



۹۶- اگر  $\frac{a+b}{a-b} = 6$  . آن گاه مقدار  $\frac{2a-b}{3a}$  کدام است؟

$$\frac{2}{5} \text{ (A)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (B)}$$

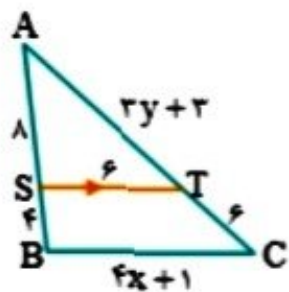
$$\frac{4}{5} \text{ (C)}$$

$$\checkmark \frac{2}{5} \text{ (D)}$$

$$\frac{a+b}{a-b} = 6 \rightarrow a+b = 6a - 6b \rightarrow 7a = 7b \rightarrow a = \frac{7b}{7}$$

$$\frac{2a-b}{3a} \Rightarrow \frac{2(\frac{7b}{7}) - b}{3(\frac{7b}{7})} = \frac{\frac{14b}{7} - b}{\frac{21b}{7}} = \frac{7b}{21b} = \frac{1}{3}$$

۹۷- در شکل مقابل  $ST \parallel BC$  است. حاصل  $x+y$  کدام است؟



- ۶ (۱)
- ۵ (۲) ✓
- ۸ (۳)
- ۷ (۴)

$$ST \parallel BC \rightarrow \frac{AS}{SB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow \frac{y+1}{x+1} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = \frac{x(y+1)}{x} \Rightarrow y = y+1$$

$y = x$  ]

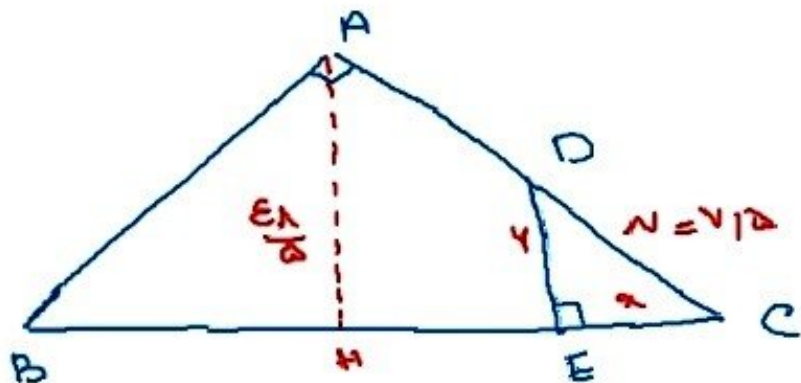
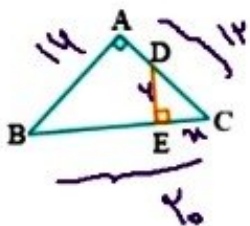
$$ST \parallel BC \rightarrow \frac{ST}{BC} = \frac{AS}{AB} \Rightarrow \frac{y}{x+1} = \frac{y+1}{x+y+1} \Rightarrow y = x+1$$

$x = y \Rightarrow x = y$  ]

$$x+y = y+y = 2$$

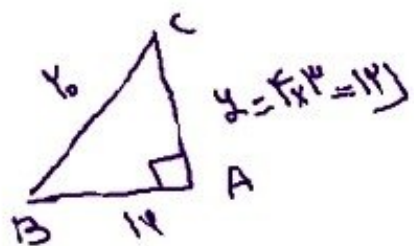
اعداد ظاهری  $\Delta x, y, z$

۹۸- در شکل مقابل، مثلث قائم الزاویه است و  $DE$  بر  $BC$  عمود است. اگر  $AB=16$  و  $DE=6$  و  $BC=20$  باشد، اندازه  $EC$  کدام است؟



کدام است؟

- ۳ (۱)
- ۳/۵ (۲)
- ۴ (۳)
- ۴/۵ (۴) ✓



$$AB \times AC = BC \times AH$$

$$16 \times 12 = 20 \times AH \Rightarrow AH = \frac{96}{5}$$

$$DE \parallel AH \Rightarrow \frac{4}{\frac{96}{5}} = \frac{2}{14} \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

$$6 + x^2 = \frac{144}{5}$$

$$x^2 = \frac{14}{5} = \left[ \frac{14}{5} = x^2 \right] \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

۹۹- اگر  $f(x) = (x^2 + 2)^2 (x + 3)^2$  . آن گاه مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

۱۱۰۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳ ✓)

۱۱۶۴ (۲)

۱۲۶۴ (۱)

$$f'(x) = 2x (2x) x (x^2 + 2) (x + 3)^2 + 2x(1)(x + 3)^2 (2x^2 + 2)^2$$

$$f'(1) = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 4 + 2 \times 14 \times 9 = 112 + 252 = 364$$

۱۰۰- اگر نقطه  $A(2,1)$  نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = x^2 + bx^2 + d$  باشد، حاصل  $2b + d$  کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳) ✓

۱ (۲)

۲ (۱)

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2x + 2b = 0 \rightarrow 1 + b = 0 \rightarrow b = -1$$

$$f(2) = 1 \rightarrow 4 + b \cdot 4 + d = 1 \rightarrow 4 + 4b + d = 1 \rightarrow 4b + d = -3$$

$$f(-1) + d = -1$$

$$d = -1 + 1$$

$$d = 0$$

$$2b + d = 2 \times (-1) + 0 = -2 + 0 = -2$$

۱۰۱- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای از  $\mathbb{R}$  که تابع  $f(x) = x^2 - 12x + 4$  در آن نزولی اکید است، کدام است؟

۶(۴)

$$f'(x) = 0$$

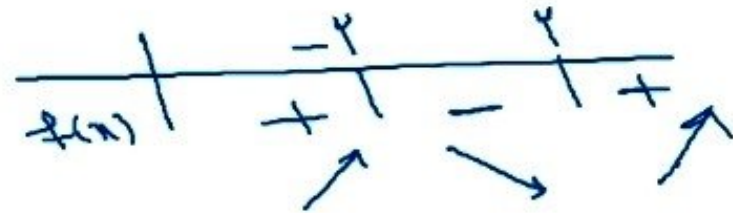
۸(۳)

$$f'(x) \checkmark$$

۲(۱)

$$f'(x) = 2x - 12 \implies 2x - 12 = 0$$

$$2x = 12 \rightarrow x = 6$$

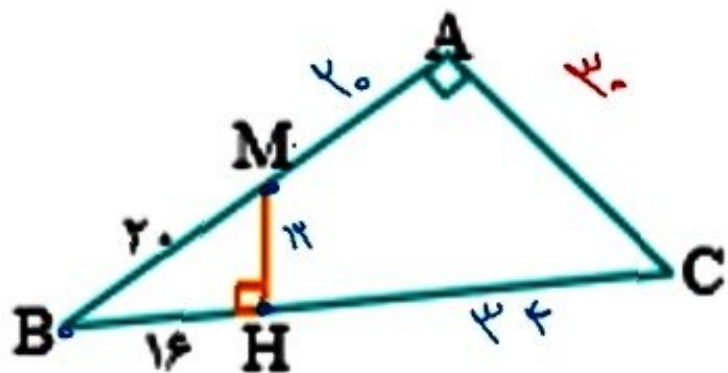


نزولی اکید  $\leftarrow (-6, 6)$

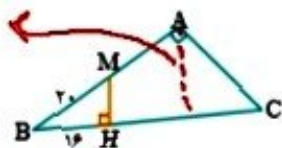
صواب  $2 - (-6) = 8$

$$\begin{aligned} AC &= 0 \\ HC &= 0 \\ MH &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB \times AC &= BC \times h \\ K \times 10 &= 20 \times h \\ h &= 5 \end{aligned}$$



۱-۲ در مثلث شکل مقابل. از نقطه M وسط ضلع AB عمود MH را بر وتر BC وارد کرده‌ایم. محیط چهارضلعی AMHC برابر فاصله رأس A از ضلع BC است؟ (BH=16, BM=5)



$$\begin{aligned} 10 \\ 5 \\ 15 \end{aligned}$$



$$AC = 0 \rightarrow AC = K$$

اعداد  $K_1, K_2, K_3$

$$MH = \sqrt{K_0 - 207} = \sqrt{144} = 12$$

$$P = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 = 97$$

$$ABC \sim MBH \Rightarrow \frac{BC}{MB} = \frac{AB}{BH} = \frac{AC}{MH} \Rightarrow \frac{BC}{5} = \frac{10}{16} \Rightarrow BC = 20$$

$$BC = 20 \rightarrow HC = BC - BH = 20 - 16 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{P}{h} = \frac{97}{5} = 19.4$$

۱۰۳- در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۲۴ و ۴۰، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق برابر ۱۵۰ واحد مربع است. مساحت این

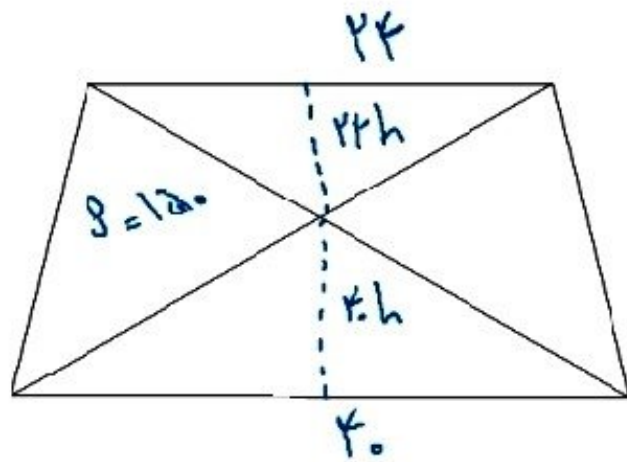
ذوزنقه کدام است؟

$$۷۲۰ (۴)$$

$$۳۶۰ (۳)$$

$$\sqrt{۶۴۰} (۲)$$

$$۳۳۰ (۱)$$



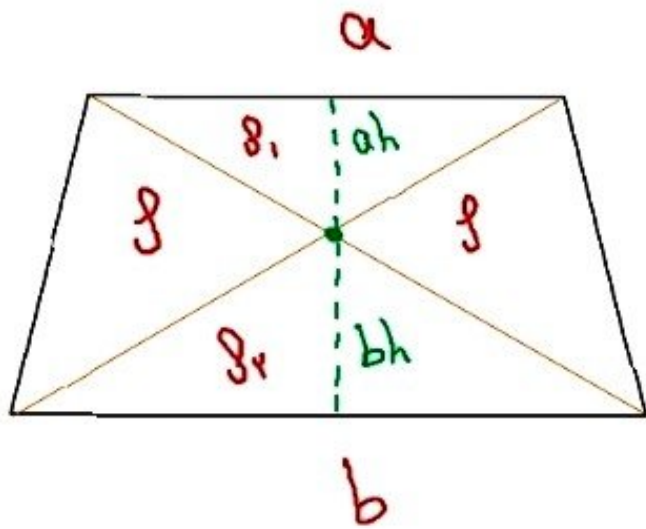
$$S = \frac{a \times b \times h}{2} \Rightarrow 150 = \frac{24 \times 40 \times h}{2}$$

$$h = \frac{150}{12}$$

$$\text{طول ارتفاع ذوزنقه} = (24 + 40)h = 74h \Rightarrow 74 \times \frac{150}{12} = 925 \rightarrow \text{ارتفاع} = 925$$

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{(40 + 24) \times 925}{2} = 27400$$





$$S_T = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S = \frac{a \times b \times h}{2}$$

۱۰۲- در متوازی الاضلاع ABCD، از رأس D خطی رسم می‌کنیم تا قطر AC را در نقطه M و امتداد ضلع AB را در نقطه N قطع

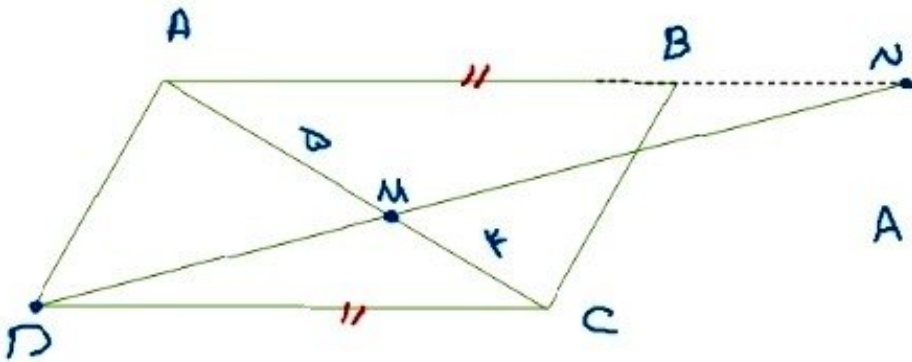
کند. اگر  $\frac{AM}{AC} = \frac{5}{9}$  باشد، آن گاه حاصل  $\frac{AN}{AB}$  کدام است؟

$$\frac{4}{3} \text{ (A)}$$

$$\frac{7}{5} \text{ (B)}$$

$$\sqrt{\frac{5}{4}} \text{ (C)}$$

$$\frac{3}{2} \text{ (D)}$$

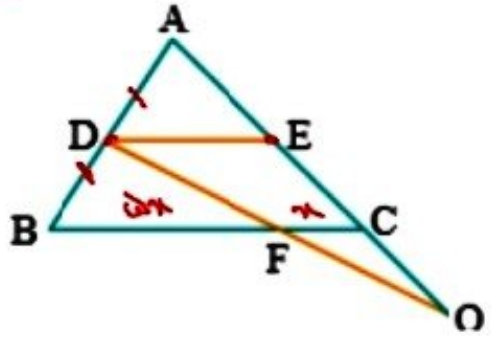


$$AMN \sim MDC \Rightarrow \frac{AN}{DC} = \frac{AM}{MC}$$

$$\frac{AM}{AC} = \frac{a}{9} \Rightarrow \begin{matrix} AM = a \\ MC = 9 - a = f \end{matrix} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{a}{f} \Rightarrow \frac{AN}{DC} = \frac{a}{f}$$

$$AB = DC \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{a}{f}$$

۱۰۵- در شکل مقابل.  $DE \parallel BC$  و  $D$  وسط ضلع  $AB$  است. اگر طول  $BF$ ،  $5$  برابر طول  $FC$  باشد. طول  $OC$  چند برابر طول  $AE$  است؟



$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{8} \Rightarrow DE = 4$$

- است؟
- ✓ . / 5 (1)
  - . / 6 (2)
  - . / 4 (3)
  - . / 7 (4)

$$FC \parallel DE \Rightarrow \frac{FC}{DE} = \frac{CO}{OE} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow \frac{OC}{OE} = \frac{1}{4}$$

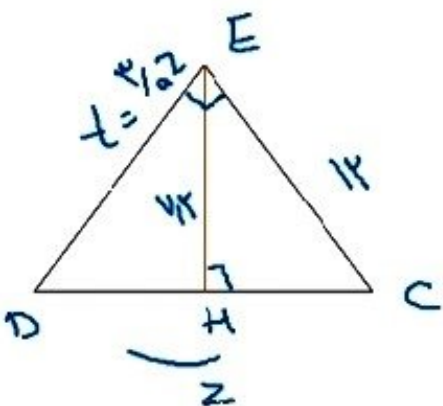
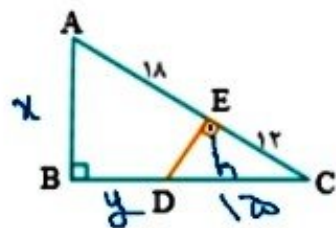
$$\frac{OC}{OE} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{OC}{OE - OC} = \frac{1}{4-1} \Rightarrow \frac{OC}{EC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OC}{EC} = \frac{1}{3}$$

$EC = AE$

$$\frac{OC}{EC} = \frac{OC}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{OC}{AE} = \frac{1}{3}$$

۱۰۶- در شکل مقابل، فاصله رأس E از ضلع BC برابر  $\frac{7}{2}$  است. اگر  $AB = x$  و  $BD = y$  باشد، حاصل  $2x + 2y$  کدام است؟

- ۷۲ (۱)
- ۴۸ (۲)
- ۵۷ (۳)
- ۶۳ (۴) ✓



$ED = t \quad DC = 2$

$\rightarrow EH \times DC = ED \times EC$

$\frac{1}{2} \times 2 = t \times 12$

$\frac{1}{2} \times 2 = t \times 12 \Rightarrow t = \frac{1}{12} \times 2$

$144 + (\frac{1}{12} \times 2)^2 = 2^2 \Rightarrow 144 = 2^2 - \frac{4}{144} \times 2^2 \Rightarrow 144 = \frac{17}{144} \times 2^2 \Rightarrow 2^2 = \frac{144 \times 144}{17} \Rightarrow 2 = \frac{144 \times 12}{17}$

$2 = 12$

$t = \frac{1}{12} \times 12 = 1$

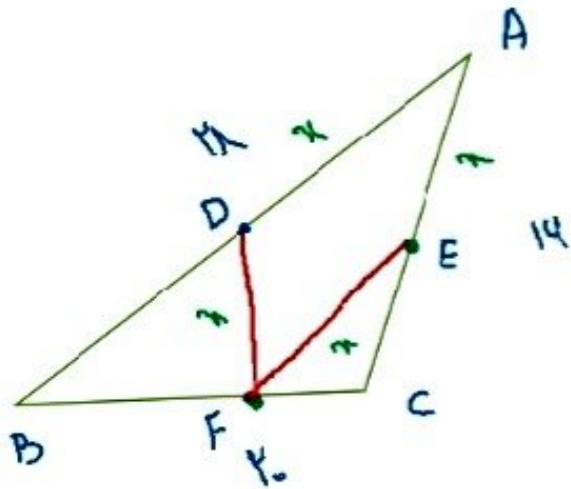
$ABC \sim DEC \rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{17}{12} = \frac{12+y}{12}$

$\frac{x}{1} = \frac{17}{12} \rightarrow x = 17$

$\frac{17}{12} = \frac{12+y}{12} = 1 + \frac{y}{12} \Rightarrow y = 9$

$\rightarrow 2x + 2y = 2(17) + 2(9) = 74$

۱۰۷- در مثلث  $\triangle ABC$  اگر  $AB=28$  و  $AC=16$  و  $BC=20$  و نقطه‌های  $D$  و  $E$  و  $F$  به ترتیب روی اضلاع  $AB$  و  $AC$  و  $BC$  به گونه‌ای قرار دارند که چهارضلعی  $ADFE$  لوزی است. اندازه  $FC$  کدام است؟ زنون وی ای بی



$$\frac{16}{11} \sqrt{\quad} \quad \frac{16}{9} \sqrt{\quad} \quad \frac{60}{11} \sqrt{\quad} \quad \frac{60}{9} \sqrt{\quad}$$

$$FE \parallel AB \Rightarrow \frac{FE}{AB} = \frac{CE}{AC} = \frac{FC}{BC}$$

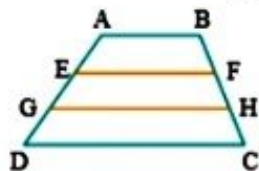
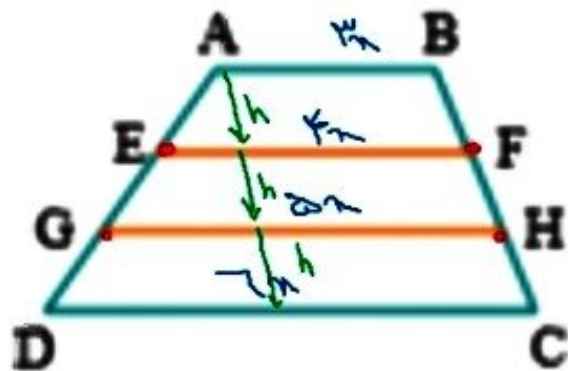
$$\frac{x}{28} = \frac{16-x}{16} = \frac{FC}{20}$$

$$\frac{x}{28} = \frac{16-x}{16} \Rightarrow 16x = 28(16-x) \Rightarrow 16x = 448 - 28x \Rightarrow 44x = 448 \Rightarrow x = \frac{112}{11}$$

$$\frac{x}{28} = \frac{FC}{20} \Rightarrow \frac{112}{28} = \frac{FC}{20} \Rightarrow FC = \frac{112 \times 20}{28} = \frac{112 \times 4}{7} = 16 \times 4 = 64$$

۱۰۸- در شکل مقابل، پارخطهای EF و GH به موازات قاعده‌های دوزنقه رسم شده‌اند و ساق‌های دوزنقه را به سه قسمت مساوی

تقسیم می‌کنند. اگر  $GH = \frac{2}{3}EF$  باشد، آن‌گاه مساحت دوزنقه ABCD چند برابر مساحت دوزنقه ABFE است؟



$$\frac{2x}{x} \checkmark$$

$$\frac{2x}{x} \text{ (1)}$$

$$\frac{2x}{x} \text{ (2)}$$

$$\frac{GH}{EF} = \frac{2}{3}$$

$$GH = 2x$$

$$EF = 3x$$

$$EF = \frac{AB + GH}{2} \Rightarrow 3x = \frac{2x + AB}{2} \Rightarrow 6x = 2x + AB \Rightarrow AB = 4x$$

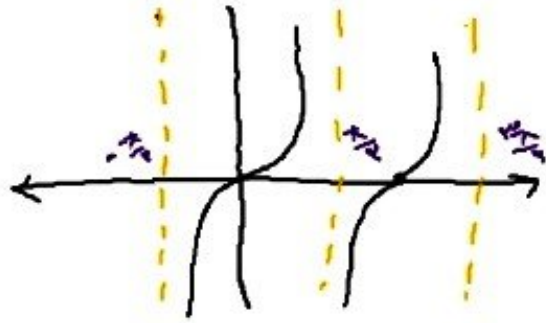
$$GH = \frac{EF + DC}{2} \Rightarrow 2x = \frac{3x + DC}{2} \Rightarrow 4x = 3x + DC \Rightarrow DC = x$$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABFE}} = \frac{(x + 4x) \times h \times \frac{1}{2}}{(3x + 4x) \times h \times \frac{1}{2}} = \frac{5x \times h}{7x \times h} = \frac{5}{7}$$

۱۰۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) مقدار ماکزیمم مطلق یا مینیمم مطلق تابع  $f$  در صورت وجود، منحصر به فرد است. ✓  
 (۲) اگر تابع  $f$  در بازه  $(a, b)$  پیوسته باشد، قطعاً در این بازه ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق دارد. ✗  
 (۳) هر نقطه اکسترمم مطلق تابع  $f$  قطعاً یک نقطه بحرانی تابع  $f$  است.  
 (۴) اگر تابعی در بازه  $[a, b]$  تعریف شده باشد، آن گاه نقاط  $x = b, x = a$  قطعاً نقاط بحرانی تابع  $f$  محسوب می شوند. ✓

۲)  $\Rightarrow \tan x$



$(-\pi/4, \pi/4)$   
 $(\pi/4, 3\pi/4)$

$\Rightarrow$

Max مطلق  
 Min مطلق ندارد

(۳) درست.

(۴)  $f'(a) = x$   $f'(a) = \sqrt{x}$  ← مشتق ندارد

$f'(b) = \sqrt{x}$   $f'(b) = x$  ← مشتق ندارد.

۱۱- اگر  $f(x) = \frac{2^x \times \sqrt{x} - 2^{x+1}}{x-4}$  باشد، حاصل  $f'(8)$  کدام است؟

$\frac{22}{3}$  (۱)

۲۲ (۲)

۱۶ (۳)

$\frac{16}{3}$  (۴) ✓

$$f(x) = \frac{2^x \times \sqrt{x} - 2 \times 2^x}{x-4} = \frac{2^x (\sqrt{x} - 2)}{x-4} \Rightarrow$$

عامل مشترک

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{2^x}{x-4} = \frac{1}{\sqrt{x} \times 4} \times \frac{1}{4} \times 2^1 = \frac{2^1}{4 \times 4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



۱۱۱- خط  $y = 2x + k$  بر منحنی تابع  $f(x) = x^2 - 2x + 2k - 1$  مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع  $f$  در نقطه  $x = -2$

کدام است؟

۱) ۵

۲) ۲

۳) ۵

۴) ۴

$$y = kx + k \rightarrow m = 2$$

تقاطع بر خود  $\left. \begin{aligned} f'(x) &= 2x - 2 \\ f(x) &= x^2 - 2x + 2k - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 2 = 2 \rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$

$$\begin{cases} f'(x) = m \\ f(x) = y(x) \end{cases}$$

$$f(2) = y(2) \Rightarrow 4 - 4 + 2k - 1 = 4 + k \Rightarrow k = 5$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 9 \Rightarrow f'(x) = 2x - 2 \xrightarrow{x=-2} -4 - 2 = -6 \quad \left. \begin{aligned} f'(x) &= -4 \\ f(x) &= 17 \end{aligned} \right\}$$

$$f(-2) = 4 + 4 + 9 = 17 \rightarrow (-2, 17)$$

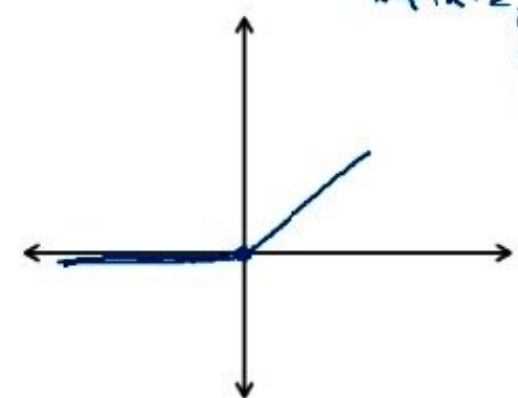
$$y - 17 = -4(x + 2) \Rightarrow y = -4x - 8 + 17 \Rightarrow y = -4x + 9$$

عرض از مبدأ  $\leftarrow x = 0 \rightarrow y = 9$

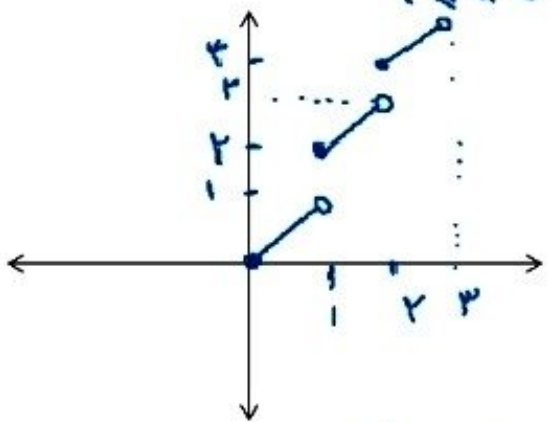
۱۱۲- در کدام یک از توابع زیر، هر نقطه بحرانی تابع، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع است؟

$f(x) = x^2 + x^4$  (۴)     
  $f(x) = \sqrt{x+2}$  (۳)     
  $f(x) = x + |x|$  (۲)     
  $f(x) = x + [x]$  (۱)

$$x + |x| = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

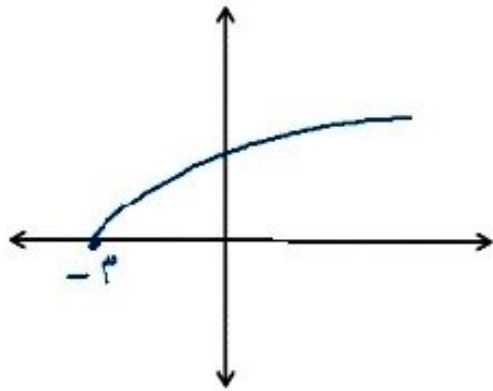


$$\begin{aligned} 0 \leq x < 1 &\rightarrow x + 0 \\ 1 \leq x < 2 &\rightarrow x + 1 \\ 2 \leq x < 3 &\rightarrow x + 2 \end{aligned}$$



تابع فقط اکسترمم ندارد.

(۱)



$$g = \sqrt{\lambda + 3} \quad \Rightarrow \quad \text{مسئله نوار}$$

$$\lambda^4 + \lambda^4 \Rightarrow \lambda^2 + \epsilon \lambda^4$$

$$\lambda^2(\lambda^2 + \epsilon \lambda^2) = 0 \quad \begin{cases} \rightarrow \lambda = 0 \\ \rightarrow \lambda = -\frac{\epsilon}{2} \end{cases}$$

|      |                       |   |   |
|------|-----------------------|---|---|
|      | $-\frac{\epsilon}{2}$ | 0 |   |
| $g'$ | -                     | + | + |
| $g$  | ↘                     | ↗ | ↗ |

در این تابع نقطه بحرانی است و استوخم نیست.

۱۱۳- به ازای کدام مقدار  $k$  بیشترین و کمترین مقدار تابع  $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 12x^2 + k$  در بازه  $[-2, 2]$  قرینه یکدیگرند؟

۱۶(۴)

۲(۲)

۲۲(۲)

✓ (۱) صفر

$$f'(x) = 12x^2 - 8x - 24 = 0$$

$$12x(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow 12x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$f(-2) = 48 - 16 - 24 + k \Rightarrow f(-2) = 8 + k$$

$$f(-1) = 3 - 4 - 12 + k \Rightarrow f(-1) = -13 + k$$

$$f(0) = k$$

$$f(1) = 3 - 4 - 12 + k \Rightarrow f(1) = -13 + k$$

$$f(2) = 24 - 16 - 24 + k \Rightarrow f(2) = -16 + k$$

$$f(3) = 27 - 12 - 12 + k \Rightarrow f(3) = 3 + k$$

$$\min = -13 + k$$

$$\Rightarrow \max = 3 + k$$

$$-13 + k = -(3 + k)$$

$$-13 + k = -3 - k$$

$$2k = 10 \Rightarrow k = 5$$

۱۱۴- توابع  $g(x) = x^3 - x$  و  $f'(x) = 3x^2 - 66x + 120$  مفروضند. وضعیت یکنوایی تابع fog در چند نقطه تغییر می کند؟

۵ (۴ ✓)

۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

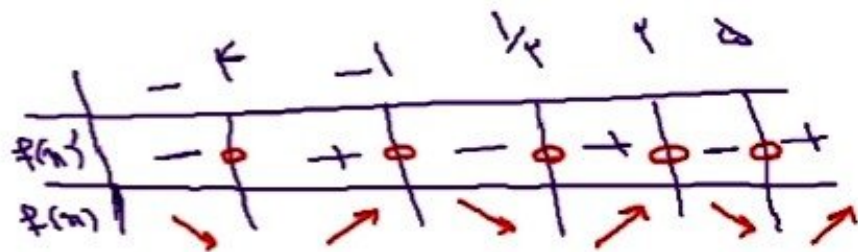
ف.و.گ مشتق  $g'(x) \times f'(g(x)) = (3x-1) \times (3(x^3-x)^2 - 44(x^3-x) + 120) = 0$

$3x-1=0 \rightarrow x=1/3$

$3(x^3-x)^2 - 44(x^3-x) + 120 = 0 \xrightarrow{x^3-x=t} 3t^2 - 44t + 120 = 0$   
 $(t-20)(t-6) = 0$   
 $t=20 \quad t=6$

$x^3-x=20 \rightarrow x^3-x-20=0 \rightarrow (x-5)(x+4)=0$   
 $\begin{cases} x=5 \\ x=-4 \end{cases}$

$x^3-x=6 \rightarrow x^3-x-6=0$   
 $\begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}$



در نقطه  $-4$ ،  $-1$ ،  $1/3$ ،  $2$  و  $5$  در  $5$  وضعیت یکنوازی تغییر می کند.

۱۱۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد تابع  $f(x) = |x+1| + |x-4|$  نادرست هستند؟

الف: دارای بی‌شمار نقطه بحرانی است. ✓

ب: تابع فاقد ماکزیمم مطلق است. ✓

پ: تابع در ۶ نقطه با طول صحیح دارای مینیمم مطلق است. ✓  
 ۳ د ۳ + ۲ واره ۱ - ←  $\mathbb{Z}$  عدد (دارای مینیمم مطلق)

ت: مقدار مینیمم مطلق تابع برابر ۵ است. ✓

۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (ص)

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 4 & 5 \\ \hline 0 & \checkmark & \checkmark & \checkmark & \checkmark \end{array}$$

