 + 2 + 1}{5} = 4$$

$$s^2 = \frac{(8-4)^2 + (5-4)^2 + (4-4)^2 + (2-4)^2 + (1-4)^2}{5} = \frac{16 + 1 + 0 + 4 + 9}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$s = \sqrt{6} = 2.45$$

۱۹- نمودار زیر شامل اعداد فرد است. اگر تعداد داده‌های بعد از میانه ۴ تا باشند، بیشترین مقدار ممکن برای طول سبیل سمت چپ کدام می‌تواند باشد؟



$Q_1 - \min = ?$
 $11 - 7 = 4$

- ۷ (۱)
- ۸ (۲) ✓
- ۶ (۳)
- ۵ (۴)

۲۰- نمودار میله‌ای مقابل درصد تعداد دانش‌آموزانی از یک کلاس است که گروه‌های خونی A و B و AB و O دارند. اگر زاویه مربوط به گروه خونی B در نمودار دایره‌ای ۷۲ درجه باشد، چند درصد از افراد کلاس گروه خونی AB دارند؟

B در نمودار دایره‌ای ۷۲ درجه باشد، چند درصد از افراد کلاس گروه خونی AB دارند؟



$x + 15 + \frac{72}{360} + x + \frac{y}{2} = 100$
 $2x + \frac{72}{2} = 100 - 15$
 $2x + 36 = 85$

- ۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲) ✓
- ۲۰ (۳)
- ۲۵ (۴)

$x + \frac{72}{2} = 85 \rightarrow \frac{72}{2} = 17$

$72 = \frac{x}{100} \times \frac{18}{2} \rightarrow \frac{72}{1} = \frac{18x}{2}$

$18x = 72 \times 2 \rightarrow x = \frac{72 \times 2}{18} = 8$

$\frac{72}{2} = 36$
 $y = 36$

$\frac{36}{2} = 18$

۲۱- در گردآوری داده‌ها کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در گردآوری داده‌ها به روش مشاهده، دقت زیادی وجود ندارد.

(۲) دادگان‌ها همواره در اختیار ما قرار ندارند.

(۳) در طراحی پرسش‌نامه می‌توان سؤالاتی پرسید که به ذهن پاسخگو جهت دهد.

(۴) زمانی که تعداد پاسخگوها زیاد باشد، مصاحبه وقت‌گیر است.

۲۲- انحراف معیار داده‌های داخل و روی جعبه در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۱، ۲۰، ۵، ۱۶، ۱۲، ۱، ۲۱، ۳، ۲۳، ۷، ۹، ۱۹، ۱۴، ۸، کدام است؟

Handwritten solution for Q22:

Box plot data: ۷, ۵, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۹

Median $Q_2 = 11.5$

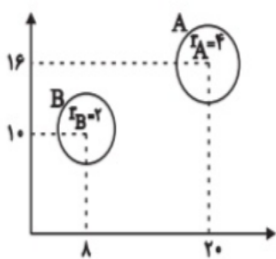
Mean $\bar{X} = \frac{7+11+12+14+19}{5} = 12$

Variance $\sigma^2 = \frac{7^2+11^2+12^2+14^2+19^2}{5} - 12^2 = 15$

Standard Deviation $\sigma = \sqrt{15}$

Box plot diagram showing values ۷, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۹ with median ۱۱.۵ and mean ۱۲.

۲۳- با توجه به نمودار جابجایی زیر، اگر مجموع مقادیر متغیرهای سوم گروه A و B برابر با ۳۰ باشد، اختلاف مقادیر متغیرهای سوم این دو گروه کدام است؟



$$\frac{A \text{ متغیر سوم}}{B \text{ متغیر سوم}} = \frac{(r_A)^2}{(r_B)^2} = \frac{(4)^2}{(2)^2} = 4$$

Handwritten derivation:

~~$\frac{A}{B} = \frac{4}{1}$~~ $\rightarrow A = 4B$

$A + B = 30$

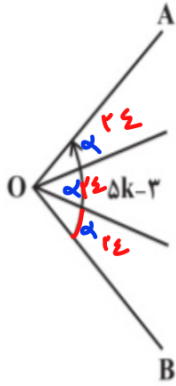
$4B + B = 30 \rightarrow 5B = 30 \rightarrow B = 6$

$A = 4 \times 6 = 24$

$A - B = 24 - 6 = 18$

- است؟
- ۱۰ (۱)
- ۱۲ (۲)
- ۱۸ (۳) ✓
- ۲۰ (۴)

۲۴- شکل زیر بخشی از یک نمودار راداری است. اگر این نمودار ۱۵ محور داشته باشد، مقدار k کدام است؟ (زاویه بین شعاع OA و OB برابر $\Delta k - ۳$ است.)



$$\frac{۳۴}{۱} = \frac{۳۴}{\alpha}$$

$$\frac{۱۵}{۱} = \frac{۳۴}{\alpha} \rightarrow ۱۵\alpha = ۳۴$$

$$\alpha = \frac{۳۴}{۱۵} = ۲۲$$

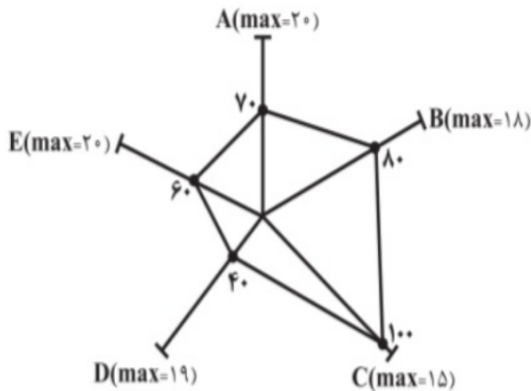
$$۲۲ + ۲۲ + ۲۲ = \Delta k - ۳$$

$$۶۶ = \Delta k - ۳$$

$$۶۶ + ۳ = \Delta k \rightarrow k = \frac{۶۹}{۵} = ۱۳$$

- (۱) ۱۵ ✓
- (۲) ۲۴
- (۳) ۲۲
- (۴) ۱۲

۲۵- با توجه به نمودار راداری زیر، میانگین \bar{x} داده A، B، C، D، E چقدر است؟



$$\frac{\text{مقدار داده}}{\text{مقدار محور}} = \frac{\text{مقدار داده}}{\text{Max}}$$

$$\frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{A}{۲۰} \rightarrow A = ۱۴$$

$$\frac{۸۶}{۱۰۰} = \frac{B}{۱۸} \rightarrow B = ۱۵$$

$$B = \frac{۸۶ \times ۱۸}{۱۰۰} = \frac{۱۵۴۸}{۱۰۰} = ۱۵.۴۸$$

$$\frac{۱۰۰}{۱۰۰} = \frac{C}{۱۵} \rightarrow C = ۱۵$$

$$\frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{D}{۱۹} \rightarrow D = \frac{۶۰ \times ۱۹}{۱۰۰} = ۱۱.۴$$

$$\frac{۹۰}{۱۰۰} = \frac{E}{۲۰} \rightarrow E = ۱۸$$

$$\begin{array}{r} ۱۲۹ \\ ۲۲ \\ ۱۲ \\ \hline ۱۶۳ \end{array}$$

$$\bar{x} = \frac{۱۴ + ۱۵ + ۱۵ + ۱۱.۴ + ۱۸}{۵} = \frac{۶۳.۴}{۵} = ۱۲.۶۸$$

$$\bar{x} = \frac{۹۳۰}{۷۳} = \frac{۱۲۹}{۹.۳} = ۱۳.۹$$

- (۱) ۱۴/۲
- (۲) ۱۳/۸
- (۳) ۱۲/۶ ✓
- (۴) ۱۳/۴

