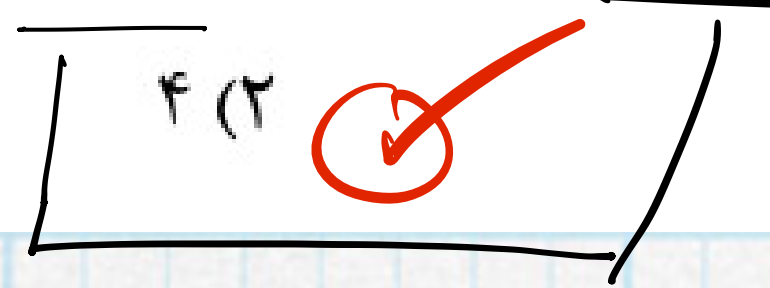


پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱- خط $y = 2x - 3$ بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطه‌ای به طول ۴ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2x) - 5}{x - 2}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸



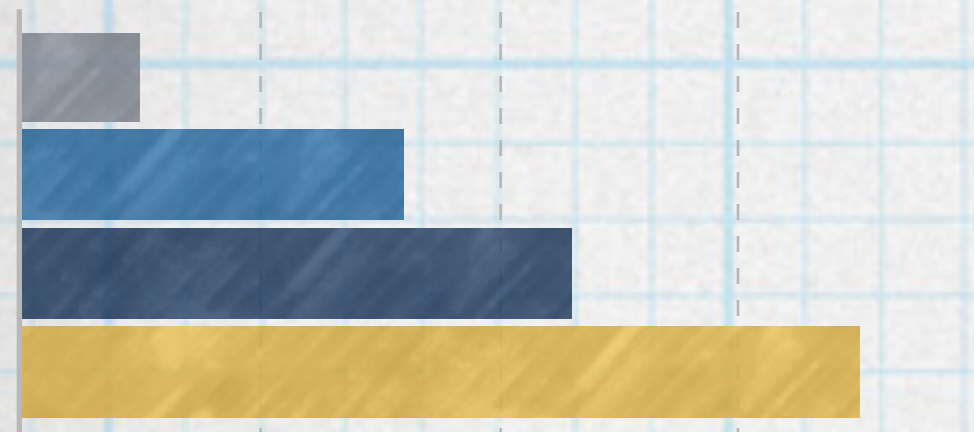
$$f(u) \rightarrow u' f'(u)$$

$$f(4) = 2(4) - 3 = 5$$

$$f'(4) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2x) - 5}{x - 2} = \frac{f(4) - 5}{2 - 2} = \frac{0}{0}$$

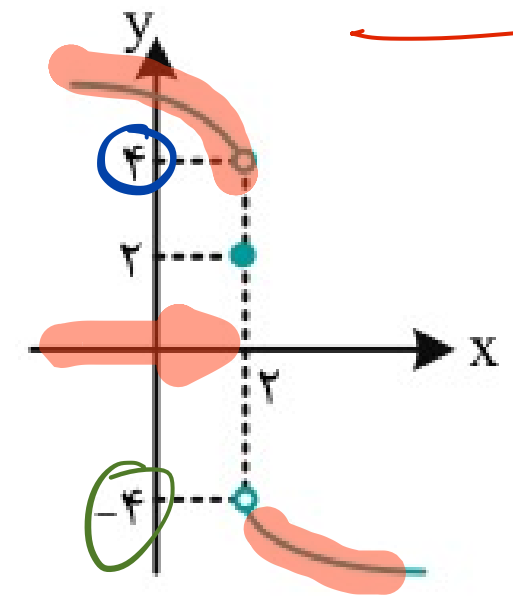
$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 f'(2x)}{1} = 2 f'(4) = \underline{\underline{4}}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۲- نمودار تابع $y=f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. مشتق تابع $g(x)=(x^3-2x^2)|f(x)|$ در نقطه $x=2$ کدام است؟



$$g(2) = 0$$

(۱) وجود ندارد.

(۲) ۸

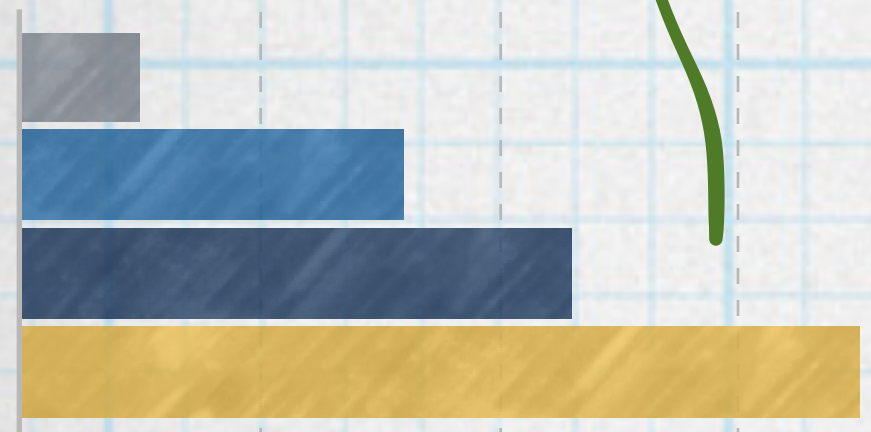
(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = g'(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x-2)|f(x)|}{x-2} = 4 \lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 \lim_{x \rightarrow 2^+} |f(x)| = 4|-4| = 16 \\ 4 \lim_{x \rightarrow 2^-} |f(x)| = 4|4| = 16 \end{array} \right.$$



پویا کلانتری پور

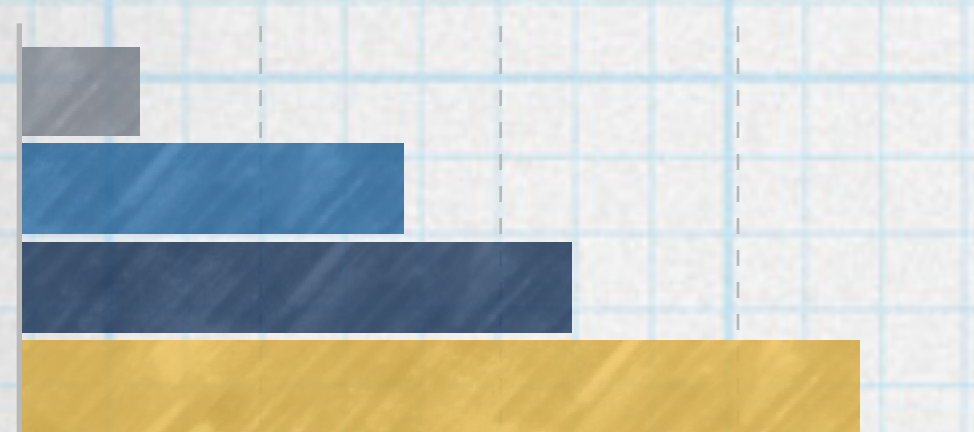
تحلیل گر ریاضیات کنکور

۳- فرض کنید f و g توابعی مشتق پذیر روی \mathbb{R} و $f(2) = g(2) = 2$ باشد. اگر $(f+g)'(2) = 4$ و $(\frac{f}{g})'(2) = 6$ باشد، مقدار $(f \times g)'(2)$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

$$(f \times g)'(2) = f'(2)g(2) + g'(2)f(2) = 2(f'(2) + g'(2))$$

$$2 \underbrace{(f+g)'(2)}_4 = 2 \times 4 = 8$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۴- اگر $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt[3]{x} - k)$ و $f'(1) = k$ باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{5}{9} \text{ (4)}$$

$$\frac{7}{9} \text{ (3)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ (2)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (1)}$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} (x^{\frac{1}{3}} - k) = x^{\frac{5}{6}} - kx^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{5}{6}} - k\sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}} - k \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = \frac{5}{6}(1) - \frac{k}{2\sqrt{1}} = \frac{5}{6} - \frac{k}{2} = k$$

$$\frac{5}{6} = \frac{3k}{2} \rightarrow k = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$f(2) = 0 - \frac{3}{2} |0| = 0$$

۵- اختلاف مشتق چپ و مشتق راست تابع $f(x) = (x^3 - 8)[x] - \frac{3}{2}|x^2 - 4|$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

صفر (۴) ✓

۴ (۳)

۲ (۲) +

۱ (۱)

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x^3 - 8)[x] - \frac{3}{2}|x^2 - 4|}{x - 2} \quad | \quad \underline{f'_+(2) = 18}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x^3 - 8) - \frac{3}{2}(x^2 - 4)}{x - 2} = \frac{0}{0} \text{ HoP} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(3x^2) - \frac{3}{2}(2x)}{1} = \frac{24 - 6}{1} = 18$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x^3 - 8)[x] - \frac{3}{2}|x^2 - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x^3 - 8) + \frac{3}{2}(x^2 - 4)}{x - 2}$$

$$\frac{0}{0} \text{ HoP} \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 + 3x}{1} = 3 \times 4 + 3 \times 2 = 18 = f'_-(2)$$

$f'_-(2) = f'_+(2)$ اختلاف \rightarrow

0

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۶- اگر تابع $f(x) = a[x]x^2 + bx[2x] - [4x]$ در نقطه $x=2$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} (4)$$

$$4$$

$$8$$

$$\frac{4}{3} (3)$$

$$\frac{3}{2} (2)$$

$$\frac{3}{4} (1) \checkmark$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} a \lfloor x \rfloor x^2 + b x \lfloor 2x \rfloor - \lfloor 4x \rfloor = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2ax^2 + 4bx - 8 = 8a + 8b - 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ax^2 + 3bx - 7 = 4a + 6b - 7 = 8a + 8b - 8$$
$$\rightarrow 4a + 2b = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} f_+'(2) = 4ax + 4b \Big|_{x=2} \quad 8a + 4b \\ f_-'(2) = 2ax + 3b \Big|_{x=2} \quad 4a + 3b \end{array} \right\} \begin{array}{l} f_+'(2) = f_-'(2) \\ 8a + 4b = 4a + 3b \\ \rightarrow b = -4a \end{array}$$

$$4a + 2(-4a) = 1$$

$$\rightarrow -4a = 1 \rightarrow a = -\frac{1}{4} \rightarrow b = +1$$

$$a + b = \frac{3}{4}$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

نقطه مشتق ناپذیری ندارد

-۷ تابع $f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt[3]{x^2 + |x-1|}}$ در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟
۱(۱) ۲(۲) ۳(۳)

$$\sqrt[3]{x^2} \geq 0$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$|x-1| \geq 0$$

$$\sqrt[3]{x^2 + |x-1|} \geq 0$$

$$\rightarrow \sqrt[3]{x^2 + |x-1|} > 0$$

$$f(0) = 0$$

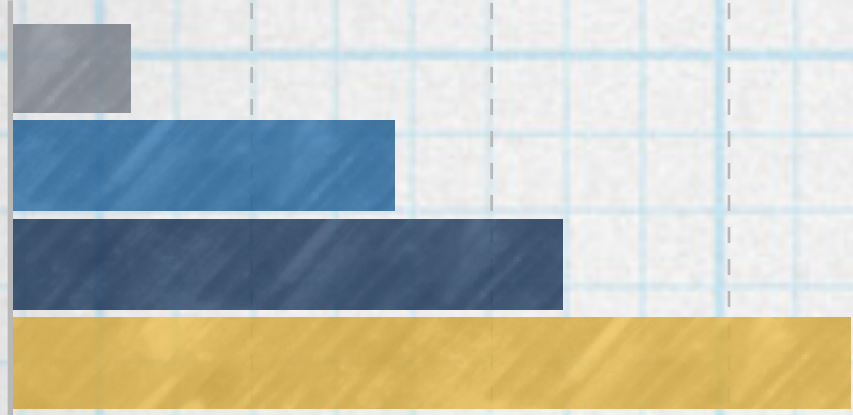
$$f'(0) = \frac{2x-1}{\sqrt[3]{x^2 + |x-1|}} \Big|_{x=0} = -1$$

$$f'(0) = -1$$

$$f(1) = 0$$

$$f'(1) = \frac{2x-1}{\sqrt[3]{x^2 + |x-1|}} \Big|_{x=1} = 1$$

$$f'(1) = 1$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$(f \circ g)' = g' \cdot f' \circ g$$

36
36
216
1080
1296

۸- اگر $f(x) = \sqrt[3]{\sqrt{x^2+5} + 3x - 1}$ باشد، مقدار مشتق تابع $y = f \circ f(x)$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{49}{576}$
- (۲) $\frac{121}{576}$
- (۳) $\frac{49}{1296}$
- (۴) $\frac{121}{1296}$

$$(f \circ f)'(2) = f'(2) \cdot f'(f(2))$$

$$\sqrt[m]{u^n} \rightarrow \frac{nu'}{m\sqrt[m]{u^{m-n}}}$$

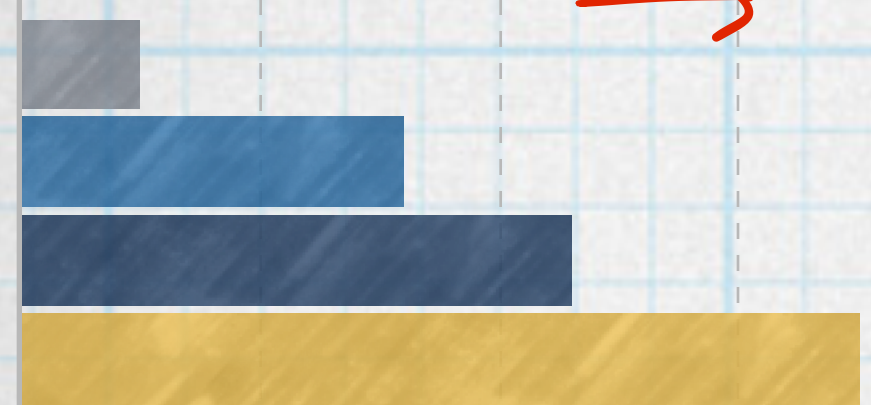
$$f(2) = \sqrt[3]{\sqrt{4+5} + 6 - 1} = \sqrt[3]{3+6-1} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$f'(2) \cdot f'(2) = (f'(2))^2$$

$$f'(x) = \frac{\frac{2x}{\sqrt{x^2+5}} + 3}{3 \cdot f(x)^2}$$

$$f'(2) = \frac{\frac{2}{\sqrt{4+5}} + 3}{3 \cdot f(2)^2} = \frac{\frac{2}{3} + 3}{3(4)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{11}{36}\right)^2 = \frac{121}{1296} = \frac{\frac{11}{36}}{2} = \frac{11}{72}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$f'(x) = \frac{-8}{x^3}$$

۹- در شکل مقابل، دو خط d_1 و d_2 بر هم عمودند و هر دو بر نمودار تابع $f(x) = \frac{4}{x^2}$ مماس اند. طول نقطه A کدام است؟

$f'(x) = \frac{-8}{x^3}$
 $f'(\alpha) = \frac{-8}{\alpha^3}$
 $f'(\beta) = \frac{-8}{\beta^3}$

$\frac{1}{\alpha}$
 $\frac{1}{\beta}$
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (marked with a checkmark)
 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$d_2 : y = \frac{-8}{\alpha^3}x + 2$$

$$d_1 : y = \frac{-8}{\beta^3}x + b$$

$$\left(\frac{-8}{\alpha^3}\right)\left(\frac{-8}{\beta^3}\right) = -1$$

$$64 = -\alpha^3\beta^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} 4 = -\alpha\beta$$

$$\rightarrow \alpha\beta = -4 \rightarrow \alpha^2\beta^2 = 16$$

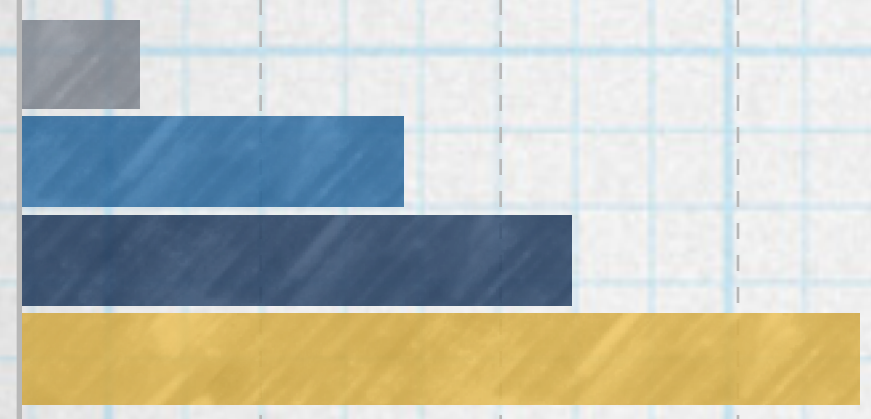
$$\frac{y_A - y_B}{\beta - \alpha} = \frac{\frac{4}{\beta^2} - \frac{4}{\alpha^2}}{\beta - \alpha} = \frac{4(\alpha^2 - \beta^2)}{(\beta - \alpha)(16)} = \frac{\cancel{(\alpha - \beta)}(\alpha + \beta)}{4(\cancel{\beta - \alpha})} = \frac{\alpha + \beta}{-4}$$

$$\frac{-8}{\alpha^3} = \frac{-8}{\left(\frac{-4}{\beta}\right)^3} = \frac{-8}{\frac{-64}{\beta^3}} = \frac{\beta^3}{8}$$

$$\frac{\beta^3}{8} = \frac{\alpha + \beta}{-4}$$

$$\beta^3 = -2\alpha - 2\beta = \frac{8}{\beta} - 2\beta \rightarrow \beta^4 = 8 - 2\beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^4 + 2\beta^2 - 8 = 0 \quad 4 + 4 - 8 = 0 \checkmark$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۰- فرض کنید به ازای هر مقدار x تساوی $g(2x+1) = f\left(\frac{4}{x^2+1}\right)$ برقرار است. اگر $f'(2) = f''(2) = 4$ باشد، مقدار $g''(3)$ کدام

است؟

۱۸(۴)

۱۲(۳)

۹(۲)

۶(۱)



$$2g'(2x+1) = \frac{-8x}{(x^2+1)^2} f'\left(\frac{4}{x^2+1}\right)$$

$$\rightarrow 4g''(2x+1) = \frac{-8(x^2+1)^2 + 32x(x^2+1)}{(x^2+1)^4} f'\left(\frac{4}{x^2+1}\right) + \left(\frac{-8x}{(x^2+1)^2}\right)^2 f''\left(\frac{4}{x^2+1}\right)$$

$$g''(3) \rightarrow x=1 \rightarrow 4g''(3) = \frac{-8(4) + 32(2)}{16} f'(2) + 4 f''(2)$$

$$4g''(3) = 2(4) + 4(4) = 24$$

$$\Rightarrow g''(3) = \frac{24}{4} = +6$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۱- کمترین فاصله نقطه رأس $y = x^2 + 2mx - m$ از رأس سهمی $y = -x^2 - 2mx + 1$ کدام است؟

$\frac{7}{8}$ (۴) ✓ $\frac{6}{8}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{4}{8}$ (۱)

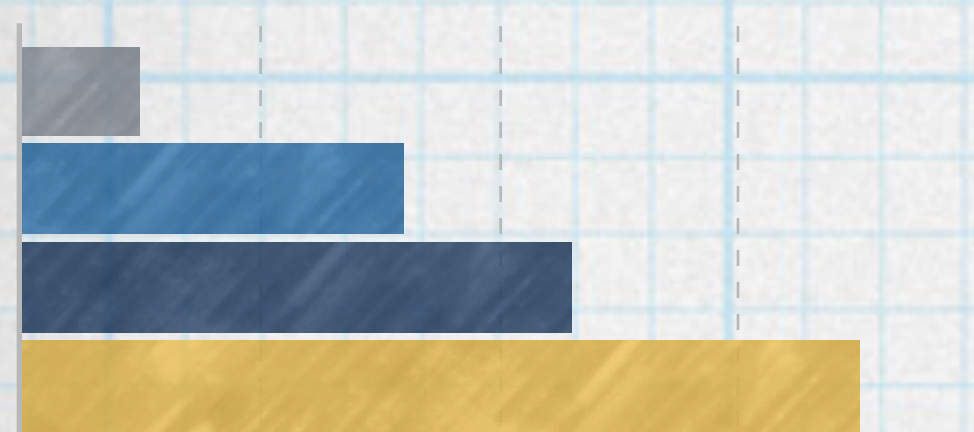
$y = |u|$
 $|u'| = 0$

$S \begin{cases} -m \\ 1+m^2 \end{cases}$ $S' \begin{cases} -m \\ -m-m^2 \end{cases}$

$$SS' = \sqrt{(-m - (-m))^2 + (1+m^2 - (-m-m^2))^2} = \sqrt{0 + (2m^2+m+1)^2}$$

$$SS' = |2m^2+m+1| \rightarrow (SS')' = 4m+1=0 \rightarrow m = -\frac{1}{4}$$

$$SS'_{\min} = \left| \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 1 \right| = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۲- اگر α جواب مشترک معادلات $x^2 + x - m = 0$ و $x^3 + x^2 + mx - 24 = 0$ باشد، مقدار $m + \alpha$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

$$\alpha^2 + \alpha = m$$

$$\alpha + m = 8$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 + m\alpha - 24 = 0$$

$$\alpha(\alpha^2 + \alpha) + m\alpha - 24 = 0$$

$$\rightarrow \alpha(m) + m\alpha = 24$$

$$2\alpha m = 24$$

$$\rightarrow \alpha m = 12$$

$$m = 6$$

$$\alpha^2 + \alpha = m \xrightarrow{\times \alpha}$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 = m\alpha = 12$$

$$\alpha^3 + \alpha^2 - 12 = 0 = (\alpha - 2)(\alpha^2 + 3\alpha + 6) = 0$$

$$\alpha = 2$$

$$\Delta < 0$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۳- اگر α و β جواب های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ باشند، جواب های کدام معادله $\alpha + \frac{1}{1-\beta}$ و $\beta + \frac{1}{1-\alpha}$ است؟

~~$2x^2 + 3x - 15 = 0$ (۴)~~

~~$2x^2 - 3x - 15 = 0$ (۳)~~

~~$3x^2 - 2x - 17 = 0$ (۲)~~

~~$x^2 + 2x - 17 = 0$ (۱)~~

$\frac{-2}{3}$

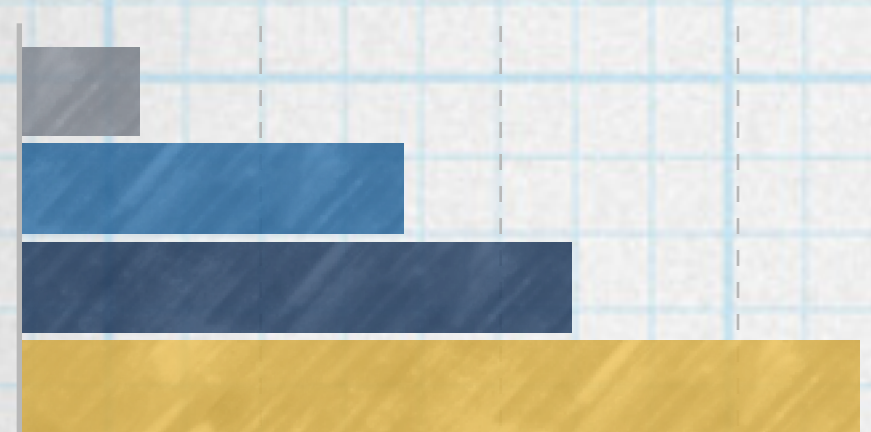
$\alpha^2 - \alpha - 3 = 0 \xrightarrow{\text{2/3}} \alpha^2 - \alpha = 3 \xrightarrow{\text{3/2}} \alpha(\alpha - 1) = 3$

$\alpha - 1 = \frac{3}{\alpha} \rightarrow 1 - \alpha = \frac{-3}{\alpha} \rightarrow \frac{1}{1-\alpha} = \frac{-\alpha}{3} \text{ و } \frac{1}{1-\beta} = \frac{-\beta}{3}$

$\beta - \frac{\alpha}{3}$ و $\alpha - \frac{\beta}{3}$

$S' = \alpha + \beta - \frac{\alpha}{3} - \frac{\beta}{3} = \alpha + \beta - \frac{\alpha + \beta}{3} = 5 - \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

$S = \alpha + \beta = \frac{-(-1)}{1} = 1 \rightarrow S' = \frac{10}{3}$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$\alpha + \beta = S = +1$$

۱۴- اگر α و β جواب های حقیقی معادله $x^2 - x + m = 0$ و $2\alpha^3 + \beta^4 + \beta = 26$ باشد، مقدار m کدام است؟

-۴ (۴)

-۳ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

$$x^2 - x + m = 0 \rightarrow x^2 = x - m$$

$$\rightarrow x^3 = \underbrace{x^2 - m}_x = x - m - m x = \underline{(1-m)x - m}$$

$$\rightarrow x^4 = (1-m) \underbrace{x^2 - m}_x = (1-m)(x-m) - m x = \underline{(1-2m)x + m^2 - m}$$

$$\alpha^3 = (1-m)\alpha - m \rightarrow 2\alpha^3 = 2(1-m)\alpha - 2m$$

$$\beta^4 = (1-2m)\beta + m^2 - m$$

$$2\alpha^3 + \beta^4 + \beta = 2(1-m)\alpha - 2m + 2(1-m)\beta + m^2 - m$$

$$2(1-m) \underbrace{[\alpha + \beta]}_1 + m^2 - 3m = 2 - 2m + m^2 - 3m$$
$$= m^2 - 5m + 2 = 26$$

$$\rightarrow m^2 - 5m - 24 = 0 \rightarrow m = 8, m = -3$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۵- مجموعه جواب های نامعادله $|2x - a| > 3$ به صورت $(-\infty, b) \cup (2b, +\infty)$ است. مقدار ab کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

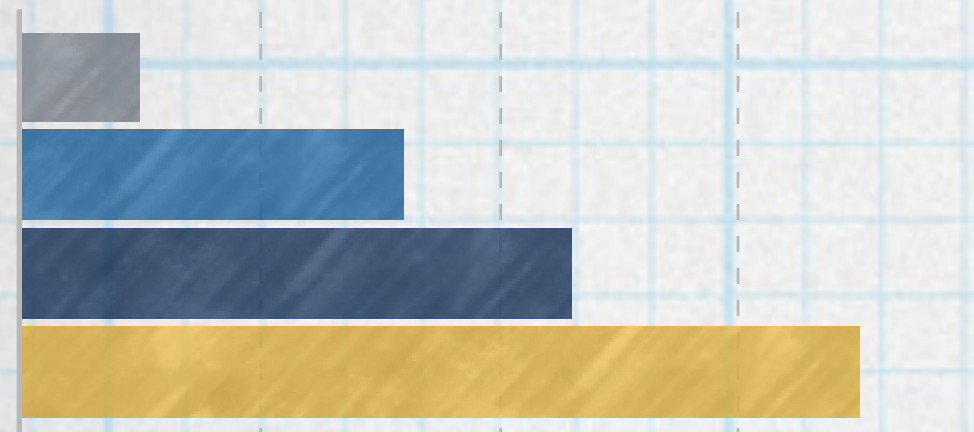
۱۲ (۱)



$$\left\{ \begin{array}{l} 2x - a > 3 \rightarrow x > \frac{a+3}{2} \\ 2x - a < -3 \rightarrow x < \frac{a-3}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (-\infty, \frac{a-3}{2}) \cup (\frac{a+3}{2}, +\infty) \\ (-\infty, b) \cup (2b, +\infty) \end{array}$$

$$\textcircled{b} \frac{a-3}{2} = \frac{9-3}{2} = 3 \Rightarrow \frac{a-3}{2} = \frac{a+3}{4 \times 2}$$
$$2b = \frac{a+3}{2} \rightarrow \textcircled{b} = \frac{a+3}{4}$$

$$2a - 6 = a + 3 \rightarrow a = 9$$
$$b = 3$$
$$ab = 27$$



پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

$$|u| = |a| \quad u = \pm a$$

۱۶- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 + ax + 5| \leq |ax - 1|$ برابر $\{b\}$ است. مقدار $a - b$ کدام است؟

- ± 4 (۴) ✓ ± 3 (۳) ± 2 (۲) ± 1 (۱)

$$|x^2 + ax + 5| = |ax - 1|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + ax + 5 = ax - 1 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow x = \pm\sqrt{6} \quad \alpha \\ x^2 + ax + 5 = 1 - ax \end{array} \right.$$

$$x^2 + ax + 5 = 1 - ax \rightarrow x^2 + 2ax + 4 = 0 \quad \Delta = 0$$

$$(2a)^2 - 4(1)(4) = 4a^2 - 16 = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{2a}{2} = a$$

$$a^2 = 4 \rightarrow a = +2 \rightarrow b = -2 \rightarrow a - b = 4$$

$$a = -2 \rightarrow b = +2 \rightarrow a - b = -4$$

$$a - b = \pm 4$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۷ - معادله $|x^2 - 4| |x^2 - 3x + 2| - 1 = k$ حداکثر چند جواب دارد؟

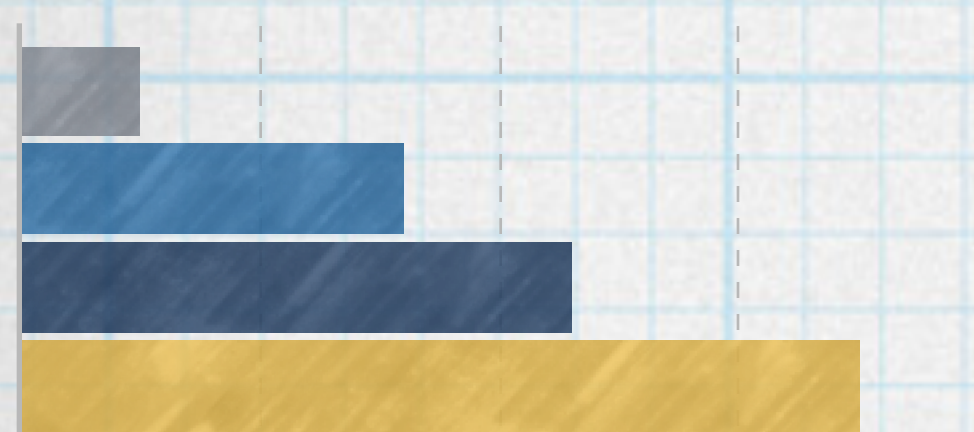
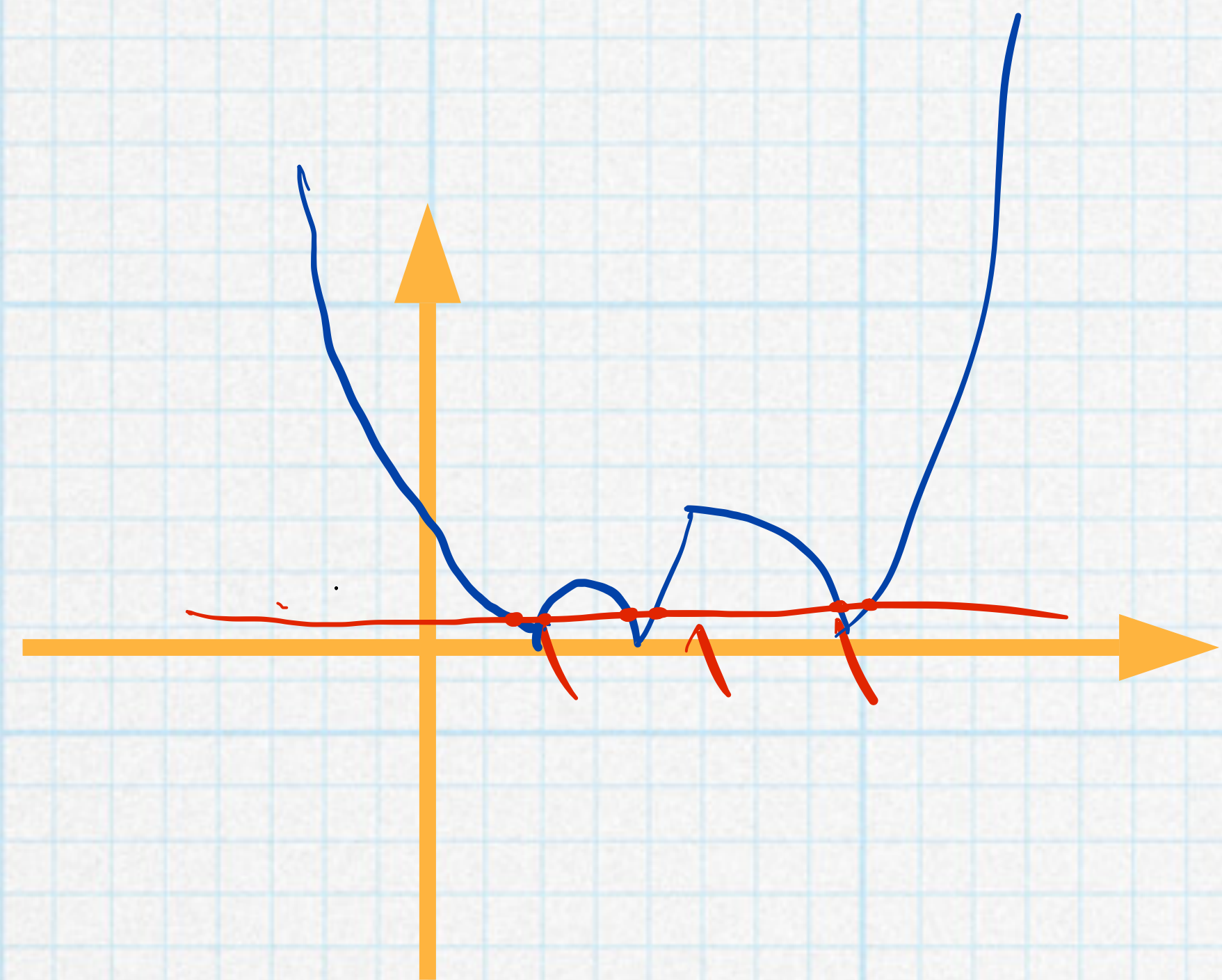
۸ (۴) ۶ (۳) ✓ ۵ (۲) ۴ (۱)

$$y = |x^2 - 4| |x - 1| |x - 2| - 1$$

$x \geq 2$
 $x \leq 1$

$$\rightarrow y = 3 |x - 1| |x - 3|$$

$$1 < x < 2 \rightarrow y = |x - 1| |5x - 7|$$



۱۸- مجموع جوابهای معادله $\sqrt{1+x} = 1 + \sqrt[3]{x}$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)



$$\sqrt[3]{x} = t$$

$$x = t^3$$

$$\rightarrow \sqrt{1+t^3} = 1+t$$

$$\sqrt{(1+t)(t^2+1-t)} = 1+t \rightarrow \sqrt{1+t} = 0 \Rightarrow t = -1$$

$$\rightarrow \sqrt{t^2-t+1} = \sqrt{1+t} \rightarrow x = -1$$

$$\rightarrow t^2 - t + 1 = 1 + t$$

$$\rightarrow t^2 - 2t = 0$$

$$t = 0 \rightarrow x = 0$$

$$t = 2 \rightarrow x = 8$$

پویا کلانتری پور

تحلیل گر ریاضیات کنکور

۱۹- جواب معادله $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{1}{(x-1)^2}$ که در بازه (۱,۲) قرار دارد، کدام است؟

$\frac{1+\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}$ (۴)
 $\frac{1+\sqrt{2+2\sqrt{3}}}{2}$ (۳)
 $\frac{1+\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{2}$ (۲)
 $\frac{1+\sqrt{3+2\sqrt{3}}}{2}$ (۱) ✓

$$\frac{1}{x^3} - \frac{1}{(x-1)^3} = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$t = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$t = x^2 - x$$

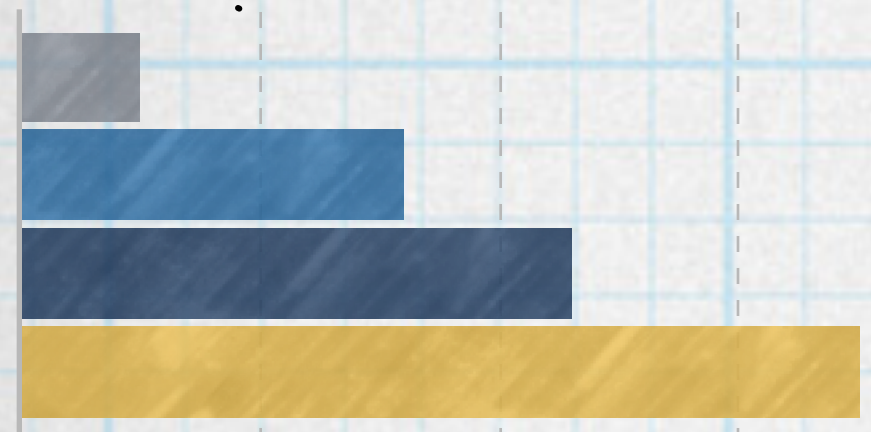
$$x = \frac{1 + \sqrt{3+2\sqrt{3}}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{3-1}}{2}$$

$$x^2 - x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \rightarrow 2x^2 - 2x - 1 - \sqrt{3} = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{3+2\sqrt{3}}}{2}$$

$$x^2 - x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \rightarrow 2x^2 - 2x - 1 + \sqrt{3} = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{3-1}}{2}$$

$$\Delta = 4 + 8(-1 + \sqrt{3}) = -4 + 8\sqrt{3}$$



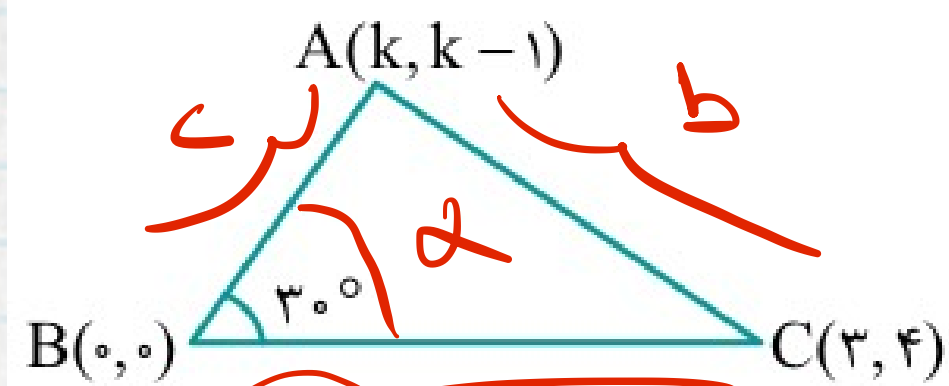
۲۰- در شکل مقابل، مقدار k کدام است؟

$37 \pm 25\sqrt{3}$ (۱) ✓

$35 \pm 15\sqrt{3}$ (۲)

$37 \pm 15\sqrt{3}$ (۳)

$35 \pm 25\sqrt{3}$ (۴)



پویا کلانتری پور
 16
 14
 تحلیل گر ریاضیات کنکور
 160
 40
 24

$37^2 = 200 + 49 = 420$

$1369 + 506$

1875

625×3

$5^4 \times 3$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - \sqrt{3}ac$

$a = BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$c = AB = \sqrt{k^2 + (k-1)^2} = \sqrt{2k^2 - 2k + 1}$

$b = AC = \sqrt{(k-3)^2 + (k-5)^2} = \sqrt{2k^2 - 16k + 34}$

$2k^2 - 16k + 34 = 25 + 2k^2 - 2k + 1 - 5\sqrt{3}c$
 $-14k + 8 = -5\sqrt{3}c$
 $\rightarrow 14k - 8 = 5\sqrt{3}c$

$196k^2 + 64 - 224k = 75(2k^2 - 2k + 1) = 150k^2 - 150k + 75$

$\rightarrow 46k^2 - 74k - 11 = 0 \rightarrow k = \frac{37 \pm 25\sqrt{3}}{46}$

$\rightarrow 46k = 37 \pm 25\sqrt{3}$