

۳۰ دقیقه

ریاضی (۱)

مثلثات/توان‌های گویا و عبارت‌های جبری /
معادله‌ها و نامعادله‌ها
فصل ۲ از ابتدای روابط بین نسبت‌های مثلثاتی
تا پایان فصل، فصل ۳ و فصل ۴ تا پایان معادله
درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن
صفحه‌های ۴۲ تا ۷۷

۱- در صورتی که $0^\circ < x < 45^\circ$ باشد، حاصل عبارت زیر همواره کدام است؟

$$A = \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x}$$

$\underbrace{-2(\sin^2 x + \cos^2 x)}_{-2}$
 $\cot x - \tan x$ (۲) (۱) $\tan x - \cot x$
 $-\tan x - \cot x$ (۴) (۳) $\tan x + \cot x$

$$A = \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} = \sqrt{(\tan x - \cot x)^2} = |\tan x - \cot x|$$

$x = 30^\circ \rightarrow \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \cot 30^\circ = \sqrt{3}$
 $\cot x > \tan x$ (۱)

۲- در صورتی که داشته باشیم $|\sin x - \cos x| = \frac{\sqrt{15}}{5}$ ، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

$\sqrt{15}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۱)

توان $\rightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} \rightarrow -2 \sin x \cos x = \frac{3}{5} - 1 = -\frac{2}{5}$
 $\rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{5}$

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

۳- اگر $(\frac{1}{f})^{-x+8} = (0.125)^{x-2}$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{f+x}$ کدام است؟

$$\left(\frac{1}{f}\right)^{x-2} = \left(\frac{1}{f}\right)^{1-u} \rightarrow \begin{matrix} 6 (f) \\ -3u+4 \\ 2 \end{matrix} = \begin{matrix} \sqrt[3]{f} (3) \\ 2u-14 \\ 2 \end{matrix} \quad \sqrt{f} \text{ (1)}$$

$$-3u+4 = 2u-14 \rightarrow 5u = 18 \rightarrow u = 3.6$$

$$\sqrt[3]{f+x} = \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt{3}$$

۴- اگر $x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{-x^6} + \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^3} - 5$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \rightarrow |x-2| \rightarrow 2-x \\ & -\sqrt[3]{x^6} = -x^2 \quad \left(\begin{matrix} \rightarrow -(x-2) = -u+2 \\ x^2-2x \text{ (3)} \end{matrix} \right) \quad \begin{matrix} x^2-6 \text{ (2)} \\ -x^2-6 \text{ (1)} \end{matrix} \end{aligned}$$

$$-x^2 + 2 - x - x + 2 - 5 = -x^2 - 2x$$

۵- اگر $a = \sqrt[3]{3-\sqrt{2}}$ و $b = \sqrt[3]{3+\sqrt{2}}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $A = (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)(a+b)^2$ کدام است؟

$(a+b)^2$

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

۱۲ (۲)

۲ (۱)

$$\left[(a+b)(a^2 - ab + b^2) \right]^2 = (a^3 + b^3)^2 = 4^2$$

$$a^3 + b^3 = \sqrt[3]{3-\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3+\sqrt{2}} = 4$$

۶- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ حاصل $x^5 + \frac{1}{x^5}$ کدام است؟

۱۲۲ (۴)

۱۲۳ (۳)

۱۲۱ (۲)

۱۲۴ (۱)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) \left(x + \frac{1}{x} \right) = 7 \times 3 = 21$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3} + x + \frac{1}{x} = 21$$

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

$$\rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} + 2 = 24$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = 22 \rightarrow \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) \times \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 22 + 3 = 25$$

$$25 = 22 + 3$$

۷- حاصل $\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}$ کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{4}$ (۱)

$$T^2 = \cancel{2+\sqrt{3}} + \cancel{2-\sqrt{3}} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 4$$

$2 - 3 = 1$

$$T = \sqrt{4}$$

۸- حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+9}+\sqrt{x+10}}$ به ازای $x=15$ کدام است؟

۳ (۴)

۹ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} \times \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2}}{-1}$$

$$\frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2} + \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3} + \dots + \sqrt{x+9} - \sqrt{x+10}}{-1} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x+10}}{-1}$$

$$= \frac{\sqrt{16} - \sqrt{25}}{-1} = \frac{4 - 5}{-1} = 1$$

۹- اگر $x=1$ یکی از ریشه‌های معادله $(2k-1)x^2 - 5x + k = 0$ باشد، حاصل جمع k و ریشه دیگر معادله کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

۳ (۱)

$x=1$

$$\rightarrow (2k-1) \times 1 - 5 + k = 0 \rightarrow 2k-1-5+k=0$$

$$3k=6 \rightarrow k=2$$

$$kx^2 - 5x + k = 0$$

$$k + \alpha = 2 + \frac{k}{k} = \frac{1}{k}$$

ضرب = $\frac{k}{k} = 1 \times$ این یکی $\rightarrow \alpha = \frac{k}{k}$

۱۰- در حل معادله $2x^2 - 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، به معادله $(x - \frac{3a}{2})^2 = \frac{\Delta b}{\lambda}$ می‌رسیم. مقدار $a+b$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۱)

$$\div 2 \rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{25}{16} = 1 + \frac{9}{16}$$

$$\div 2 \rightarrow \frac{3}{4} \rightarrow \frac{9}{16}$$

$$\frac{3a}{2} = \frac{3}{4} \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a+b = 2$$

$$\frac{25}{16} = \frac{\Delta b}{\lambda} \rightarrow b = \frac{25}{4}$$

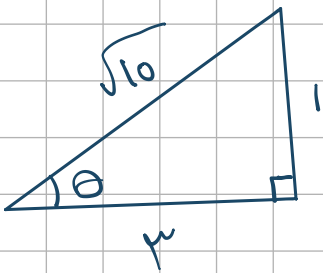
۱۱- اگر انتهای کمان θ در ربع چهارم دایره مثلثاتی و $\tan\theta = -\frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin\theta + \cos\theta \cot\theta$ کدام است؟

$-\frac{3\sqrt{10}}{5}$ (۴)

$-\frac{\sqrt{10}}{10}$ (۳)

$\sqrt{10}$ (۲)

$-\sqrt{10}$ (۱)



$$\sin\theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

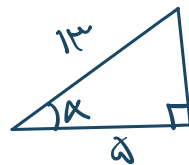
$$\cos\theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\cot = -3$$

$$\frac{-\sqrt{10}}{10} + \frac{3\sqrt{10}}{10} \times -3 = \frac{-\sqrt{10} - 9\sqrt{10}}{10} = \frac{-10\sqrt{10}}{10} = -\sqrt{10}$$

۱۲- اگر α در ناحیه دوم و $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ باشد، معادله خطی که محور xها را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{3}$ قطع کند و با جهت مثبت آن زاویه α

$(y > 0)$



$\tan\alpha = -\frac{12}{5}$ شب
بسازد، کدام است؟ آزمون وی ای پی

$\Delta y = 6 - 12x$ (۴)

$\Delta y = 12x - 6$ (۳)

$\Delta y = 3 - 6x$ (۲)

$\Delta y = 6x - 3$ (۱)

$$y = \frac{6}{12} - \frac{12}{5}x$$

۱۳- حاصل عبارت $(\sqrt{3}\sqrt{3} + \sqrt{2}\sqrt{2})(\sqrt{3}\sqrt{9} - \sqrt{2}\sqrt{8})$ برابر کدام گزینه است؟

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

۱ (۰)

$$\sqrt{3} - \sqrt{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \sqrt[3]{3} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt[4]{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \sqrt[4]{3} = \sqrt{3}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$$

۱۴- اگر $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$ ، آنگاه مقدار c کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (۱+۱+۱)

۱ (۱) صفر

$$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) = 0$$

$$(a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 0$$

$$\hookrightarrow a=1 \quad \hookrightarrow b=1 \quad \hookrightarrow c=1$$

۱۵- عدد 99^3 برابر است با:

۹۹۰۳۹۹ (۴)

۹۹۰۲۹۹ (۳)

۹۷۰۲۹۹ (۲)

۹۷۰۳۹۹ (۱)

$$(100-1)^3 = 100^3 + (-1)^3 + 3 \times 100^2 \times (-1) + 3 \times (-1)^2 \times 100$$

$$= 970299$$

۱۶- حاصل عبارت $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ کدام است؟

$(a^2+a+1)^2$ (۴)

$(a^2+3a+1)^2$ (۳)

$(a+1)^4$ (۲)

$(a^2+1)^2$ (۱)

$$a=1 \rightarrow 1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25$$

$$a=-1 \rightarrow 1$$

۱۷- در تجزیه عبارت $x^5 + x + 1$ ، کدام عامل وجود دارد؟

$x^2 - x + 1$ (۴)

$x - 1$ (۳)

$x^2 - x^2 + 1$ (۴)

$x^2 + x^2 + 1$ (۱)

$$\begin{aligned}
 x^5 - x^2 + x^2 + x + 1 &= x^2(x-1)(x^2+x+1) + (x^2+x+1) \\
 \underbrace{x^5 - x^2}_{x^2(x^3-1)} & \\
 &= (x^2+x+1)(x^2(x-1)+1) \\
 &= (x^2+x+1)(x^3-x^2+1)
 \end{aligned}$$

۱۸- اگر $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-5} = 2$ ، مقدار $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-5}$ کدام است؟

$3/5$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$4/5$ (۱)

$$(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-5})(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-5}) = x+2 - x+5 = 7$$

$$T = \frac{7}{4}$$

۱۹- ریشه‌های معادله $x^2 + 2\sqrt{5}x + 5 = 0$: $x = -\sqrt{5} \leftarrow (x + \sqrt{5})^2 = 0 \leftarrow$

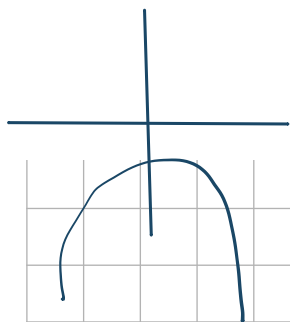
(۱) گویا و برابرند. $(\sqrt{5})^2$

(۲) گنگ و برابرند.

(۳) گویا و نابرابرند.

(۴) گنگ و نابرابرند.

۲۰- اگر عبارت $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟ آزمون وی ای پی



\mathbb{R} (۴)

$\Delta < 0$

\emptyset (۳)

$\{a : a < 1\}$ (۲)

$\{a : 1 < a < 5\}$ (۱)

$a-1 < 0 \rightarrow a < 1$

$$(a-1)^2 - 4(a-1) < 0$$

$$\rightarrow (a-1)(a-5) < 0$$

$$\underbrace{\quad}_- \quad \underbrace{\quad}_+$$

$$a-5 > 0 \rightarrow a > 5$$

$$a > 5 \cap a < 1 \rightarrow \emptyset$$