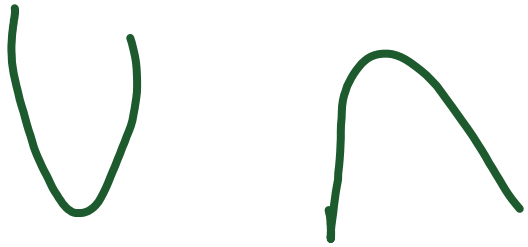
۱۱۱- کدام‌یک از توابع زیر در $\mathbb{R}$ نه صعودی و نه نزولی است؟

۱) $f(x)=x^{3}$

۲) $f(x)=-x^{3}+1$

۳) $f(x)=|x|$

۴) $f(x)=x+|x|$



۱۱۲- اگر توابع $f=\{(۷,۸),(۵,۳),(۹,۸),(۱۱,۴)\}$ و $g=\{(۵,۷),(۳,۵),(۷,۹),(۹,۱۱)\}$ مفروض باشند، مجموع تعداد اعضای توابع fog و gof کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۸

$fog=\{(۵,۸),(۳,۳),(۷,۸),(۹,۴)\}$

$gof=\{(۵,۵)\}$

۱۱۳ـ مقدار مینیمم کدام‌یک از توابع زیر از سایرین کمتر است؟

۱) $y = ۱ + ۲\sin ۷x$

۲) $y = \sqrt{۳} - \cos\frac{\pi}{۲}x$

۳) $y = -\pi \sin\frac{x}{۲} - ۲$

۴) $y = -\frac{۳}{۴}\cos ۳x$

۱۱۴- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۱) ۴ ✓

۲) ۶

۳) ۵

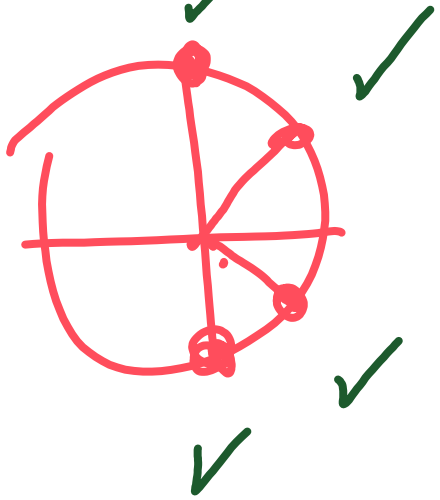
۴) ۳

$2\cos^2 x - 1$

$\cos x (2\cos x - 1) = 0$

$\cos x = 0$

$2\cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$



۱۱۵- حاصل $\lim_{x\to 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{6}$

$$\frac{1-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2x+1} \overset{①}{=} \frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}$$

۱۱۶- اگر $f(x)=3x^2-2x+1$، آن‌گاه عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر منحنی کدام است؟

۱) ۱۱
۲) −۱۱
۳) ۹
۴) −۹

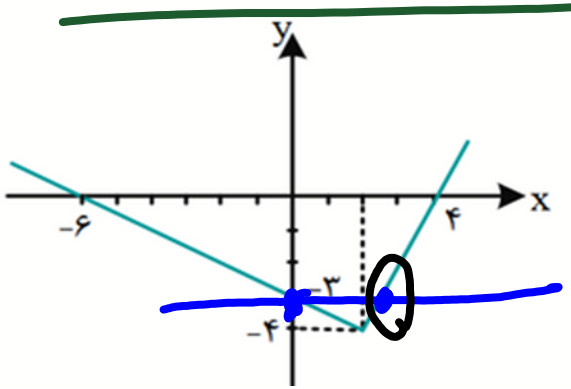
$f'(x) \Rightarrow$ $6x-2$ → (۲) → ۱۰

$12-4+1=9$

$y=10x-11$

$f(2)=$

۱۱۷- نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل مقابل است. نمودار تابع $y=f(|x|)+3$ محور x ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟



۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

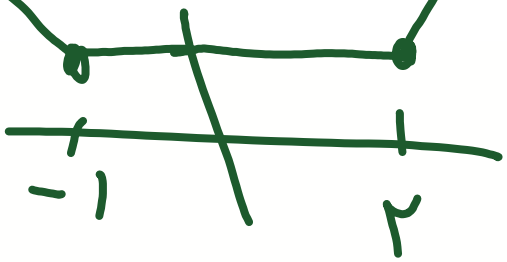
$f(|x|)=-3$

$f(0)=-3$

$\pm$

$f(|\alpha|)=-3$

مثبت

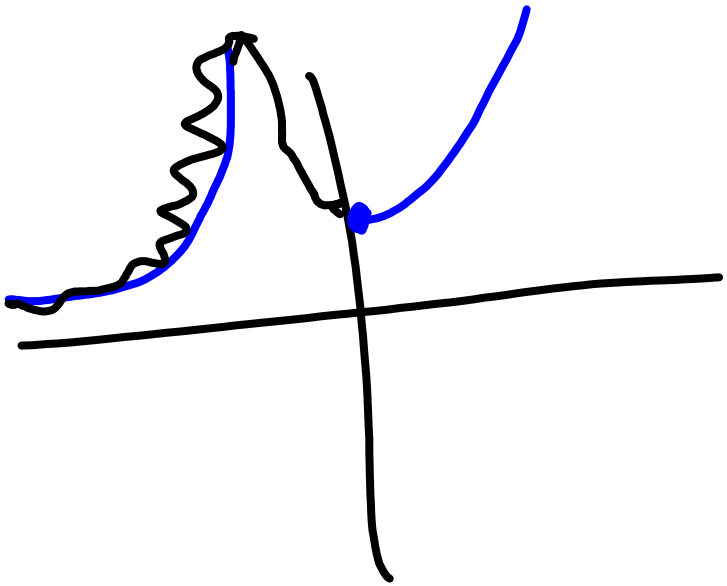


۱۱۸- کدام‌یک از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف: تابع $f(x)=|x+1|+|x-2|$ روی بازهٔ $[-1,+\infty)$ صعودی است.

ب: تابع $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{x} & x<0\\ 1+x^3 & x\geq 0\end{cases}$ روی دامنه‌اش اکیداً صعودی است.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو گزاره ۴) هیچ‌کدام



۱۱۹- f تابعی است خطی به طوری که رابطهٔ $fofof(x)=ax+3\sqrt{2}-6$ برقرار است. اگر تابع f^{-1} موازی با تابع f باشد، فاصلهٔ بین f و f^{-1} کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}-2$ ۲) $2-\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2+\sqrt{2}$

$y=ax+b$

$y^{-1}=\frac{1}{a}$

$a\times\frac{1}{a}=1 \rightarrow a^2=1 \rightarrow a=\pm 1$

$a=+1$

$f(x)=x+b$

$fof=x+2b$

$x+2b=ax+3\sqrt{2}-6$

$2b=3\sqrt{2}-6$

$b=\frac{3\sqrt{2}-6}{2}$

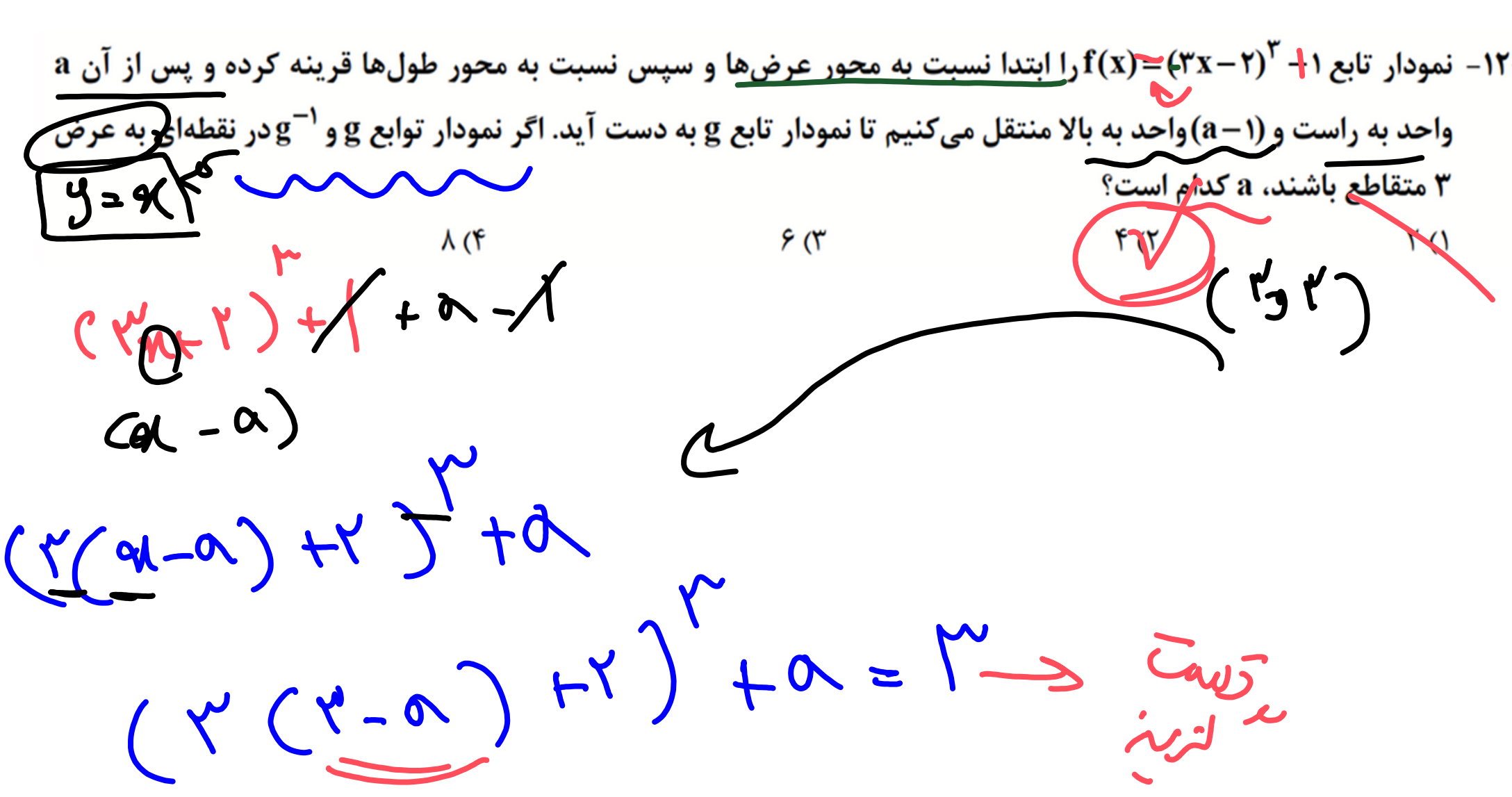
$y-x-\sqrt{2}+2=0$

$y-x+\sqrt{2}-2=0$

$\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-2$

۱۲۰- نمودار تابع $f(x)=(3x-2)^3+1$ را ابتدا نسبت به محور عرض‌ها و سپس نسبت به محور طول‌ها قرینه کرده و پس از آن a واحد به راست و $(1-a)$ واحد به بالا منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. اگر نمودار توابع g و g^{-1} در نقطه‌ای به عرض $y=9$ متقاطع باشند، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸



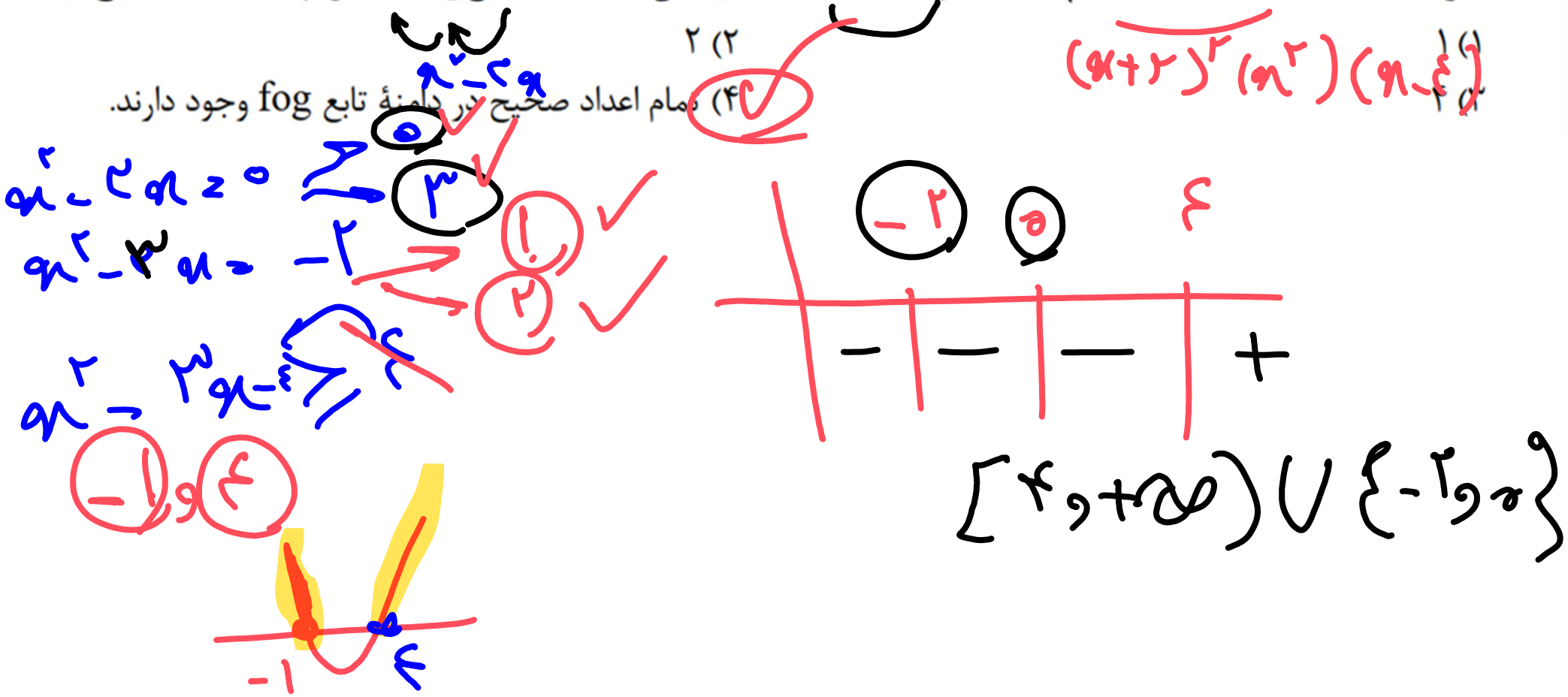
۱۲۱- اگر $f(x)=\sqrt{(x^۲+۴x+۴)(x^۳-۴x^۲)}$ و $g(x)=x^۲-۳x$، آن‌گاه دامنهٔ تابع fog شامل چند عدد صحیح نیست؟

۱) ۱

۲) ۲

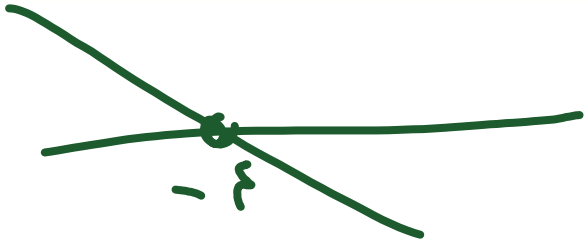
۳) ۳

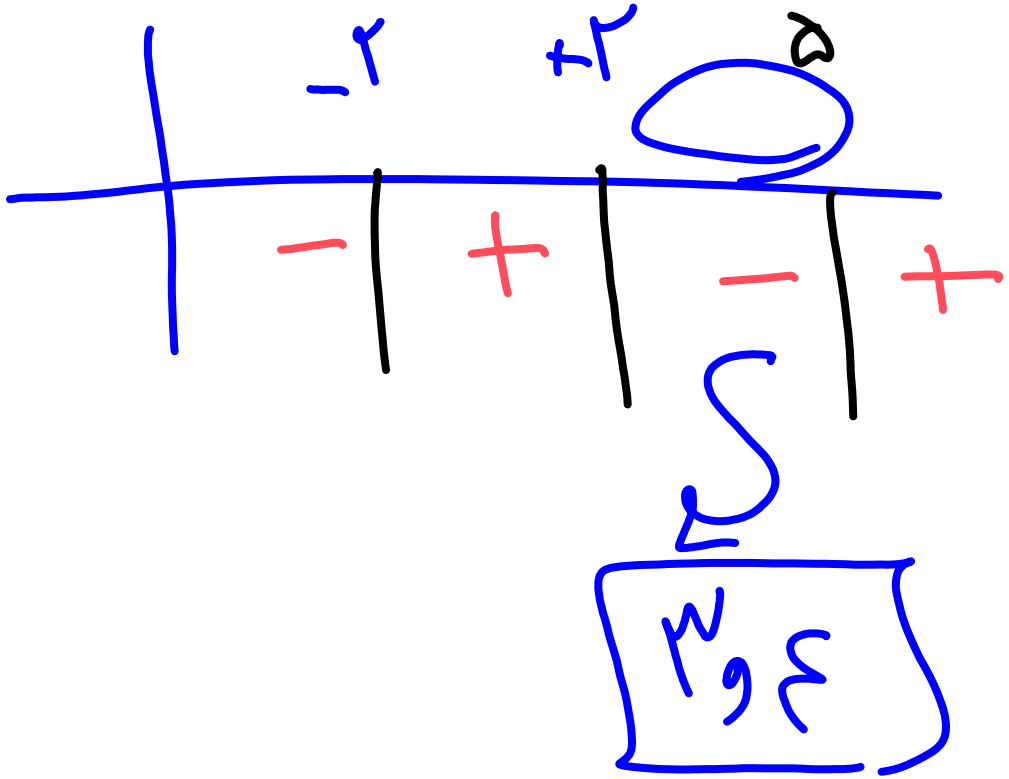
۴) تمام اعداد صحیح در دامنهٔ تابع fog وجود دارند.



۱۲۲- تابع $y=f(x)$ روی مجموعه اعداد حقیقی تعریف شده و اکیداً نزولی است. اگر $f(-۴)=۰$ باشد، دامنهٔ تعریف تابع $g(x)=\sqrt{(x^۲-۴)f(-x+۱)}$ چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) هیچ ۴) بی‌شمار





۱۲۳- اگر $f(x)=9x^2-24x-65$ و $g^{-1}(x)=3x-2$ باشد و مجموعهٔ طول نقاطی از منحنی تابع fog که در زیر محور xها قرار می‌گیرند، به صورت بازهٔ (a,b) باشد، بزرگ‌ترین مقدار $(b-a)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

$\log(x)<0$

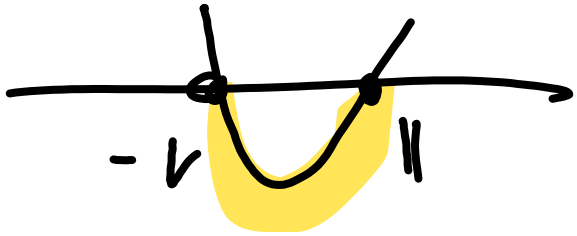
$g(x)=\frac{x+2}{3}$

$x \to 3x \to -2$

$\frac{x+2}{3}$

$(3x-4)^2-81$

$\log(x)<x^2-4x-77 \rightsquigarrow (x-11)(x+7)<0$

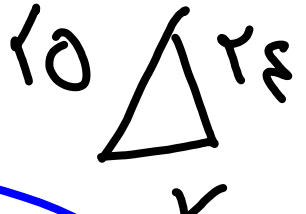


۱۲۴- اگر x کمانی در ناحیهٔ اول دایره مثلثاتی بوده و $\tan\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$ باشد، حاصل عبارت $A=25\cos 4x-24\cot 2x$ کدام است؟

۱) ۱۳/۰۸ ۲) -۱۳/۰۸ ۳) ۱۴/۰۸ ۴) -۱۴/۰۸

$\tan\alpha=\frac{1}{\frac{3}{4}}=\frac{4}{3}$

$\tan 2\alpha=-\frac{24}{7}$

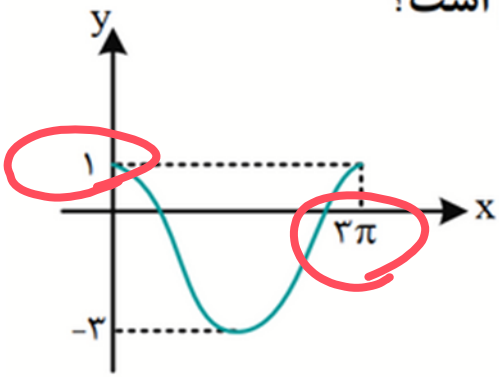


$\cos 2\alpha=-\frac{7}{25}$

$25(2\cos^2 2\alpha-1)=$

$-\frac{357}{25}+7=\frac{-1408}{100}=-14/08$

۱۲۵- قسمتی از نمودار تابع $f(x)=-۲\sin(ax-\frac{\pi}{۲})+b$ به صورت مقابل است. مقدار $f(۲\pi)$ کدام است؟



۱) صفر

۲) -۱

۳) -۲

۴) $-\frac{۳}{۲}$

۱۲۶- تابع f تابعی مثلثاتی با دوره تناوب $T=\frac{\pi}{۴}$ است. ماکزیمم تابع برابر ۵ و مینیمم آن برابر ۹- است. ضابطهٔ f کدام می‌تواند باشد؟

۱) $y=-۲-۷\sin\frac{x}{۸}$

۲) $y=-۲-۷\cos ۸x$

۳) $y=۲-۷\sin ۸x$

۴) $y=۲-۷\cos\frac{x}{۸}$

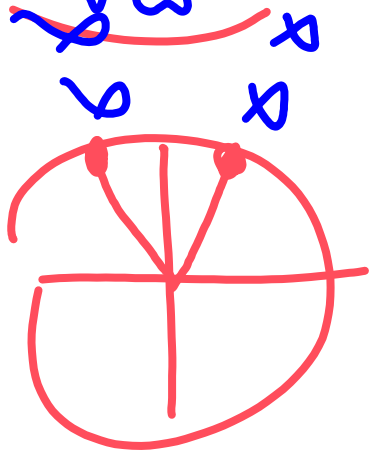
۱۲۷- معادلهٔ $\tan x+\cot x=\sqrt{5}$ در بازهٔ $[0,2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

$0<2\eta<2\pi$

$0<2\eta<4\pi$

$\frac{2}{\sin 2\eta}=\sqrt{5} \rightarrow \sin 2\eta=\frac{2}{\sqrt{5}}$



۱۲۸- تعداد جواب‌های معادله مثلثاتی $(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2})^2 = 2+2\cos 2x$ در بازهٔ $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

$1+\sin x = 2(1+\cos 2x)$

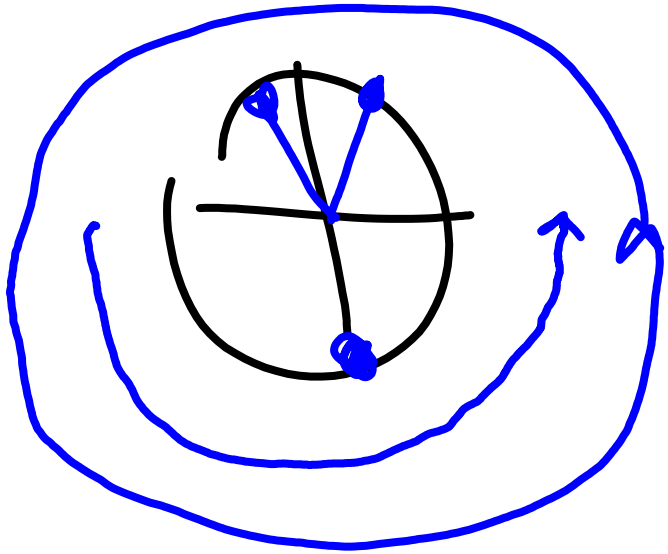
$2\cos^2 x$

$4\cos^2 x(1-\sin^2 x)$

$4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$

$\sin x = -1$

$\sin x = \frac{3}{4}$



۱۲۹- دوره تناوب $f(x)=\cos^{۴}\frac{۲\pi x}{۳}-\sin^{۴}\frac{۲\pi x}{۳}$، چند برابر دوره تناوب تابع $g(x)=\frac{\sin^{۲}x}{۱-\cos^{۲}x}$ است؟

۱) ۳π

۲) $\frac{۳}{\pi}$

۳) $\frac{۳\pi}{۲}$

۴) $\frac{۳}{۲\pi}$

$\cos^{۲}\theta-\sin^{۲}\theta$

$\cos ۲\theta$

$\cos \frac{۲\pi}{۳}x$

$T=\frac{۲\pi}{\frac{۲\pi}{۳}}=۳$

$\cos\alpha \neq -۱$

$\frac{۳}{۲}$

۱۳۰- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $(x-2)$ و $(x+4)$ به ترتیب برابر با a و b است. اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر (x^2+2x-8) برابر $(6x+9)$ باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۶ ۳) ۲۶ ۴) ۳۶

$p(2)=a=21$

$p(-4)=b=-15$

۱۳۱- اگر n عددی طبیعی باشد، حاصل $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-4x^3-2x^4+6x^n}{3x^n+7x^3-11x^2+1}$ برابر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

۱) $-\infty$ ۲) $+\infty$ ۳) $-\frac{2}{3}$ ۴) ۲

$n>4$

$\frac{6x^n}{2x^n}=2$

$n=4$

$\frac{2x^4}{3x^4}$

$n<4$ →

$\frac{-2x^4}{15x^3}=-\frac{1}{5}x$

۱۳۲- حاصل $\lim_{x\to(\frac{\pi}{۲})^+} \frac{[\cos x]}{\sin x - \sin^۲ x}$ و $\lim_{x\to-\infty} x^۲\left[\frac{۱}{x^۲}\right]$ به ترتیب کدام است؟

۱) صفر و ۱−

۲) صفر و ۱

۳) $+\infty$ و صفر

۴) $-\infty$ و صفر

$\sin x(1-\sin x)$

$\frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

۰+

۱۳۳- حاصل $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}^{+}} \frac{\tan^{4} x - 1}{\sqrt{1+\cos 4x}}$ کدام است؟

۱) $-4\sqrt{2}$

۲) $4\sqrt{2}$

۳) $-2\sqrt{2}$

۴) $2\sqrt{2}$

$\sqrt{1+\cos 4x} = \sqrt{2\cos^2 2x} = \sqrt{2}|\cos 2x|$

$\frac{\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\cos^4 x}}{-\sqrt{2}\cos 2x} = \frac{1}{\sqrt{2}\cos^4 x} \Rightarrow \frac{4\sqrt{2}}{2}$

۱۳۴- f تابعی خطی است به طوری که از نقطهٔ $A(1,4)$ می‌گذرد. اگر وارون تابع f از نقطهٔ $B(-2,-1)$ بگذرد، حاصل $\lim_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|+x}{f^{-1}(x)+|x|}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) ۳

۳) $-\frac{1}{3}$

۴) -3

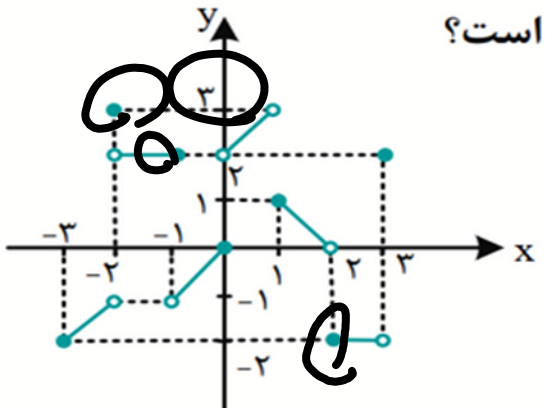
$y=3x+1$

$y'=\frac{1}{2}x-1$

$B(-1,2)$

$\frac{-2x}{\frac{1}{2}x-x}=\frac{-2x}{-\frac{1}{2}x}$

۱۳۵- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل مقابل باشد، حاصل $\lim_{x\to(-1)^-} fofof(x)$ کدام است؟



۱) ۳

۲) ۲

۳) صفر

۴) وجود ندارد.

۱۳۶- اگر $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-2x^2-x+2}{x^3+ax+b}=\frac{1}{2}$ باشد، حاصل $2a+3b$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) -۳۰ ۳) ۴ ۴) -۴

$1+a+b=0$

$b=6$

$a=-7$

$\frac{3x^2-4x-1}{3x^2+a}$ $\xrightarrow{x\to 1}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{-2}{3+a}=\frac{1}{2}$

۱۳۷- اگر $\lim_{x\to -۲}\frac{۲\sin\frac{\pi}{x}+۱}{۳x^۲+ax+b}=-\infty$ ، آن‌گاه حاصل $\lim_{x\to+\infty}\frac{۱۲x-\sqrt{۲ax^۲+۴x+۱}}{bx+|۲-۳x|}$ کدام است؟

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۸

$\frac{-\sqrt{۳}+۱}{۰^+}$

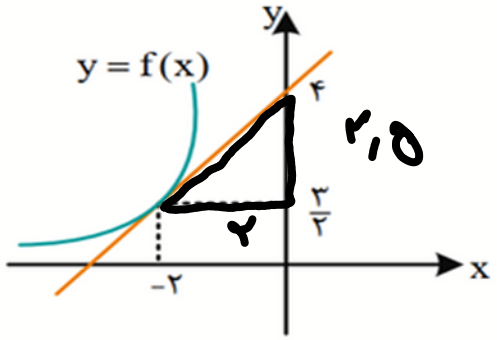
$۳(۴+۳)^۲$

$a=۱۸$

$b=۲۷$

$\frac{۶a}{۳۰a}=\frac{۱}{۵}$

۱۳۸- اگر خط مماس بر نمودار تابع f در نقطهٔ $x=-۲$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\lim_{h\to ۰}\frac{f(-۲)-f(-۲-h)}{۲h}$ کدام است؟



۲٫۵

$$\frac{f'(-۲-h)}{۲} = \frac{f'(۲)}{۲}$$

$$\frac{۵/۴}{۲} = \frac{۵}{۸}$$

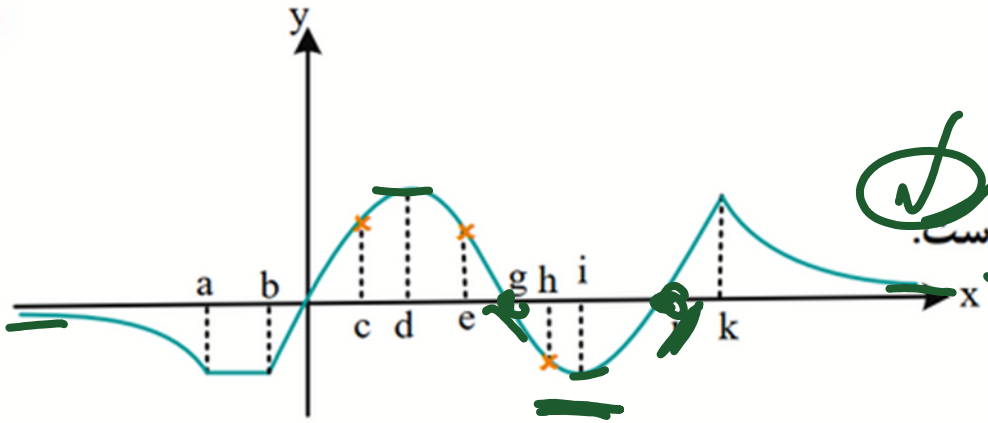
۱) $-\frac{۵}{۸}$

۲) $\frac{۵}{۸}$

۳) $\frac{۵}{۴}$

۴) $-\frac{۵}{۴}$

۱۳۹- با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$، چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟



الف: در نقاط c و h حاصل $f(x).f'(x)$ مثبت است.

ب: در بازهٔ $(0,j)$ علامت مشتق تابع f دو بار عوض می‌شود.

پ: در بازهٔ (g,j) مقدار مشتق تابع در حال افزایش است.

ت: در بی‌شمار نقطه از دامنهٔ تابع f، مقدار مشتق تابع برابر صفر است.

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۴۰- مقدار مشتق تابع $f(x)=(x-۲)(۲x-۲)(۳x-۲)...(nx-۲)$ در نقطهٔ $x=۲$ برابر $۱۶!\times ۲۰۴۸$ است. n کدام است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷